

高中数学人教A版和苏教版教材数学文化比较研究

——以“概率与统计”为例

李海彬, 吴小涛

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年3月4日; 录用日期: 2024年4月29日; 发布日期: 2024年5月6日

摘要

教材是学习者获得知识的重要媒介, 数学文化是数学教材中的重要组成部分。数学课程内容在注重结构优化, 突出主体的同时也要注意数学文化的渗透。为了解数学教材中数学文化分布情况, 促进数学文化融入数学课堂, 研究以人教A版和苏教版高中数学教材为对象, 从数学文化栏目分布、数学文化类型、数学文化运用水平三个方面对概率与统计内容进行对比分析。基于此, 对教学教材编写提出几点建议: 教材要加强跨学科整合; 加强数学学科与其他学科的联系; 加强数学知识与文化背景的联系; 全面发挥数学文化的功能。

关键词

高中数学教材, 数学文化, 概率与统计, 核心素养

A Comparative Study on Mathematical Culture of High School Mathematics between People's Education A Edition and Jiangsu Education Edition Textbooks

—Taking “Probability and Statistics” as an Example

Haibin Li, Xiaotao Wu

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 4th, 2024; accepted: Apr. 29th, 2024; published: May 6th, 2024

Abstract

Textbooks are an important medium for learners to acquire knowledge, and mathematical culture is an important component of mathematics textbooks. The content of mathematics courses should not only focus on structural optimization and highlight the subject, but also pay attention to the infiltration of mathematical culture. In order to understand the distribution of mathematical culture in mathematics textbooks and promote the integration of mathematical culture into mathematics classrooms, this study focuses on the distribution of mathematical culture columns, types of mathematical culture, and application level of mathematical culture in high school mathematics textbooks published by People's Education Edition A and Jiangsu Education Press. A comparative analysis of probability and statistical content is conducted from three aspects. Based on this, several suggestions are proposed for the compilation of teaching materials: textbooks should strengthen interdisciplinary integration; strengthen the connection between mathematics and other disciplines; strengthen the connection between mathematical knowledge and cultural background; and fully leverage the functions of mathematical culture.

Keywords

High School Mathematics Textbooks, Mathematical Culture, Probability and Statistics, Core Competencies

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》明确说明,“数学文化即数学的思想、精神、语言、方法、观点及其形成与发展;还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义,以及与数学相关的人文活动”[1]。随着教育的发展,教学中日益注重对于数学文化的渗透,数学教学在突出科学的科学、应用价值的同时,还要注重数学的文化、审美价值的体现,展现数学文化的价值观。数学教材是教师开展教学活动和学生学习的重要资源,直接影响着教学的成效与学校教育的质量[2]。在新课标的要求下,各种教材的编写都不可或缺地渗透了数学文化,使学生用数学的眼光看待世界。为了使教师更好地从数学文化的视角把握数学教材的特点,展现数学文化的价值,从而提高数学教材的编写水平,本研究选取应用广泛且特色鲜明的人教A版与苏教版两个版本的教材的数学文化部分加以研究。

2. 研究内容和方法

2.1. 研究内容

人教版教材是广泛运用于我国且知识系统全面的数学教材,教材含有众多数学文化内容[3]。苏教版教材是江苏省出版的,教育部组织审核的教材,教材精选典型、新颖、有助于促进学生数学思维发展的素材,注重整体设计、系统规划,并有阅读板块专注于数学文化的讲解[4]。两个版本的教材对于数学文化的探究都有显著的特色。统计与概率是高中数学的一条主线,是初等数学的核心部分,且与数学文化联系较为密切。基于此,选用两版教材的统计与概率部分数学文化内容进行比较。

2.2. 研究方法

本研究以高中“统计与概率”部分的数学文化为例, 研究对象分别为人教 A 版和苏教版教材。经文献查阅李卓忱、王嵘、唐恒钧、温建红[5] [6] [7] [8]等学者的比较研究较为深入, 因此, 本研究在研究过程中参考和借鉴他们的分析框架, 主要从数学文化栏目分布、类型、运用水平三个维度进行比较分析。用数据量化的方式对比两版数学教材中数学文化应用程度的优势与劣势, 旨在以提升数学文化、审美价值为导向, 对高中数学教材提出合理化建议。具体量化方式如下:

量化两版教材数学文化出现的次数需要进行数学文化的编码与统计, 在编码时遵循以下的基本规则: 同一章节出现相同的数学文化类型, 只计算一次; 同一栏目中如果包含多种数学文化类型时或多个栏目中有相同的数学文化内容时, 分开计算出现次数; 插图和文字同时介绍一个数学文化时, 计一次; 教材同一栏目有多层次数学文化应用时, 计算最高层次数。次数计算完成后, 运用统计软件 SPSS27.0 对两个版本教材数学文化的三个维度进行卡方检验, 运用所得卡方值与 P 值, 对照查阅 χ^2 分布表, 判断两版教材中数学文化内容分布的差异性情况。注意在计数时可能会因为个体的主观性而导致统计偏差, 所以在计数时可由多名研究者共同操作, 最终反复商议得出较为一致的判断。

3. 人教 A 版和苏教版高中必修教材统计与概率内容数学文化比较

3.1. 不同栏目数学文化分布情况的比较

数学文化的内容在两个版本的教材中都有较多体现, 为便于比较, 将两版教材共性进行提炼, 将教材分为正文和非正文两个部分。其中情境引入、例题、习题等内容为正文内容, 其他内容为非正文内容, 具体情况见表 1。

Table 1. Statistical and Chi square test table for the distribution of mathematical culture in different columns

表 1. 两版教材不同栏目数学文化分布统计和卡方检验表

栏目	数学文化(频数/百分比)		卡方检验	
	人教 A 版	苏教版	卡方	P
非正文	31/16	20/8		
引入	13/7	21/9		
例题	34/18	32/13	9.873	0.02
习题	110/59	167/70		
总计	188/100	240/100		

由表 1 所得到 P 值($P = 0.02 < 0.05$)可知, 在不同栏目数学文化的比较上, 人教 A 版与苏教版存在显著差异。其中, 人教 A 版数学文化频数为 188, 苏教版为 240, 苏教版统计与概率部分的数学文化的总量多于人教 A 版。两个版本的教材中, 习题在数学文化的总量中都占有最大比例, 其次是各自的例题部分的数学文化的占有量, 这反映出教材中题目与数学文化的结合较为紧密。在教材的非正文部分, 数学文化主要体现在专门的数学文化专题栏目中, 体现在人教 A 版中为“阅读与思考”专题栏目, 体现在苏教版为“阅读”专题栏目。表 2 是两个版本必修教材第一册数学文化专题栏目的比较, 可以看出, 人教 A 版数学文化专题栏目要多于苏教版, 人教 A 版在统计部分的数学文化有“如何得到敏感性问题的诚实反应”“统计学在军事中的应用”“大数据”等三栏, 而苏教版仅有“恩格尔系数”一栏; 在概率部分则是相同的数量, 人教 A 版为“孟德尔遗传定律”, 苏教版为“制作杨辉三角”。从内容介绍来看,

苏教版篇幅较长、较为精细, 人教 A 版则更为精简。

Table 2. Comparison of content in mathematical culture special topics

表 2. 数学文化专题栏目内容比较

	章节	人教版“阅读与思考”栏目	苏教版“阅读”栏目
必修第二册		如何得到敏感性问题的诚实反应	
	第九章	统计学在军事中的应用 大数据	恩格尔系数
	第十章	孟德尔遗传规律	制作杨辉三角

3.2. 数学文化类型的比较

将数学文化在数学教材中的类型分为四个方面: 数学史、数学与生活、数学与科技、数学与人文艺术, 对数学文化的这四个方面在两版教材中的体现进行统计分析并做卡方检验(见表 3)。

Table 3. Distribution statistics and Chi square test table of mathematical cultural types

表 3. 数学文化类型的分布统计和卡方检验表

内容类型	数学文化(频数/百分比)		卡方检验	
	人教 A 版本	苏教版	卡方值	P 值
数学史	8/4	11/5	0.338	0.953
数学与生活	125/66	154/64		
数学与科技	50/27	67/28		
数学与人文艺术	5/3	8/3		
总计	188/100	240/100		

由卡方检验 P 值($P = 0.953 > 0.05$)可知, 在数学文化类型上, 人教版与苏教版并无太大差异, 都较为重视数学与生活 and 科技的结合, 在对于数学与生活 and 科技的数学文化内容的比例都达到了 90%以上, 相对的在数学史和数学与人文艺术两个板块的数学文化渗透就较为薄弱, 两版教材所占比例都不足 10%, 下面对四种数学文化类型进行具体分析。

1) 数学史。数学史体现数学的形成与发展以及数学的人文价值。从数学史观察数学的形成与发展包括显、隐性两个方面。数学家介绍, 数学家名言, 数学知识历史介绍, 历史上的数学题等数学史的直观表达为其显性方面; 而对数学历史上的问题进行重构或者改变, 以适应现代教学为其隐性方面。在“概率与统计”部分, 人教 A 版较为注重显性数学史的渗透, 在正文的注解部分有“奥地利数学家米泽斯”“法国数学家拉普拉斯”的直观介绍。而苏教版在这一部分较为注重显、隐性数学史的结合, 比如“历史上的抛硬币实验”“管仲之‘问’在今日的含义”, 使统计与概率知识与有关数学史内容紧密结合在一起。两版教材的数学史大多集中在非正文的专栏部分, 而在正文部分较少, 但苏教版的习题设置中有专门的“阅读题”促进学生数学史的学习, 人教 A 版则没有该部分的设置。

2) 数学与生活。统计与概率与生活结合较为紧密, 在数学文化的占比大, 基于 PISA 分类和王建磐 [8]等对将数学与生活的分类细分为个人生活与公共生活(表 4)。个人生活囊括学生的日常、学校等易接触的生活, 公共生活包括社会、经济等学生较难接触的生活品类。

Table 4. Mathematics and lifestyle distribution statistics and Chi square test table**表 4.** 数学与生活类型分布统计和卡方检验表

数学与生活	数学文化(频数/百分比)		卡方检验	
	人教 A 版	苏教版	卡方值	P 值
个人生活	56/45	74/48	0.116	0.733
公共生活	69/55	80/52		
总计	125/100	154/100		

从卡方检验 P 值($P = 0.733 > 0.05$)可知(表 4), 在数学与生活类型上, 苏教版与人教 A 版并无太大差异性。在个人生活与公共生活方面, 苏教版都要多于人教 A 版。

进一步细化分析教材中的数学与生活内容(表 5), 从卡方检验 P 值($P = 0.939 > 0.05$)可知, 在数学与生活子类上, 苏教版与人教 A 版也并无太大差异性。两版教材数学与生活子类日常生活与娱乐生活占比最大, 比如“日常气温统计”“骰子及硬币问题”“平均身高统计”“平均用水量统计”等, 所占比重达到 50%以上, 涉及经济生活的内容较少。

Table 5. Distribution statistics and Chi square test table for the subclasses of mathematics and life**表 5.** 数学与生活子类的分布统计和卡方检验表

数学与生活子类	数学文化(频数/百分比)		卡方检验	
	人教版	苏教版	卡方值	P 值
日常生活	33/26	38/27	1.261	0.939
学校生活	16/13	25/16		
社会生活	21/17	25/16		
经济生活	10/8	9/6		
娱乐生活	33/26	40/26		
职业生活	12/10	17/11		
总计	125/100	154/100		

3) 数学与科技。根据科学内容研究对象的不同, 数学与科技数学文化可分为生物科学、地球科学、物质科学、高新技术、建筑科学。生命科学指生态学、生物学、医学、生命健康等; 地球科学指地质学、天文、航海、灾害、环境等; 物质科学指物理、化学等; 高新技术指航天、计算机技术等前沿高科技; 建筑科学指与建筑的结构、稳固相关的内容。

Table 6. Distribution statistics and Chi square test table for mathematics and technology types**表 6.** 数学与科技类型的分布统计和卡方检验表

数学与科学	数学文化(频数/百分比)		卡方值	P 值
	人教 A 版	苏教版		
生物科学	7/14	14/21	1.251	0.741
地球科学	21/42	24/36		
物质科学	15/30	18/27		
高新技术	7/14	11/16		
建筑科学	0/0	0/0		
总计	50/100	67/100		

从卡方检验 P 值($P = 0.741 > 0.05$)可知(表 6), 两版教材在数学与科技类型上一致性显著。两版教材都较强调地球科学与物质科学的结合。其中“统计”部分与地球科学, 物质科学和生命科学联系较为紧密, 如“水稻种子分蘖数”“家庭成员血型统计”“棉花纤维长度”“鱼的吸汞量”“地震、降水发生的可能性”等; “概率”部分与物质科学的联系较为紧密, 如“A、B、C 电器元件串联”“并联电路情况”等。从统计数据可以发现, 两版教材在数学与科技方面分布较为广泛, 但仍然有建筑科学方面内容的欠缺, 需要在这一部分加强补足。

4) 数学与人文艺术。数学与人文艺术主要包括人文科学、美术、音乐三类, 展现数学的人文价值。两版教材在该部分所占比例都较少。苏教版在人文领域有较多展现, 如“柯南道尔《跳舞的小人》”“《文学文摘》”“《中国统计年鉴》”等, 美术领域有“名画与贋品画”, 音乐领域没有体现; 人教 A 版主要在人文领域, 没有美术和音乐领域, 主要包括“字母在英文著作中的使用概率问题”, “学术论文与专著”等。

3.3. 数学文化运用水平的比较

在数学史数学文化的运用上, 两版教材的数学史中在数学文化的总体占比较少, 且与正文相对剥离, 运用水平总体较低, 在教学时往往会被教师忽略, 需要探索更好的运用形式, 加大与正文的关联。除数学史之外的其他类型数学文化的运用水平根据王建磐[9]等学者的研究可分为两类: 外在型和内在型, 外在型与数学知识关联度较低, 只关注数学文化本身; 内在型与数学知识具有一定关联度, 具体可细分为可分离型与不可分离型, 前者文化与数学问题可以分离, 并非组成一个有机整体而存在, 关联度不高; 后者数学文化与问题相互融合, 不可分离, 关联度较高。

Table 7. Distribution statistics and Chi square test table for other types of application levels

表 7. 其他类型运用水平的分布统计和卡方检验表

其他类型运用水平	数学文化(频数/百分比)		卡方检验		
	人教 A 版	苏教版	卡方值	P 值	
外在型	11/6	19/8	0.728	0.695	
内在型	可分离型	25/14			30/13
	不可分离型	144/80			180/79
总计	180/100	229/100			

从表 7 中的卡方检验 P 值($P = 0.695 > 0.05$)可知, 两版教材在该运用水平上基本保持一致。从统计数据可知, 数学文化与数学知识的关联度较高, 不可分离型数学文化的运用占总数的绝大多数, 与生活背景知识关联度较高, 其中人教 A 版如“学生成绩统计”“保险公司销售额”“家庭用电情况”, 苏教版如“学生身高统计”“员工收入情况收入”“我国人均寿命”等; 外在型和可分离型只占数学文化的少量部分。

4. 结论及建议

4.1. 结论

1) 两版教材在数学文化结构设置上都较为完整, 在正文与非正文部分都有设置大量的数学文化内容, 其中苏教版的数学文化总量更多。在正文部分, 习题中渗透数学文化内容较多, 其次为例题、引入部分。在非正文部分, 主要设置“阅读”专栏进行数学文化的传授, 对比发现, 苏教版专栏部分更为精

细, 人教 A 版内容更加丰富。在教材内容中, 习题中所占数学文化比例最高, 说明两版教材都重视学生在解题中学习数学文化, 感受数学的文化、审美价值。在文化类型分布上, 教材以数学与生活和生活与科技类型占比高, 而数学史和数学与人文艺术占比少, 这与章节内容的选择有一定关联。在社会生活和个人生活中, 概率与统计发挥着不可或缺的作用。

2) 两个版本教材与数学文化的内在联系较高。数学文化的运用水平都以不可分离型占比最多, 可分离型与外在型只占少部分。在教材中, 若以外在型和可分离型数学文化出现, 很多教师往往会剥离数学文化的部分, 只注重数学知识的讲解, 没有使教材所蕴含的教学意义得到充分发挥, 而不可分离型数学文化类型加大了数学文化与教材内容的内在联系。

4.2. 建议

1) 借助信息资源扩展数学教材中的数学文化。两版教材在数学文化的结构、内容上都较为完整, 但形式上欠丰富。数学教材中的数学文化内容能激发学生的兴趣, 使学生感受到数学与实际生活, 数学与科技之间的关系。但是数学教材的篇幅始终受到课本内容篇幅的限制, 从书本上, 学生难以全面了解数学文化的内容, 这就需要学生充分发挥自身的主体性, 教材和教师要有意识地引导。教材可以随着信息技术的发展添加二维码或数学文化网站链接等方式克服教材数学文化呈现方式单一的缺点, 将更多数学文化融入教材, 使学生获得数学文化的方式更为多元。

2) 数学文化的内容分布应该更加均衡。数学所包含的思想文化是具有多元性的。数学教材中的数学文化包含数学与生活, 数学与科技等多个板块的内容, 学生可从教材中探索数学的历史与文化的多样性与联系。但可以发现, 数学与人文艺术类型的数学文化内容总体较少, 数学与生活的内容总体偏多, 虽然和选取的统计与概率章节有一定的关联性, 但是仍可以适当增加数学与其他方面的数学文化整合, 运用中华优秀传统文化素材进行例题编写或增设课外阅读, 使数学的多元价值得以体现。

3) 提高数学文化与数学知识的内在联系。总体来说, 统计与概率部分的数学文化运用水平较高, 数学文化与数学知识关联性强, 而教材要呼吁这种高关联、高应用。在其他章节的文化运用水平的设置中, 要与“统计与概率”章节平齐, 使数学与情境相结合, 发展学生的建构思维, 主体作用, 提高学生的数学核心素养。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准: 2017 年版 2020 年修订[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 23.
- [2] 主国启, 姜晶. 高中数学新旧教材中概率与统计习题比较研究——以人教 A 版为例[J]. 长春教育学院学报, 2021, 37(9): 58-64.
- [3] 邵光华, 张妍. 人教 A 版高中数学新教材特色分析及使用建议[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39(12): 109-114.
- [4] 李善良, 徐稼红. 2019 版普通高中数学(苏教版)教材编写思路与体例[J]. 基础教育课程, 2019(19): 53-59.
- [5] 李卓忱, 汪晓勤. 中法初中数学教科书章前页中的数学文化比较研究[J]. 数学教育学报, 2022, 31(2): 26-34.
- [6] 王嵘. 数学文化融入中学教科书的内容与方法[J]. 数学教育学报, 2022, 31(1): 19-23.
- [7] 唐恒钧, 张维忠, 李建标, 等. 澳大利亚数学教材中的数学文化研究——以“整数”一章为例[J]. 数学教育学报, 2016, 25(6): 42-45.
- [8] 温建红, 王培培. 高中数学人教 A 版和湘教版教材数学文化比较研究——以必修教材函数内容为例[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2023, 36(4): 130-136.
- [9] 王建磐, 汪晓勤, 洪燕君. 中、法、美高中数学教科书中的数学文化比较研究[J]. 教育发展研究, 2015, 35(20): 28-32+55.