

# 基于GM灰色系统模型的浙江省人均GDP预测

吴鑫淼, 张仕奇, 阎虎勤

厦门国家会计学院, 福建 厦门  
Email: 15191671090@163.com

收稿日期: 2021年5月15日; 录用日期: 2021年6月1日; 发布日期: 2021年6月17日

## 摘要

人均GDP是经济学中衡量人均产出的一个有效统计量, 它可以在很大程度上度量社会中居民福利状况, 能够指导政府部门做出一系列经济决策。本文基于灰色系统理论, 根据2000~2019年浙江省人均GDP数据建立GM(1,1)模型与GM(2,1)模型, 结果显示模型精度良好。根据建立的模型对浙江省2020~2025年人均GDP进行预测, 为浙江省制定经济政策提供理论依据。

## 关键词

灰色系统模型, 人均GDP, 数据预测

## Forecast of Per Capita GDP in Zhejiang Province Based on GM Grey System Model

Xinmiao Wu, Shiqi Zhang, Huqin Yan

Xiamen National Accounting Institute, Xiamen Fujian  
Email: 15191671090@163.com

Received: May 15<sup>th</sup>, 2021; accepted: Jun. 1<sup>st</sup>, 2021; published: Jun. 17<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

Per capita GDP is an effective statistic to measure per capita output in economics. It can measure the welfare status of residents in society to a large extent, and can guide government departments to make a series of economic decisions. Based on the grey system theory, this paper establishes the GM(1,1) model and GM(2,1) model based on the per capita GDP data of Zhejiang Province from 2000 to 2019, and the results show that the model accuracy is good. According to the established

model, the per capita GDP of Zhejiang Province in 2020~2025 is predicted, which provides a theoretical basis for formulating economic policies in Zhejiang Province.

## Keywords

Grey Model, Per Capital GDP, Data Prediction

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

GDP (国内生产总值), 反映某地区在一定时间内所生产的最终产品的价值总和, 是宏观经济核算的关键指标。2020 年, 中国国内生产总值首次突破 100 万亿元大关, 这标志着我国改革开放四十余年经济发展取得了显著的成就。总量来看我国已稳居世界第二并预期在不远的将来可以超过美国, 人均 GDP 在过去两年也都突破一万美元, 这些已经取得的经济发展数据都表明我们已经实现全面小康水平, 但必须要认识到我国距离社会主义现代化强国的目标还有一定的距离。一般认为人均 GDP 2 万美元是发达国家的最低门槛, 3 万美元到 6 万美元为中等发达国家, 8 万美元以上为高等发达国家, 可以清楚看到我国人均经济量距离发达国家还相去甚远。因此对人均 GDP 进行预测在当下可能比预测总量更为重要, 我们是否能够如期完成“十四五”规划和 2035 远景目标都与人均 GDP 这个指标密切相关。而浙江省一直都是我国经济强省, 民营经济发展水平极高, 2020 年浙江省 GDP 总量为 64,613 亿元, 在全国排名第四。而人均 GDP 金额为 110,450 元, 在全国排名第五。浙江省产业结构等较为合理绿色发展水平较高, 可以为我国部分北方省份的发展提供经验, 本文所分析的浙江省人均 GDP 发展对于为我国下一阶段经济建设建言献策意义非凡。

## 2. 文献综述

GDP 作为国民经济运行的一项核心指标, 对其进行较为精确的预测对于指导建立预算等有很大的意义。随着实证研究的兴起和预测信息技术的发展, 不同研究者分别利用很多不同的模型对我国或各地区 GDP 数据进行过预测。例如李娜, 薛俊强(2013)利用 ARIMA 模型 GDP 增长进行预测研究, 结果表明 2009~2011 年 GDP 预测误差很低, 证明了 ARIMA 模型预测的优良性[1]; 朱青, 周石鹏提出 LSTM-XGBoost 二维组合模型对 GDP 增速进行预测, 并验证了其可靠性[2]。而近年来越来越多的研究人员尝试利用灰色预测模型对 GDP 进行预测。王美娜, 杨孝斌(2021)选取贵州省 2012~2018 年数据套用 GM(1,1)模型进行预测, 并用 2019 年数据来检验误差, 同时通过灰色关联分析方法来考察 GDP 数据与贵州省产业结构之间的关系。得到了一系列有用的结论[3]。卢俊岚, 王明辉(2019)用灰色预测模型对广东省 1978 至 2016 年 GDP 进行分析, 并预测 2017 年之后的数据, 在套用原始数据时进行了对数化处理, 得到了较高准确度的预测结果[4]。赵国君, 张星(2018)对 GM(1,1)模型进行了优化改进, 对初始条件和背景值都做出了调整得到了较高的精确度, 据此得出结论认为北京市未来几年 GDP 年均增长率将保持在 9.30%左右[5]。祖培福, 赵文英等(2018)利用背景值优化后的 GM(1,1)模型预测牡丹江未来 GDP 数据, 同时对优化后和传统模型之间进行了对比, 发现优化模型得出结果更科学并为牡丹江的发展提出建议[6]。田梓辰, 刘淼(2018)在 GM(1,1)模型的基础上通过拉格朗日插值和改进的拉格朗日插值对其背景值做了重构, 对新疆近

年 GDP 数据进行了分析预测[7]。

### 3. 模型构建与数据来源

#### 3.1. 模型原理概述

上世纪 80 年代,为解决小样本,信息缺乏下的模型构建问题,邓聚龙教授首次提出了灰色理论[8]。从本质上看,灰色系统模型是一种指数函数模型,其主要是将随机性较强的原始序列进行数据处理,使其变得光滑呈指数型,增强其规律性,然后建立模型预测,基于这一逻辑对信息不完全下的系统进行拟合预测,其特有的优势为解决原始数据样本量小,影响因素极多等难以进行的研究提供了有效的解决方案。目前灰色模型已经被广泛应用于我国各产业的众多领域,已然解决了社会生产生活中的大量问题。

本文将分别采用 GM(1,1)模型通解、GM(1,1)模型邓聚龙解和 GM(2,1)模型的优化解三种算法对浙江省人均 GDP 数据进行预测[9]。

##### 3.1.1. GM(1,1)模型通解

GM(1,1)模型是最简单的灰色系统模型,其基础是常微分方程的解析解,GM(1,1)微分方程直接求解的建立过程如下:

假设有一个变量  $x(t)$  是时间变量  $t$  的函数,它满足一阶常微分方程条件:

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = b \quad (1)$$

这里,参数  $a$  和  $b$  是两个常系数。假设参数  $C$  是任意常数,那么,该微分方程的解析解或者通解为:

$$x(t) = \frac{b + e^{a(C-t)}}{a} \quad (2)$$

如果  $x(t)$  有一个初值,在  $t=0$  时,初值为  $x(0)$ ,那么,  $x(0)$  也满足这个解,因此,参数  $C$  满足关系式:

$$e^{aC} = ax(0) - b \quad (3)$$

代入微分方程的通解,就有:

$$x(t) = \frac{b}{a} + \left( x(0) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} \quad (4)$$

该函数具有指数函数的特征,由于其对于参数  $a$  和  $b$  的依赖性很强,而参数  $a$  和  $b$  又是未知的,且在正常情况下不易估计,因此,该模型也被称为灰色系统。由于只有一个变量  $x(t)$ ,且是一阶微分,所以记为 GM(1,1)。

##### 3.1.2. GM(1,1)模型邓聚龙解

设原始数据离散序列为

$$x^{(0)} = \{x_0^{(0)}, x_1^{(0)}, \dots, x_{n-1}^{(0)}\} \quad (n \geq 3; x_k^{(0)} \geq 0; k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (5)$$

一次累加后得到如下序列:

$$x^{(1)} = \{x_0^{(1)}, x_1^{(1)}, \dots, x_{n-1}^{(1)}\} \quad (n \geq 3; x_k^{(1)} \geq x_{k-1}^{(1)}; k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (6)$$

$$x_k^{(1)} = \sum_{i=0}^k x_i^{(0)} \quad (i = 0, 1, \dots, k) \quad (7)$$

生成  $x^{(1)}$  的近邻均值等权序列:

$$z^{(1)} = \{z_1^{(1)}, z_2^{(1)}, \dots, z_{n-1}^{(1)}\} \quad (n \geq 3; k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (8)$$

$$z_k^{(1)} = \frac{1}{2}(x_k^{(1)} + x_{k-1}^{(1)}) \quad (9)$$

一阶微分方程求解过程转化如下:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(0)}(t) = b \quad (10)$$

其中:  $a, b$  为待定参数, 然后运用最小二乘法求解可得

$$(a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_N \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)} & 1 \\ -z_2^{(1)} & 1 \\ \dots & \dots \\ -z_{n-1}^{(1)} & 1 \end{bmatrix}, Y_N = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \dots \\ x_{n-1}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

求解  $a, b$  后, 进而得出方程的时间响应式

$$\hat{x}_k^{(1)} = \left(x_1^{(0)} - \frac{b}{a}\right) e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a} \quad (13)$$

$$\hat{x}_k^{(0)} = \hat{x}_k^{(1)} - \hat{x}_{k-1}^{(1)} \quad (14)$$

### 3.1.3. GM(2,1)模型的优化解

GM(2,1)和 GM(1,1)的区别在于 GM(2,1)是二阶常微分方程, GM(1,1)为一阶常微分方程, GM(2,1)微分方程模型建立过程如下:

假设变量  $x(t)$  是关于时间  $t$  的二阶常微分方程的解, 满足条件:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a \frac{dx(t)}{dt} + bx(t) = 0 \quad (15)$$

则该微分方程的通解为:

$$x(t) = C_1 e^{\frac{(-a - \sqrt{a^2 - 4b})t}{2}} + C_2 e^{\frac{(-a + \sqrt{a^2 - 4b})t}{2}} \quad (16)$$

为了编程方便, 我们对该关系式予以简化:

$$x(t) = C_1 e^{mt} + C_2 e^{nt} \quad (17)$$

这里, 存在关系式:

$$m = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2} \quad (18)$$

$$n = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2} \quad (19)$$

$$C_1 = \frac{x(0)e^n - x(1)}{e^n - e^m} \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{x(1) - x(0)e^n}{e^n - e^m} \tag{21}$$

### 3.2. 数据来源

为了研究浙江省人均 GDP 的增长情况，本文以浙江省统计年鉴为数据选取依据，将 2000 年至 2019 年浙江省人均 GDP 作为原始数据，测算 2020 年至 2025 年江省人均 GDP。具体指标如表 1 所示。

**Table 1.** Per capita GDP data of Zhejiang province

**表 1.** 浙江省人均 GDP 数据

年份	人均 GDP (元)	年份	人均 GDP (元)
2000	13,461	2010	51,711
2001	14,655	2011	58,665
2002	16,838	2012	63,266
2003	20,147	2013	68,462
2004	23,942	2014	72,967
2005	27,703	2015	77,644
2006	31,241	2016	83,538
2007	36,676	2017	92,057
2008	41,405	2018	98,643
2009	43,842	2019	107,624

数据来源：浙江省 2000 年~2019 年统计年鉴。

## 4. 模型分析

### 4.1. GM(1,1)模型通解

对于 GM(1,1)模型而言，由于其具有指数函数特点，且只有  $a$ ,  $b$  两个参数，适用于最小二乘法，本文运用 python 中的 Curve-Fit 函数进行拟合求解，上表为 GM(1,1)的具体预测结果。由于在预测时，进行了 5 次拟合，各拟合结果相关参数如表 2 所示。

**Table 2.** Data fitting parameter table of GM(1,1) model

**表 2.** GM(1,1)模型通解数据拟合参数表

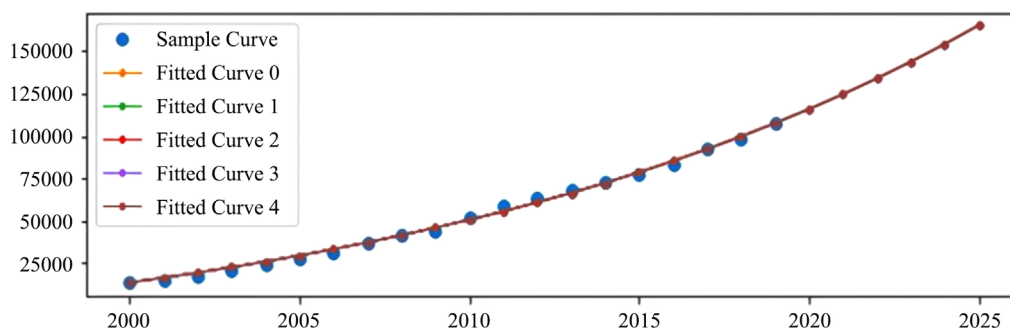
	$a$	$b$	$R$	$R^2$	$Adj R^2$	$SER$	$RMSE$
1	-0.06	1989.04	0.9799629	0.9603274	0.9581234	1748.0626953	1658.3578830
2	-0.06	1989.03	0.9799631	0.9603276	0.9581236	1748.0626953	1658.3578830
3	-0.06	1989.03	0.9799631	0.9603276	0.9581236	1748.0626953	1658.3578830
4	-0.06	1989.03	0.9799631	0.9603277	0.9581237	1748.0626953	1658.3578830
5	-0.06	1989.04	0.9799630	0.9603275	0.9581235	1748.0626953	1658.3578830

尽管进行了 5 次拟合,但实际上可以发现,  $a$ 、 $b$  两个参数数值基本相等。 $R^2$  通常用于判断模型的拟合程度,其取值范围为 $[0, 1]$ 。一般来说,  $R^2$  越大,表示模型拟合效果越好。本次拟合的误差判定项在小数点后 6 位也都保持一致,从第七位起才稍有差别,其中  $R^2$  保持在 0.96033 左右,拟合效果较为良好。这一现象说明,运用 GM(1,1)通解拟合,虽每次拟合都选取了不同的随机初数,但拟合结果都收敛到了相同的值。

将上  $a$ 、 $b$  值代入方程,可得:

$$x(t) = 33150.67 - 19689.67e^{0.06t} \quad (22)$$

拟合效果如图 1 所示。



**Figure 1.** General solution data fitting renderings of GM(1,1) model (Unit: Yuan). Data source: Statistical Yearbook of Zhejiang Province (2001~2019)

**图 1.** GM(1,1)模型通解数据拟合效果图(单位:元)。数据来源:浙江省 2001 年~2019 年统计年鉴

由图可以发现,浙江省未来人均 GDP 呈明显上升趋势,预计 2025 年人均 GDP 将大幅超过 15 万元,依照现有对于发达国家人均 GDP2 万美元的标准,浙江省即将步入发达国家的经济发展水平,拟合结果的具体数值如表 3 所示。

**Table 3.** GM(1,1) model general solution data fitting effect numerical table

**表 3.** GM(1,1)模型通解数据拟合效果数值表

Year	Original	F0	F1	F2	F3	F4
2000	13,461	13,461	13,461	13,461	13,461	13,461
2001	14,655	16,292.6671	16,292.668	16,292.6676	16,292.6674	16,292.6678
2002	16,838	19,289.5036	19,289.5054	19,289.5047	19,289.5042	19,289.5049
2003	20,147	22,461.1438	22,461.1463	22,461.1453	22,461.1446	22,461.1457
2004	23,942	25,817.7839	25,817.7871	25,817.7858	25,817.7849	25,817.7862
2005	27,703	29,370.2147	29,370.2185	29,370.2169	29,370.2159	29,370.2175
2006	31,241	33,129.8566	33,129.8609	33,129.8591	33,129.858	33,129.8598
2007	36,676	37,108.7962	37,108.8008	37,108.7989	37,108.7976	37,108.7996
2008	41,405	41,319.8249	41,319.8297	41,319.8277	41,319.8264	41,319.8285
2009	43,842	45,776.4803	45,776.4852	45,776.4832	45,776.4818	45,776.484
2010	51,711	50,493.0897	50,493.0945	50,493.0926	50,493.0913	50,493.0933

Continued

2011	58,665	55,484.8161	55,484.8206	55,484.8188	55,484.8176	55,484.8195
2012	63,266	60,767.7069	60,767.7109	60,767.7092	60,767.7082	60,767.7099
2013	68,462	66,358.7455	66,358.7487	66,358.7474	66,358.7465	66,358.7479
2014	72,967	72,275.9059	72,275.9081	72,275.9072	72,275.9066	72,275.9075
2015	77,644	78,538.2108	78,538.2116	78,538.2112	78,538.211	78,538.2114
2016	83,538	85,165.792	85,165.7912	85,165.7915	85,165.7918	85,165.7914
2017	92,057	92,179.9561	92,179.9532	92,179.9544	92,179.9552	92,179.9539
2018	98,643	99,603.2521	99,603.2467	99,603.2489	99,603.2504	99,603.2481
2019	107,624	107,459.5444	107,459.5362	107,459.5395	107,459.5418	107,459.5383
2020	20	115,774.0895	115,774.0779	115,774.0826	115,774.0858	115,774.0809
2021	21	124,573.6169	124,573.6014	124,573.6077	124,573.6121	124,573.6054
2022	22	133,886.4155	133,886.3955	133,886.4036	133,886.4092	133,886.4006
2023	23	143,742.4239	143,742.3988	143,742.409	143,742.416	143,742.4053
2024	24	154,173.3273	154,173.2964	154,173.3089	154,173.3175	154,173.3043
2025	25	165,212.6589	165,212.6215	165,212.6367	165,212.6471	165,212.6311

数据来源：浙江省 2000 年~2019 年统计年鉴。

对拟合具体数据研究发现，5 组参数取值下的预测值之间的差异极小，考虑到本文所拟合的数据单位为元，可以基本上判定拟合效果整体表现良好。各年预测值与实际值较为贴近，2020 年至 2025 年各年预测值分别为 115,774 元、124,573 元、133,886 元、143,742 元、154,173 元和 165,212 元，对于 2020 年的预测值，结合最新发布的 2020 年各省人均 GDP 数据对比发现，2020 年浙江省实际人均 GDP 为 110,450 元，预测值相较于实际值超出 4.6%，但考虑到 2020 年受疫情影响，全国经济遭受冲击，预测值稍高也处于可接受范围内。结合前文对于浙江省经济发展水平预测及当前汇率水平，可以进一步预测，浙江省将于 2021 年或 2022 年步入发达国家经济发展水平。

4.2. GM(1,1)模型邓聚龙解

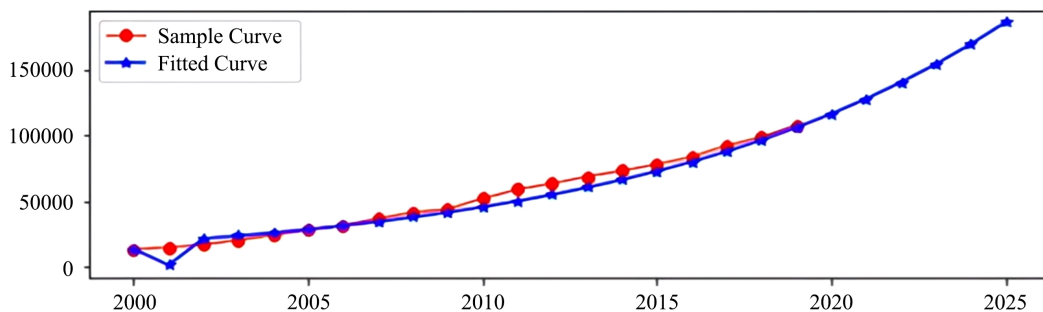
邓聚龙解是将原来离散序列  $x^{(0)}$  的一阶微分方程的求解过程转化成了对其一次累加序列  $x^{(1)}$  和  $x^{(0)}$  的一阶微分方程，从而最终通过线性代数来求解的一个线性矩阵方程，获得参数  $(a, b)$  的估计值。本文仅运用邓聚龙解拟合一次，其参数为  $[a, b] = [-0.094, 19009.6147]$ 。这与采用通解算的参数值完全不同，两者不同的主要原因有两方面，一是算法不同，通解所采用的为最小二乘法，而邓聚龙解采用的是线性矩阵乘法；二是样本不同，通解所计算的为原始数据样本，而邓聚龙解所计算的是经过处理后的一次累加序列样本。邓聚龙解的误差项分别为： $R^2 = 0.9403760$ ， $R = 0.9697299$ ， $AdjR^2 = 0.9370636$ ， $SER = 5902.2325548$ ， $RMSE = 5599.3494459$ 。从  $R^2$  来看，拟合度较高，结合各项参数，该模型为：

$$\hat{x}_k^{(1)} = (215690.944)e^{0.094(k-1)} + 202229.944 \tag{23}$$

$$\hat{x}_k^{(0)} = \hat{x}_k^{(1)} - \hat{x}_{k-1}^{(1)} \tag{24}$$

拟合效果如图 2 所示。





**Figure 2.** GM(1,1) model Deng Julong data fitting renderings (Unit: Yuan). Data source: Statistical Year-book of Zhejiang Province (2001~2019)

**图 2.** GM(1,1)模型邓聚龙解数据拟合效果图(单位: 元)。数据来源: 浙江省 2001 年~2019 年统计年鉴

对比图 1 可以发现, 邓聚龙解下的人均 GDP 上升幅度明显大于通解下的人均 GDP 上涨幅度, 曲线斜率逐渐变大。两者的拟合效果也有些许区别, 对比下, 邓聚龙解的离散程度更高, 其中 2001 年有一明显下降, 2010 年至 2015 年拟合值也小幅偏离实际值, 2001 年相差较大主要是由于其通过间接处理原始样本数据的一次累加序列求解所导致, 属于算法因素, 拟合的具体数值如表 4 所示。

**Table 4.** Numerical table of fitting effect of GM(1,1) model Deng Julong solution data

**表 4.** GM(1,1)模型邓聚龙解数据拟合效果数值表

Year	Original	Prediction	Year	Original	Prediction
2000	13,461	13,461	2013	68,462	60,097.5584
2001	14,655	1194	2014	72,967	66,019.1092
2002	16,838	21,375.4699	2015	77,644	72,524.1242
2003	20,147	23,481.6442	2016	83,538	79,670.0932
2004	23,942	25,795.3447	2017	92,057	87,520.1711
2005	27,703	28,337.0194	2018	98,643	96,143.7352
2006	31,241	31,129.1312	2019	107,624	105,616.9989
2007	36,676	34,196.3563	2020	2020	116,023.6852
2008	41,405	37,565.802	2021	2021	127,455.7662
2009	43,842	41,267.247	2022	2022	140,014.2765
2010	51,711	45,333.404	2023	2023	153,810.2057
2011	58,665	49,800.2087	2024	2024	168,965.4796
2012	63,266	54,707.138	2025	2025	185,614.0376

数据来源: 浙江省 2000 年~2019 年统计年鉴。

2020 年至 2025 年各年预测值分别为 116,023 元、127,455 元、140,014 元、153,810 元、168,965 元和 185,614 元, 2020 年相较于实际值超出 5.04%, 也处于可接受范围内。但相较于通解的各年预测值, 邓聚龙解分别超过了 0.22%, 2.31%, 4.58%, 7.00%, 9.59%和 12.35%, 其预测值上涨幅度呈现明显上升趋势, 同时在通解的预测值已经较为符合实际值的情况下, 邓聚龙解在长期预测下就稍显得偏离实际。故此邓聚龙解相较于通解, 更适合对短期数据进行预测。



### 4.3. GM(2,1)模型的优化解

对于 GM(2,1)模型, 有 4 个中间参数  $m, K, C_1, C_2$  和 2 个目标参数  $a, b$ , 故此, 不同初始条件下参数的收敛问题就显得尤为重要, 本文在对 2000 年至 2019 年数据进行测算时发现, GM(2,1)模型在这一样本量下  $R^2$  达到 1.1789, 拟合出现错误, 参数结果如表 5 所示。

Table 5. Parameter values of GM(2,1) model are shown in Table 1

表 5. GM(2,1)模型参数数值表一

	$a$	$b$	$m$	$k$	$C_1$	$C_2$	$R^2$	$R$	$AdjR^2$	$SER$	$RMSE$
0	30.7096	-3.578	-30.8256	0.1161	412.0235	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
1	147,888.3	-17165.7	-147888	0.1161	412.0248	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
2	1995.431	-231.627	-1995.55	0.1161	412.0238	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
3	272.634	-31.6587	-272.75	0.1161	412.0271	13,048.97	1.1789	1.0858	1.1889	7047.333	6685.687
4	56.2464	-6.5421	-56.3625	0.1161	412.0234	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
5	2503.484	-290.597	-2503.6	0.1161	412.0193	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
6	59.8088	-6.9556	-59.9248	0.1161	412.0242	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
7	12,648.68	-1468.17	-12648.8	0.1161	412.026	13,048.97	1.1789	1.0858	1.1889	7047.333	6685.687
8	20,202.46	-2344.95	-20202.6	0.1161	412.025	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
9	274.8101	-31.9112	-274.926	0.1161	412.0238	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
10	9654.225	-1120.6	-9654.34	0.1161	412.0246	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
11	4344.196	-504.255	-4344.31	0.1161	412.0301	13,048.97	1.1789	1.0858	1.1889	7047.333	6685.687
12	819.9947	-95.1923	-820.111	0.1161	412.0317	13,048.97	1.1789	1.0858	1.1889	7047.333	6685.687
13	20.2334	-2.362	-20.3495	0.1161	412.025	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
14	2453.351	-284.779	-2453.47	0.1161	412.0264	13,048.97	1.1789	1.0858	1.1889	7047.333	6685.687
15	57.0902	-6.64	-57.2063	0.1161	412.0245	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
16	66.3065	-7.7098	-66.4226	0.1161	412.0243	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
17	202,012	-23447.9	-202012	0.1161	412.0208	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
18	418.4043	-48.5784	-418.52	0.1161	412.0218	13,048.98	1.1789	1.0858	1.1888	7047.333	6685.687
19	90,081.24	-10456	-90081.4	0.1161	412.0294	13,048.97	1.1789	1.0858	1.1889	7047.333	6685.687

数据来源: 浙江省 2000 年~2019 年统计年鉴。

为了使用 GM(2,1)模型对人均 GDP 数据进行预测, 本文选择扩大样本量, 选择浙江省 1950 年至 2019 年数据重新进行测算, 指标回归正常, 参数结果如表 6 所示。

Table 6. Parameter values of GM(2,1) model are shown in Table 2

表 6. GM(2,1)模型参数数值表二

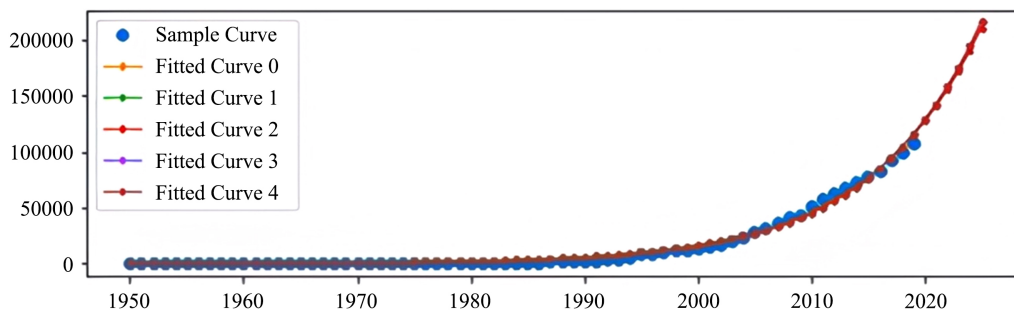
	$a$	$b$	$m$	$n$	$C_1$	$C_2$	$R^2$	$R$	$AdjR^2$	$SER$	$RMSE$
0	16,898.7845	-1757.9029	-16,898.8886	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
1	2904.9305	-302.1957	-2905.0346	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1057	2764.7423
2	0.102	-0.0207	-0.2035	0.1015	-21.0761	104.0761	0.9571	0.9783	0.9565	2772.583	2732.6877
3	12,740.7731	-1325.3664	-12,740.8771	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
4	3710.6455	-386.0099	-3710.7495	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
5	3165.043	-329.2538	-3165.147	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1057	2764.7423
6	3791.7152	-394.4433	-3791.8192	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
7	5320.4349	-553.4678	-5320.539	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
8	15,252.4209	-1586.6398	-15,252.5249	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
9	20,508.3231	-2133.3863	-20,508.4271	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1057	2764.7423
10	3099.7378	-322.4601	-3099.8419	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
11	21,020.289	-2186.6407	-21,020.393	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
12	48.3136	-5.0366	-48.4177	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
13	5752.183	-598.3794	-5752.287	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1057	2764.7423
14	0.102	-0.0207	-0.2035	0.1015	-21.0767	104.0767	0.9571	0.9783	0.9565	2772.583	2732.6877
15	3262.5212	-339.3939	-3262.6252	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
16	2953.249	-307.2219	-2953.353	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
17	11,722.4786	-1219.4385	-11,722.5826	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
18	1120.6846	-116.5897	-1120.7886	0.104	-5.3179	88.3179	0.9634	0.9815	0.9629	2805.1056	2764.7423
19	0.102	-0.0207	-0.2035	0.1015	-21.0761	104.0761	0.9571	0.9783	0.9565	2772.583	2732.6877

数据来源：浙江省统计年鉴。

通过 Curve-Fit 函数得到的 20 组拟合参数发现，目标参数  $a$ ,  $b$  完全不能收敛到同一组值，类似的  $m$  参数的取值也不同。但是，参数  $k$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  在 20 组中有 17 组保持一致，另外 3 组也相应的保持一致，说明尽管  $a$ ,  $b$ ,  $m$  不是收敛的，但  $k$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  的值是收敛的。以第一次拟合结果为例，模型的相关系数  $R^2$  为 0.9634，拟合度相较于小样本情况下有明显改善，拟合效果良好， $a = 16898.7845$ ,  $b = -1757.9029$ ,  $m = -16898.8886$ ,  $n = 0.104$ ,  $C_1 = -5.3179$ ,  $C_2 = 88.3179$ ，具体模型如下：

$$x(t) = -5.3179e^{-16898.8886t} + 88.3179e^{0.104t} \quad (25)$$

拟合效果如图 3 所示。



**Figure 3.** GM(2,1) model optimization data fitting renderings (Unit: Yuan). Data source: Statistical Yearbook of Zhejiang Province (2001~2019)

**图 3.** GM(2,1)模型的优化解数据拟合效果图(单位: 元)。数据来源: 浙江省统计年鉴

与另外两者模型的预测结果相似, 二阶灰色预测函数下的浙江省人均 GDP 也呈现逐年上涨趋势, 但上涨幅度在三个模型中是最高的, 其具体拟合值如表 7 所示。

**Table 7.** Numerical table of fitting effect of GM(2,1) model's optimal solution data

**表 7.** GM(2,1)模型的优化解数据拟合效果数值表

Year	Original	F0	F1	F2	F3	F4
1950	83	83	83	83	83	83
1951	98	98	98	98	98	98
1952	112	108.7435	108.7435	113.4731	108.7435	108.7435
1953	122	120.6649	120.6648	129.6779	120.6648	120.6649
1954	125	133.8931	133.8931	146.8621	133.8931	133.8931
...	...	...	...	...	...	...
2005	27,703	26,965.3607	26,965.1002	27,659.2812	26,965.0974	26,965.2372
2006	31,241	29,921.5194	29,921.225	30,614.1659	29,921.2219	29,921.3799
2007	36,676	33,201.756	33,201.4234	33,884.7255	33,201.4199	33,201.5984
2008	41,405	36,841.5984	36,841.2227	37,504.6841	36,841.2187	36,841.4204
2009	43,842	40,880.4695	40,880.0453	41,511.3686	40,880.0408	40,880.2684
2010	51,711	45,362.1139	45,361.6351	45,946.0935	45,361.63	45,361.887
2011	58,665	50,335.0721	50,334.5318	50,854.587	50,334.5261	50,334.8161
2012	63,266	55,853.2058	55,852.5963	56,287.4627	55,852.5898	55,852.917
2013	68,462	61,976.2815	61,975.5941	62,300.7409	61,975.5868	61,975.9557
2014	72,967	68,770.6178	68,769.8428	68,956.4272	68,769.8345	68,770.2505
2015	77,644	76,309.8037	76,308.93	76,323.1509	76,308.9207	76,309.3896
2016	83,538	84,675.4955	84,674.5109	84,476.8732	84,674.5004	84,675.0289
2017	92,057	93,958.3014	93,957.192	93,501.6706	93,957.1803	93,957.7757

Continued

2018	98,643	104,258.7629	104,257.5132	103,490.6013	104,257.5	104,258.1706
2019	107,624	115,688.4434	115,687.0361	114,546.6652	115,687.0211	115,687.7764
2020	70	128,371.1371	128,369.5525	126,783.8657	128,369.5356	128,370.3861
2021	71	142,444.2091	142,442.4253	140,328.3857	142,442.4064	142,443.3638
2022	72	158,060.0841	158,058.0765	155,319.8881	158,058.0551	158,059.1326
2023	73	175,387.8963	175,385.6372	171,912.9562	175,385.6132	175,386.8257
2024	74	194,615.3221	194,612.7805	190,278.688	194,612.7535	194,614.1176
2025	75	215,950.6122	215,947.7534	210,606.4598	215,947.723	215,949.2574

数据来源：浙江省统计年鉴。

2020年至2025年各年预测值分别为128,370元、142,443元、158,059元、175,386元、194,613元和215,948元，在各年预测数据中，2015年及以前，基本呈现实际值大于预测值，在2016年以后，开始呈现预测值大于实际值，2020年对比实际值110,450元超出16.22%，且自2016年起，预测值的偏离度在逐年上升，但考虑到所选样本自1950年开始，期间经历了改革开放等重大战略转型，对经济发展产生极大影响。同时预测值在1995至2019年这25年期间，与预测值的差距在10%上下浮动，长期来看，仍是属于较为可靠的，但短期波动相较于前文两种模型，更为显著。

## 5. 预测结果总结

对比三个模型的拟合可以发现，小样本数据更适合采用GM(1,1)通解与邓聚龙解来进行测算，同时，对于短期测算，通解与邓聚龙解均可使用，但随着测算时间的延长，邓聚龙解相较于通解会出现预测值增长幅度大幅提升的现象。因此，在中期测算方面，更适合采用GM(1,1)来进行预测。对于拥有大样本容量的情况下，可以采用GM(2,1)模型优化解来进行测算，同时，该模型也更适合长期预测，短期预测过程中的波动性太大。

由于对比后发现，在现有样本量及预测时间长度下，GM(1,1)通解模型的相关性更好，误差更小，图形拟合效果也更好，预测值更加符合实际情况。故本文选择GM(1,1)通解的拟合值作为最终预测值，即：2020年至2025年各年预测值分别为115,774元、124,573元、133,886元、143,742元、154,173元和165,212元。结果显示未来浙江省人均GDP将保持稳步增长，但各年人均GDP增长幅度从7.6%下降至7.16%，增长速度有微弱的减缓趋势。因此，本文得出结论，在当前新发展格局下，经济增长正从高速发展转向高质量发展，尽管浙江省人均GDP总体呈增长趋势，但是值得注意和警示的是在增长的背后却表现出增长放慢的迹象，如何保持住或提升浙江省人均GDP的增长速度才是我们当前最应该思考的问题。

## 6. 政策建议

### 6.1. 着眼区域优势资源，构建有特色的产业结构

浙江省取得如此改革成就的原因有很多，产业结构是其中关键因素之一。作为沿海省份浙江省港务航运业十分发达，舟山港货物吞吐量多年居全球第一。此外浙江丘陵地形较多，农业发展相对不具有优势。这使得越来越多的人转而从商品贸易，义乌小商品城享誉海内外。而互联网经济兴起以来，浙江更是在这方面卓有成就，阿里巴巴自身且由其带动的诸多平台经济商家以及直播平台等如雨后春笋般在

杭州等地成长，杭州已经成为了互联网经济发展最为靠前的城市之一。义乌小商品城、桐庐快递业产业集群以及横店影视城这些都是浙江省取得如此傲人发展成绩的秘诀所在，其他省份应该从中汲取经验。

## 6.2. 落实“三农”政策，高效促进乡村振兴

实现现代化强国的伟大目标，最大的短板和最深厚的潜力都是在农村。事实上我国已经有相当一部分城市的发展即使进行国际比较也不落下风，比如厦门市人均 GDP 已经达到两万美元，这已经是发达国家水平。但是我国最广大的农村地区还面临着发展问题，这也是我们提出不平衡的发展这一论述的原因之一，因此要实现更高质量的发展有效提高人均 GDP 水平，必须切实关注农村地区始终把“三农问题”作为政府工作的重中之重。

## 6.3. 鼓励创新创业，落实创新驱动发展战略

我国经济总量和人均量都得到了快速的发展，类似高铁、航空航天和工程建设等很多产业也位居世界前列，但还必须注意的是很多关键核心技术还掌握在欧美发达国家手中，诸多种种都成为了我国现阶段发展的卡脖子难题。想要克服受制于人的局面我们必须把创新提到很重要的位置，十八大就以提出：“科技创新是提高社会生产力和综合国力的战略支撑，必须摆在国家发展全局的核心位置。”实际上国家和地方也已经为促进创新做出了很大的努力，我国税法对于研发支出的加计扣除标准也从 50% 提到 75% 再提高至 100%，我国各大中企业每年的 R&D 支出也连年上升，这都说明整个社会已经意识到了研发的重要性。但仍要矢志不渝推动创新，我国各省区市之间发展的不平衡在很大程度上就是创新导致的差距，东北地区经济衰落也在于其不能合乎时宜地进行产业转型，振兴东北实际上也在于通过创新这一突破口找到新的发展路径。

## 致 谢

在此本文向所有给予本文帮助的老师同学以最诚挚的感谢，特别是厦门国家会计学院信息管理处的阎虎勤老师，感谢阎老师对我们论文撰写的辛勤指导！此外，也向对本文发表提供帮助的大米(厦门)科技股份有限公司给予感谢。

## 基金项目

本论文得到了厦门国家会计学院“云课题:python 财务数据分析”项目和小米(厦门)科技股份有限公司的支持。

## 参考文献

- [1] 李娜, 薛俊强. 基于最优 ARIMA 模型的我国 GDP 增长预测[J]. 统计与决策, 2013(9): 23-26.
- [2] 朱青, 周石鹏. 基于 LSTM-XGBoost 二维组合模型的 GDP 增速预测[J]. 软件导刊, 2021, 20(4): 57-62.
- [3] 王美娜, 杨孝斌. 基于 GM(1,1)的贵州省 GDP 预测及产业结构的灰色关联分析[J]. 数学的实践与认识, 2021, 51(4).
- [4] 卢俊岚, 王明辉. 基于灰色预测法对广东省地区生产总值的预测分析[J]. 高师理科学刊, 2019, 39(1).
- [5] 赵国君, 张星. 基于改进型灰色预测模型在北京市 GDP 预测中的应用研究[J]. 现代商业, 2018, 34.
- [6] 祖培福, 赵文英, 等. 基于背景值优化的 GM(1,1)模型在牡丹江 GDP 预测中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2018, 48(1).
- [7] 田梓辰, 刘淼. 基于改进灰色 GM(1,1)模型的 GDP 预测实证[J]. 统计与决策, 2018, 34(11).
- [8] 邓聚龙. 灰色控制系统[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1988.
- [9] 阎虎勤. Python 财务数据分析[M]. 厦门: 厦门国家会计学院, 2021.