

研究生精品示范课《匹配理论》的建设与实践

吴廷增

青海民族大学数学与统计学院, 青海 西宁

收稿日期: 2022年7月10日; 录用日期: 2022年8月10日; 发布日期: 2022年8月16日

摘要

在新时代变革的契机和挑战下, 研究生课程教学的改革和建设势在必行。本文中, 以数学二级学科运筹与控制论的方向选修课《匹配理论》为例, 论述了示范课建设过程中的主要做法及取得的成效。为其它相关课程的建设起到了借鉴作用。

关键词

研究生教学, 示范课程, 课程思政, 匹配理论

The Construction and Practice of the Excellent Demonstration Course of “Matching Theory” for Postgraduates

Tingzeng Wu

School of Mathematics and Statistics, Qinghai Minzu University, Xining Qinghai

Received: Jul. 10th, 2022; accepted: Aug. 10th, 2022; published: Aug. 16th, 2022

Abstract

Under the opportunities and challenges of the reform in the new era, the reform and construction of postgraduate course teaching is imperative. In this paper, taking the optional course “Matching Theory” in the direction of operations research and cybernetics for the second-level mathematics subject as an example, it discusses the main practices and achievements in the construction of the demonstration course. It has played a reference role for the construction of other related courses.

Keywords

Postgraduate Teaching, Demonstration Course, Course Ideology and Politics, Matching Theory

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

从世界高等教育发展格局来看,研究生教育水平是衡量一所大学、一个国家教育发展水平的重要指标。深化研究生培养模式改革、提升研究生培养质量,是当前我国广大研究生培养单位面临的重要任务。党和国家高度重视研究生教育的建设,于2020年适时召开了全国研究生教育大会,党和国家领导人做出了重要的批示,教育部、国家发展改革委、财政部联合下发了《关于加快新时代研究生教育发展的意见》[1](简称《意见》),对新时代深化研究生的培养给出了指导意见,根据《意见》全国各高校结合各自的目标和定位开展了相关改革。作为全国高等院校的一份子,我校积极开展研究生教育教学改革,精品示范课建设就是其中重要的一环。

课程教学是研究生教育制度的重要特征,也是保障研究生培养质量的必备环节,在研究生成长成才中具有全面、综合和基础性作用。近年来,研究生教育快速发展,为社会经济的发展做出了突出的贡献。然而,在研究生课程教学方面,仍然存在一些问题和矛盾,并逐渐成为阻碍研究生教育发展的限制因素。不断创新改革研究生的课程体系、结构,充实教学内容、丰富教学方式和考核方式,追求教学质量、内涵发展已成为研究生教育最核心、最本质的要求[2][3]。

《匹配理论》[4]是沃尔夫奖获得者、阿贝尔奖获得者、前国际数学联盟主席 Lovász 教授的经典著作之一,是我校运筹与控制数学二级学科研究生开设重要选修课之一。同时,我校有一支优秀的图论团队,团队的主要研究方向之一就是匹配理论,并取得了丰硕的科研成果。从上世纪80年代开始,我校组建了图论团队,并开展研究,是青海省最早开展图论研究的团队。无论从匹配理论的重要性,还是保持学校特色及传承,建设好《匹配理论》课程都是非常必要的。

2. 课程教学设计

课程是学生培养的基本途径之一。根据国务院学位委员会制定的学术学位研究生核心课程指南,按照宽口径、精方向的原则,选择学位课程和方向课程。《匹配理论》就是在这种背景下被选为数学二级学科运筹与控制论的方向课程。作为方向课程,必须具备厚基础、强应用、现前沿的基本特征。根据这个基本特征,结合新时代特征及学校实际,对教学内容、教学方法与技巧、过程考核等进行了精心设计。

2.1. 教学内容的设计

每一个学科研究生培养都有相应的课程体系,每门课程是课程体系的重要组成部分,它对研究生的培养目标的指标点提供强有力的支撑。在《匹配理论》的教学内容中坚持 OBE 理念,以成果导向教育为核心,结合实际需求,教学内容从教材、课程思政、国际前沿与选题三个方面做了重点设计。

第一,基于 Lovász 经典著作《匹配理论》的讲义设计。

1986年出版的《Matching Theory》是 Lovász 教授的经典著作,已经被世人熟知、拜读,内容丰富,

介绍了匹配研究中的一些重要的结果和方法，但是它的专著属性很难直接拿来作为教材使用，以及随着相关研究的深入，新的结果层出不穷。基于这种现状，需要将《Matching Theory》改编成一本适合硕士研究生的教材。在不改变原著《Matching Theory》核心内容下，结合匹配研究的一些最新进展，我们的《匹配理论讲义》主要包含匹配的基础性质、Gallai-Edmonds 结构定理、最大匹配算法、完美匹配计数、积和式与 Pfaffian 定向、匹配多项式、Hosoya 指标、匹配能等八章内容。在第一章匹配的基础性质中，我们主要介绍匹配的一些经典结果和证明方法。Gallai-Edmonds 结构定理被许多学者认为有非常潜在的重要应用，但目前没有被挖掘出来[5]。正是基于此，在第二章中我们主要介绍 Gallai-Edmonds 结构定理，并对 Gallai-Edmonds 结构定理的一些应用做重点的介绍。第三章中以 Gallai-Edmonds 结构定理为基础，重点介绍 Edmonds 最大匹配算法等。第四章，我们重点介绍完美匹配的计数，引近年来的一些重要成果和方法。第五章延续了第四章的内容重点介绍了利用 Pfaffian 理论和积和式等研究完美匹配计数的结果与方法。第六章介绍了图的匹配多项式的一些经典结果，特别地，增加了关于根版本的 Gallai-Edmonds 结构定理的最新成果。第七、八章介绍了匹配在化学中的两个重要的应用。讲义的内容立足硕士研究生这个根本，力求保持《Matching Theory》的结构体系和核心内容，又增加了现阶段的匹配的最新进展，注重了匹配在不同学科中的交叉应用。体现了厚基础、强应用、现前沿的特征。

第二，深入挖掘课程思政元素，塑造学生科学精神。

课程思政是新时代研究生教育落实立德树人根本任务的战略举措。所有研究生课程应结合不同课程特点、思维方法和价值理念，深入挖掘课程思政。在《匹配理论》课程的教学中，我们十分注重课程思政建设，挖掘了《传奇 Lovász》、《勇攀高峰科研团队精神传承》、《论国人在匹配上的贡献》等三个案例培育学生的科学精神、团队精神、增强文化自信等方面的课程思政内容。《传奇 Lovász》主要围绕 Lovász 教授的科研经历及取得科研成就，培养学生们努力争做大科学家。《勇攀高峰科研团队精神传承》主要围绕学院图论团队的情况展开分享，展示了团队缺氧不缺精神，努力在艰苦地区坚持科学研究，将勇攀科研高峰的校园传统精神传承。《论国人在匹配上的贡献》主要围绕中国人在匹配研究中取得重要成果，增强学生们的文化自信。

第三，介绍最新研究前沿，扩展学生眼界，培育学生选题能力。

在课程的讲解中，时刻关注匹配研究的最新进展，将最新前沿介绍给学生，或者组织专题的讨论班开展文献研习，通过研习培育学生提出问题和解决问题的能力。实践证明，这是一种有效的方式。例如：在讲授完 Hosoya 指标部分的内容后，组织 Hosoya 指标研究的国际前沿综述文章的学习，主要以欧洲科学院院士 Gutman 教授等的综述文献为主展开学习、研讨[6]，通过学习凝练其中存在的学术问题，如：如何刻画限定图参数时具有极值 Hosoya 指标的图？本问题已经得到了解决[7]。通过三轮的教学，研究生发表涉及 Hosoya 指标方面的研究成果约 10 余篇，并且很多成为了硕士论文的选题。

2.2. 教学方法与技巧

教与学是一门艺术，传统的教学由教师的教为主体。随着人类社会的进步，这种模式已经不适应时代的实际需求，由教师的“主教”转向学生的“主学”已经成为现阶段教学改革的核心。我们在《匹配理论》的教学中，借鉴了 OBE 理念及研究生培养的特点，实现了以问题引导及研讨式教学方法推动课堂教学，以厚基础为目标，注重重要定理的证明方法与技巧，提升学生的课程基础能力。

硕士研究生阶段培养不同于本科，既要注重专业基础的学习，又要培养解决问题的能力。在教学的过程中主要的做法是：第一步，在课前根据下次课的教学内容，提出讲授部分提出问题；第二步，学生利用课后时间通过阅读教材、查阅资料等问题给出分析；第三步，课堂中先由学生对预先提出问题的分析进行课堂分享，然后教师再进一步讲解课程的主要内容；第四步，根据主要内容提出一些相关问题

作为课后思考，形成课后作业。例如在讲解 Gallai-Edmonds 结构定理这节课时，我们提出的问题是请根据 Tutte 定理尝试给出图不存在完美匹配的条件，同时探讨不存在完美匹配图的亏量计算。通过问题引导大家先课后预习，列出要阅读的文献，这些文献中介绍了有别于教材中 Gallai-Edmonds 结构定理的不同证明，并分析问题的结论。在课堂中，学生分享完后，给出评价及存在问题的探讨，最后根据学生们的掌握的实际情况在分享本节课的重点内容，此外提炼出以下两个问题：1) 对于一般图应该如何给出标准的顶点划分？有没有算法可以实现？这个问题的设计为后续最大匹配算法的讲解打下伏笔；2) 给定一个连通图我们能否根据 Gallai-Edmonds 结构定理给最大匹配数目的计算方法？这个问题对学生提高课后思考和应用起到了很好的作用。在整个教学过程中我们注重了学生的课堂参与、学生课后的思考，培养学生对课程内容的理解而增强学生的基础能力。

2.3. 改进考核方式，注重过程培养

传统考核方式是一种有效的考核手段。在研究生课程，特别是专业方向课程的考核，如果仍然采用传统方式，不利于调动学生的积极性和参与性。我们在课程中采用了到堂情况、问题讲解、前沿分享与团队协作、课程论文等环节的多元化评价手段。注重学生参与的过程性考核，这增强了学生的课程参与度，对更好培养学生起到了促进作用。

到堂情况是一个很固化的考核指标点，无需多言。问题讲解环节主要是在教学中让学生分享对某个问题的理解给出评价，评价时用三个指标点进行评价，见表 1。这三个指标点学生学的程度、课堂质量进行了有效的衡量。前沿分享与团队协作环节主要考核学生分享要求自主学习的研究前沿发现的问题及团队协作推进解决问题的情况。这个环节是学生成长为大科学家的前期准备。任何一名大科学家必须具备发现重要科学问题，又将问题无私分享给他人，又能组织人员开展研究的能力。通过课程教学无形培育学生的大科学家能力是研究生培养不可或缺的环节。在本环节中评价时主要设置了如下两个指标点，见表 2。通过三轮的考核，能发现学生明显的改变，例如：有些学生发现问题后，担心分享后给其他同学做了“嫁衣”等现象，通过交流打消这种观点，同学们踊跃了很多，并愿意合作解决问题，甚至不参与论文挂名。

Table 1. Question discussion evaluation index

表 1. 问题讨论评价指标点

数量	指标点	指标点考察要素
指标一	对问题的有效分析	主要考查学生对问题准备情况
指标二	对问题理解的深度	主要衡量学生对问题理解的程度
指标三	参与讨论的活跃度	主要考查学生在课堂上的表现

Table 2. Frontier sharing and team collaboration evaluation index

表 2. 前沿分享与团队协作评价指标点

数量	指标点	指标点考察要素
指标一	文献问题的凝练	主要考查学生凝练问题的能力及勇于分享问题的能力
指标二	对问题理解的深度	主要考查学生解决问题的能力及考虑团队的协作和推进能力

课程论文环节是方向课程考核的必要环节，不能回避。它的考查是多方面的，不一定是写一篇达到发表的论文。我们的考核关注学生对本课程一些或某个问题的探讨、写作学术规范、查阅相关文献等几个方面的要素。这既对本课程的学习有个检验，也是对学术道德与规范课程、学术论文写作课程的一次检验。

3. 效果

开设一门课程，它必须为研究生的整体培养或个别指标的培养产生重要支撑，否则这门课程的开设意义不大。匹配理论的开设，我们收获了预期的效果，主要表现在如下几方面：首先，我们编写的讲义已经被学生认可，比《匹配理论》的原著更具可读性，特别地，增加了最新的国际前沿，这对学生的选题产生了很大影响。例如，我们讲授 Hosoya 指标、匹配能章节的国际前沿时，我们的学生从中选题，有重要的结果论文发表[7] [8]。其次，我们注重重要定理的多种证明及推广，我们讲 Gallai-Edmonds 结构定理时，讲了不同版本的证明，讲了它的一些应用，并凝练了一些问题，我们的学生利用 Gallai-Edmonds 结构定理解决了一些问题，并发表了高质量的文章[9]。再次，我们在强调厚基础的过程中，在匹配多项式的章节学生解决了课堂凝练的问题发表了学术论文[10] [11] [12]。从次，在课程教学各环节的优化配置中，培养了学生主动学习能力、主动分享能力、勇于探讨能力，初步实现了由教师主导的教向学生主动学的转变。最后，通过课程思政的讲解培养了学生勇于攀登的科学精神和团队协作精神，凡是选修了《匹配理论》课程的学生都在匹配问题上发表过学术论文，近年来，1 名同学考取了博士研究生，多名同学正在准备读博。

4. 讨论

通过对课程《匹配理论》的建设，我们收获了预期的效果，这份教改得到了满意的答卷，也给同类课程的建设提供样板和思路。随着时代的进步，课程的建设永远在路上，在有限的课程教学中，如何紧跟时代的步伐，如何挖掘课程的作用，将是一个重要的研究内容。

致 谢

感谢审稿人的评论及提出的修改意见。

基金项目

本文由青海民族大学 2022 年研究生精品示范课程项目资助(JK-2022-04)。

参考文献

- [1] 教育部, 国家发展改革委, 财政部. 关于加快新时代研究生教育发展的意见[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A22/s7065/202009/t20200921_489271.html, 2020-09-21.
- [2] 刘石娟, 燕艳, 杨月伟. 学术型研究生课程建设研究[J]. 高教学刊, 2021, 7(23): 14-18.
- [3] 丁宇, 王誉榕, 姚林群. 我国研究生课程建设状况的实证研究[J]. 黑龙江高教研究, 2021, 39(2): 69-74.
- [4] Lovász, L. and Plummer, M.D. (2009) Matching Theory. American Mathematical Society.
- [5] Wagner, S. and Gutman, I. (2010) Maxima and Minima of the Hosoya Index and the Merrifield-Simmons Index: A Survey of Results and Techniques. *Acta Applicandae Mathematicae*, **112**, 323-346. <https://doi.org/10.1007/s10440-010-9575-5>
- [6] Yu, Q.L. and Liu, G.Z. (2010) Graph Factors and Matching Extensions. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-93952-8>
- [7] Wu, T. and Yu, Y. (2021) On the Hosoya Indices of Bicyclic Graphs with Small Diameter. *Journal of Chemistry*, **2021**, Article ID: 5555700. <https://doi.org/10.1155/2021/5555700>

-
- [8] Wu, T., Lyu, H. and Zhang, X. (2017) Extremal Matching Energy of Random Polyomino Chains. *Entropy*, **19**, 684. <https://doi.org/10.3390/e19120684>
- [9] Wu, T., Zhou, T. and Lyu, H. (2022) Further Results on the Star Degree of Graphs. *Applied Mathematics and Computation*, **425**, 127076. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2022.127076>
- [10] 李丹阳, 马海成. 点并圈图的匹配等价类[J]. 数学实践与认识, 2021, 51(24): 153-159.
- [11] 马海成, 李丹阳. 一类双圈图匹配多项式的最大根[J]. 广州大学学报(自然科学版), 2020, 19(1): 72-77.
- [12] 高尚, 马海成. $2K_1 \cup I_n$ 的匹配等价图类[J]. 西南大学学报(自然科学版), 2022, 44(2): 82-88.