

跨学科视角下的高中数学教材探究活动比较分析

——以人教版、苏教版教材为例

汪冰洁, 黄文杰, 金晶

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年9月26日; 录用日期: 2023年11月29日; 发布日期: 2023年12月8日

摘要

在高中数学教学中运用好跨学科思维是强化学科育人的重要途径。为了研究跨学科数学探究活动开展现状, 本文将跨学科领域分为自然学科类、社会与经济学类、人文与艺术学科类、工程与信息学科类、军事与体育学科类、健康与医药学科类六大部分, 并对人教版和苏教版两版高中数学教材中的跨学科探究活动进行分析比较。基于对比分析的结果, 总结了当前高中跨学科数学探究活动编制的特点, 同时对未来编制数学探究栏目提出了相关的建议。

关键词

跨学科, 高中数学, 探究活动, 教材比较

Comparative Analysis of High School Mathematics Textbook Exploration Activities from an Interdisciplinary Perspective

—Taking People's Education Press and Jiangsu Education Press Textbooks as Examples

Bingjie Wang, Wenjie Huang, Jing Jin

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Sep. 26th, 2023; accepted: Nov. 29th, 2023; published: Dec. 8th, 2023

文章引用: 汪冰洁, 黄文杰, 金晶. 跨学科视角下的高中数学教材探究活动比较分析[J]. 创新教育研究, 2023, 11(12): 3683-3689. DOI: 10.12677/ces.2023.1112538

Abstract

Applying interdisciplinary thinking in high school mathematics teaching is an important way to strengthen subject education. In order to study the current situation of interdisciplinary mathematical exploration activities, this article divides interdisciplinary fields into six categories: natural sciences, social and economic sciences, humanities and art sciences, engineering and information sciences, military and sports sciences, and health and medicine sciences. It also analyzes and compares the interdisciplinary exploration activities in the two versions of high school mathematics textbooks, the People's Education Press and the Soviet Education Press. Based on the results of comparative analysis, this paper summarizes the characteristics of the current high school interdisciplinary mathematics exploration activities, and puts forward relevant suggestions for the future development of mathematics exploration columns.

Keywords

Interdisciplinary, High School Mathematics, Inquiry Activities, Textbook Comparison

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 研究背景

跨学科思维是指在课程与教学不囿于学科边界,重视学科内部、外部的知识交叉、融合,通过跨界去整合知识,从而解决问题的思维方式,其突出特征是思维上的融会贯通[1]。在《普通高中数学课程标准》中指出,数学探究活动是围绕某个具体的数学问题,开展自主探究、合作研究并最终解决问题的过程,是运用数学知识解决数学问题的一类综合实践活动,也是高中阶段数学课程的重要内容[2]。高中数学教材中的数学探究活动为跨学科融合提供了一条有效的途径,有效利用教材中的跨学科数学探究活动有利于开阔学生的眼界,为进一步学习奠定基础。而教材作为进行课堂探究活动的关键资源,在师生双边互动过程中起着重要的作用,它不仅是实现课程目标的主要载体,也是影响学生数学探究能力形成的重要因素。两版教材在数学探究内容的呈现方式及处理方式上有何异同?对我国今后编写教材有什么启示?通过本研究将获得对上述问题更深刻的认识。

2. 研究意义

跨学科融合已经成为新时代背景下实现教学目标的重要途径。随着科技的不断发展,作为一门基础学科,数学与其他学科的联系也愈加紧密,越来越多学科的研究和发展会用到数学方法和数学模型。而高中数学教材中的探究活动为学生提供了大量的跨学科学习资源,本文通过比较分析两版教材在探究活动中的区别与联系,促使探究活动在学生学习中发挥作用,从而培养学生数学跨界思维和批判性思维。

3. 研究设计

3.1. 研究对象

本文选择了人民教育出版社出版的高中数学教材(以下简称人教版)、江苏教育出版社出版的高中数学

教材(以下简称苏教版)中涉及到跨学科的综合实践活动为研究对象。选择这两套教材,主要有以下理由支持。

首先,人教版教材是我国不论影响力还是实际使用范围都最大的教材,受众广泛,立足于课程标准,内容全面[3]。但人教版新版教材编写基本都是建立在老教材的基础上,其创新性上略显不足。

其次,苏教版教材为凤凰国标教材。时下,苏教版教材除了在江苏本地使用外,在山西、安徽、陕西、广东等地均有使用。与人教版一样,使用范围较广,同时其配有一系列的资料、作业,因此被很多地方所选用。

3.2. 研究框架

本研究中的教材比较研究是通过比较人教 A 版、苏教版两套高中教材中所涉及到的跨学科数学探究活动部分,来探讨如何有效开展相关的教学活动。本文将跨学科领域分为六类,分别是:自然科学类、社会与经济学科类、人文与艺术学科类、工程与信息学科类、军事与体育学科类、健康与医药学科类。两套高中数学教材的数学探究活动基本上都有跨学科内容的体现。为了更加客观的对两版教材跨学科探究活动进行比较,本文将两版教材探究活动所涉及到的二级学科归纳在这六大类学科之下,如表 1 所示。

Table 1. Cross disciplinary domain classification and its role

表 1. 跨学科领域分类及其作用

学科大类	二级学科	作用
自然学科类	物理学、化学、生物学	帮助学生提升观察力、思维能力和逻辑推理能力
社会与经济学科类	经济学、社会学	有助于学生扩宽视野和增强综合素质,增强就业竞争力
人文与艺术学科类	史学、语言学、艺术学	丰富学生的情感体验,提高审美能力
工程与信息学科类	工程学、信息技术学	培养学生自身的思维与能力,促进学生开展个性化学习
军事与体育学科类	军事学、体育学	有助于提高学生身体素质,增强自信心和勇气,培养团队意识与合作能力
健康与医药学科类	健康学、医学、药学	关注自身身体健康状况,养成良好的生活方式

4. 两套数学教材跨学科探究活动内容比较及评价

4.1. 人教版跨学科探究活动跨学科领域分析

Table 2. Distribution of interdisciplinary mathematics exploration activities in the People's Education Press textbooks

表 2. 人教版教材跨学科数学探究活动分布情况

跨学科领域	数量	百分比
自然科学类	4	11.1%
社会与经济学科类	6	16.7%
人文与艺术学科类	10	27.8%
工程与信息学科类	10	27.8%
军事与体育学科类	3	8.3%
健康与医药学科类	3	8.3%

将高中数学人教 A 版必修一、必修二、选择性必修一、选择性必修二、选择性必修三一共五册书进行统计,并将其中 36 个跨学科探究活动进行分类对比,结果如表 2 所示。

根据上图分析,高中数学人教 A 版教材数学探究活动在各跨学科领域均有分布。其中人文与艺术学科类、工程与信息学科类出现的次数最多,前者主要涉及到史学类、音乐、美术等领域,而后者主要涉及到大数据、计算机绘图、统计软件的发展等方面。

其次是教材中涉及到的社会与经济学科的跨学科探究活动,人教版教材在社会学和经济学方面的探究活动均有兼顾,主要包括收视率、水电支出、居民人均收入等现实生活问题。

最后是自然科学类、军事与体育学科类、健康与医药学科类,这三类领域虽然涉及较少,但都在合适的章节有所涉及。

例:高中数学人教 A 版必修一第 115 页活动:放射性物质的衰减。如图 1 所示。

阅读与思考

放射性物质的衰减

本节问题 2 中的碳 14 是一种著名的放射性物质,像铀 235、铯 90、碘 131、钍 137、镭 226 等都是放射性物质。放射性物质是指那些能自然地向外辐射能量,发出射线的物质。在一个给定的单位时间内,放射性物质的质量会按某个衰减率衰减。一般是用放射性物质质量衰减一半所用的时间来描述其衰减情况,这个时间被称做半衰期。那么连续两个半衰期是否就是一个“全衰期”(放射性物质质量衰减为 0 所用的时间)?

实际上,在连续两个半衰期里,放射性物质将衰减为原有质量的 $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ 。所以,连续两个半衰期并非是一个全衰期。

在问题 2 中,我们知道碳 14 的半衰期为 5 730 年,如果 C_0 是碳 14 的初始质量,那么经过 t 年后,碳 14 所剩的质量 $C(t) = C_0 (\frac{1}{2})^{\frac{t}{5730}}$ 。

一般地,如果某物质的半衰期为 h ,那么经过时间 t 后,该物质所剩的质量 $Q(t) = Q_0 (\frac{1}{2})^{\frac{t}{h}}$,其中 Q_0 是该物质的初始质量。你能说明理由吗?

如果某函数呈指数增长,那么称函数值增长为原来两倍所用的时间为“倍增期”。你能通过上网查询,给出一个倍增的指数函数模型实例吗?

Figure 1. Attenuation of radioactive substances
图 1. 放射性物质的衰减

该活动属于高中数学人教 A 版第四章指数函数与对数函数部分的内容。该活动首先引入放射性物质碳 14,并给出放射性物质的定义,接着利用指数函数的相关知识提出数学问题,故该活动属于“自然科学类”跨学科领域。

4.2. 苏教版跨学科探究活动跨学科领域分析

将高中数学苏教版教材必修一、必修二、选择性必修一、选择性必修二共四册书总共 60 处跨学科探究活动进行归类对比,结果表 3 所示。

由上图可知,高中数学苏教版教材跨学科探究活动相对于人教版教材较多,其中,工程与信息学科类活动出现的最多,共计 19 次,占比 31.7%,主要涉及到计算机绘制函数图像、GeoGebra 的应用、EXCEL 的应用等。

其次是教材中涉及到的社会与经济学科类、人文与艺术学科类比较多,前者主要涉及到了福利彩票、噪声问题、成本函数、利息问题等;后者主要涉及到了钢琴、史学类、G大调、象棋、美术等领域。

自然科学类的数学探究问题在苏教版教材中也有体现,主要是关于DNA、细胞分裂、光学、力学、声强等问题。

Table 3. Distribution of interdisciplinary mathematical exploration activities in Jiangsu Education Press textbooks
表 3. 苏教版教材跨学科数学探究活动分布情况

跨学科领域	数量	百分比
自然科学类	8	13.3%
社会与经济学科类	15	25.0%
人文与艺术学科类	14	23.3%
工程与信息学科类	19	31.7%
军事与体育学科类	3	5.0%
健康与医药学科类	1	1.7%

最后,军事与体育学科类、健康与医药学科类在苏教版教材中也有少量涉及,主要是关于体重与脉搏、军事问题等方面。

例 2: 高中数学苏教版必修一第 150 页活动: 钢琴与指数曲线。如图 2 所示。

问题与探究

钢琴与指数曲线

钢琴是一种用琴槌击弦而振动发声的键盘乐器,最早的钢琴是意大利佛罗伦萨梅迪奇宫廷的乐师克里斯托弗里(1655—1731)于 1711 年制造的,钢琴的意大利文为 piano forte,由 piano(弱)和 forte(强)两字组合而成。钢琴在音量上可以奏出极大的层次变化,它的音域极为宽广,最多可以有 7 个八度并包括所有的半音。它可演奏和弦与复调音乐,手法极为丰富,因此,钢琴有“乐器之王”的称号。

但是,你曾留心过三角钢琴的轮廓有一投奇妙的“曲线”吗?三角钢琴的轮廓上部为什么制成这样形状的曲线?

为了解释这一现象,我们应学会观察、调查和研究。

首先,从左往右逐个试弹所有琴键(包括所有白键和黑键),我们听到琴声逐渐由低到高,这是因为琴声的高低与琴弦振动的频率有关,而琴弦振动的频率又与琴弦的长度有关。粗略地说,琴弦长则振动慢,频率小,故发出的声音低;琴弦短,则振动快,频率大,故发出的声音高。

如图 1,在 88 键钢琴中,音域宽度自大字二组的 A_2 至小字五组的 c^5 ,根据“十二平均律”的法则,任何两个相邻的键所发出的音相差半音阶(100 音分),它们的振动频率之比是一个常数 Q 。设最低的第一个音 A_1 的频率是 a ,则第二个音 A_2 的频率是 aQ ,第三个音 B_2 的频率是 aQ^2 ……另外,音高每提高八度(如 A_2 到 A_3),频率增大为原来的 2 倍,而八度音域内包含 12 个半音(连续的 7 个白键和 5 个黑键),所以,第十三个音(A_3)的频率是第一个音(A_1)的频率的 2 倍。故

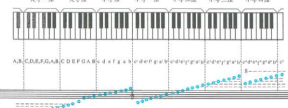


图 1

$$aQ^{12} = 2a,$$

$$Q^{12} = 2.$$

即

$$Q = \sqrt[12]{2}.$$

另一方面,弦振动的频率与弦长成反比。所以,从左向右,相邻两弦的长度之比是常数 $q = \frac{1}{Q}$,从而有 $q^{12} = \frac{1}{2}$ 。

设左边第一根弦的长度为 l ,则第二根弦的长度为 lq ,第三根弦

幂函数、指数函数和对数函数

的长度为 lq^2 ……如图 2,取第一根弦所在直线为 y 轴,各弦靠近键盘的端点所在直线为 x 轴建立坐标系,相邻两弦间的距离为长度单位。这时,将弦的另一端点(上部)连成光滑曲线,那么曲线上任意点的坐标 (x, y) 都满足函数关系 $y = lq^x$ 。

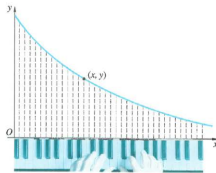


图 2

若令 $c = \log_q l$,则 $y = lq^x$ 可化为 $y = q^{cx}$ 。

经过适当平移,就可知道光滑曲线是指数函数 $y = q^x$ 的图像——指数曲线。

我国明代律学家朱载堉是世界上最早从理论上研究十二平均律的学者,他通过计算,使用

$$\sqrt[12]{2} \approx 1.059\ 463\ 094\ 359\ 295\ 264\ 561\ 825,$$

现在人们通常取 $\sqrt[12]{2} \approx 1.059\ 463$,由此可见他的计算值在当时是比较精确的。

生活中到处都有数学,我们要学会用数学的眼光观察世界,用数学这一强大工具发现自然界的奥秘。只要我们深入调查研究,就能发现许多问题是可以利用数学知识加以解决的。例如,中小学生的身高与课桌椅高度的关系。

许多学校的课桌椅高度都是一样的。无疑,高度一样的课桌椅不仅制作方便,而且摆放起来整齐、美观。但是,同一高度的课桌椅不能完全适合身高不同的学生,从而给他们的身体发育带来不良影响。因此,中小学生的身高与课桌椅高度的关系就值得研究。

通过实地调查,研究你所在学校的学生身高与课桌椅高度的关系。

Figure 2. Piano and exponential functions
图 2. 钢琴与指数函数

该活动属于高中数学苏教版第 6 章幂函数、指数函数和对数函数部分的内容。该活动首先利用钢琴的定义、由来引入，接着通过观察三角钢琴轮廓曲线引入数学问题，故该问题属于“人文与艺术学科类”跨学科领域。

5. 总结

5.1. 结论

两版教材所涉及到的跨学科领域横向、纵向比较图 3 所示：

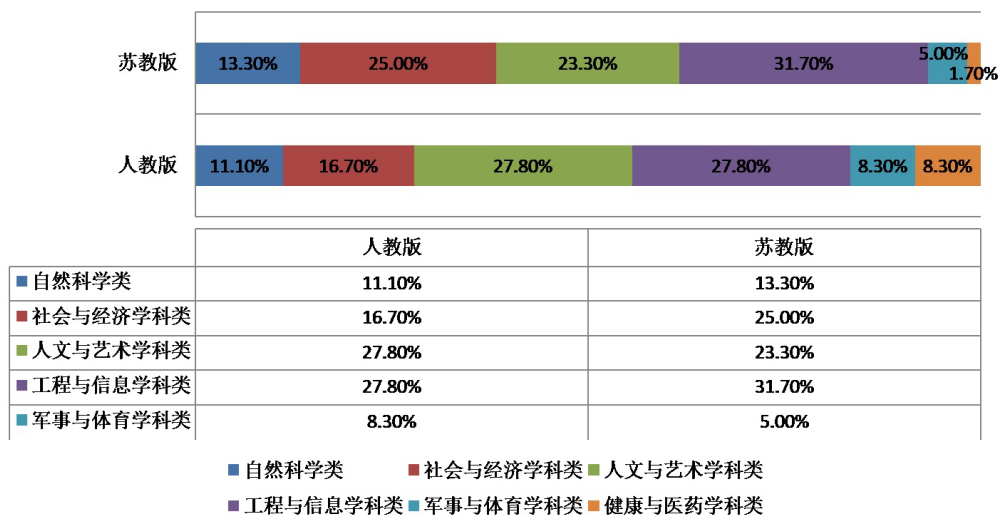


Figure 3. Comparison of interdisciplinary exploration activities between two versions of textbooks
图 3. 两版教材跨学科探究活动比较

5.1.1. 人教版教材跨学科数学探究活动分布比较均匀

从横向上来看，人教版的跨学科探究活动比较均匀，但探究活动与人文与艺术学科、工程与信息学科结合的比较多，在军事与体育学科类、健康与医药学科类所占的比例较少，并且人教版教材重视用史学知识引导学生学习。而苏教版高中数学教材跨学科探究活动主要集中于工程与信息学科类，主要是利用 GeoGebra、EXCEL 等软件进行函数图像的绘制，其次在社会与经济学科类、人文与艺术学科类分布也比较多，但在军事、医药学科类涉及较少。

5.1.2. 苏教版高中数学教材的跨学科探究活动多于人教版教材

人教版数学教材的跨学科探究活动虽然相对来说较少，但是其分布比较均匀，在各种学科领域都有涉及。这两版教材的跨学科探究活动在工程与信息学科类的涉及都比较多，可见信息技术的发展对数学学科的发展带来了很大的影响。综合来看，苏教版教材的数学探究活动相对于人教版来说更具新意，而人教版教材中所设计的探究活动其创新性不足。而人教版教材的优势体现在其中的探究活动更加注重难易结合，能够兼顾到不同发展水平的学生，苏教版个别活动的专业性较强，涉及到的跨学科知识相对复杂，活动难度偏大。

5.2. 启示与建议

5.2.1. 增加探究栏目问题数量，提升探究深度

在现代社会发展的过程中，对于复合型、创新型人才的渴求变得愈发强烈[4]，同时在新课程改革的

过程中,素养立意下的课程、教学对教师提出了新的要求、新的挑战,需要我们运用新的思维方式去面对,运用探究活动引导学生主动探索是一条值得选择的途径[5]。在统计的过程中,我发现人教版教材和苏教版教材都设计了非常多的数学探究活动供学生自主学习,但其中也发现在一部分探究栏目之下所设置的问题较少,涉及的知识点有限,难度不大,探究不够深入,容易导致教师将探究活动作为课后习题处理,没有最大限度的发挥出数学探究活动的作用。

我认为一个数学探究活动可以综合多个知识点,这样设计不仅能够培养学生的发散性思维,建立内部知识结构,更能够提高学生数学抽象、数学建模、解决数学问题的能力。教师在实际教学中应主动挖掘探究活动的内在价值,在已有的探究栏目下做适当延伸,合理增加探究问题[6]。

5.2.2. 融入真实情景探究问题, 加强实际练习

数学作为人们日常生活中应用最为普遍的一项生产工具,其最大价值体现在能够帮助人们解决实际问题。而今随着科学技术的不断发展,数学知识也开始与越来越多的其他专业知识进行融合,不但展现出了自身的强大功能,同时也体现出了更为丰富的应用价值[7]。在统计分析的过程中,我发现有一些跨学科数学探究活动比较抽象,远离学生的实际生活,这样设计可能会削弱学生对于探究活动的兴趣。

新课标对“情境与问题”做了如下表述:“情境主要是指现实情境、数学情境、科学情境,问题是指在情境中提出的数学问题[2]”。其中的科学情境就要求教材编制者能够将数学知识与其他专业知识相结合,研制跨学科问题。同时,教师应发挥主导作用,及时为学生提供思路,鼓励学生自主发现生活中的数学问题进行探索,做到学以致用。此外,教师应该创设更多其他学科相关的数学探究活动,培养学生的跨学科思维[8]。

5.2.3. 学科跨界切忌简单、生糙, 要体现数学本质

学科跨界融合并不是诸多学科简单无序或牵强附会地粘连和介入,也不是为了猎奇而追求“标新立异”,而是经过筛选的、具有目标导向的、有价值的参与[3]。在高中数学教材中融入跨学科探究活动的目的是在学好数学知识的前提下,能够适当地获取其他学科的知识,以此在学生头脑中形成知识网络,而不是为了跨界而跨界。总之,跨界融合要立足于问题解决的现实,并通过这一过程实实在在提高学生的思维品质,发展学生综合素养。

参考文献

- [1] 张建萍. 试论数学综合实践活动课的创新开展策略[J]. 才智, 2019(22): 117.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2008.
- [3] 周雪倩. 初中数学教材“跨学科”综合实践活动的比较研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2022.
- [4] 万劲波, 刘明熹. 国家战略人才力量建设的重点任务[J]. 国家治理, 2023(18): 27-33.
- [5] 郑英. “双减”背景下小学数学跨学科整合的课堂教学策略研究[J]. 亚太教育, 2022(16): 13-15.
- [6] 徐斌艳. 高中数学教材探究内容的分析指标体系及比较研究[J]. 课程·教材·教法, 2012, 32(10): 35-40.
- [7] 杨秋香. 中澳高中数学教材探究板块比较研究——以人教版、澳洲 HM 版为例[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东师范大学, 2019.
- [8] 应丹蓉. 高中数学教材中数学探究内容的比较研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2013.