

# 基于灰色预测模型的2020~2029年甘肃省人口预测研究

李远哲

上海工程技术大学管理学院, 上海

收稿日期: 2022年10月18日; 录用日期: 2022年11月12日; 发布日期: 2022年11月22日

## 摘要

第七次人口普查呈现出了性别比失衡、抚养比上升的现状, 基于2011~2020年《甘肃统计年鉴》数据, 使用GM(1,1)预测模型对于甘肃在2020~2029年的人口变动趋势进行预测。在基于对总人口的灰色预测模型基础上, 从性别构成、年龄构成两个角度对于甘肃人口变动进行进一步预测。结果表明, 甘肃省人口在未来可能保持增长的同时, 劳动人口的流失与老龄化问题并存, 本地劳动人口负担或将加重, 但同时性别比趋于平衡。本文建议政府应当从产业政策出发吸引本地人口在本地居住以减少本地劳动人口负担, 加快城市无障碍改造, 积极扩展养老托育事业, 多角度减轻劳动人口面临的养老、子女问题。

## 关键词

GM(1,1)模型, 甘肃, 人口变动

## Research on the Population Forecast of Gansu Province from 2020 to 2029 Based on Grey Prediction Model

Yuanzhe Li

College of Management, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: Oct. 18<sup>th</sup>, 2022; accepted: Nov. 12<sup>th</sup>, 2022; published: Nov. 22<sup>nd</sup>, 2022

## Abstract

The seventh population census showed the status of an unbalanced sex ratio and a rising dependency ratio. Based on the data of the Gansu Statistical Yearbook from 2011 to 2020, GM(1,1)

prediction model was used to predict the population change trend of Gansu in 2020~2029. Based on the grey prediction model of the total population, the population change in Gansu is further predicted from the perspectives of gender composition and age composition. The results show that while the population of Gansu Province may keep growing in the future, the outflow of the working population and the aging problem coexist, and the burden of the local working population may increase, but at the same time, the gender ratio tends to balance. This paper suggests that the government should attract the local population to live in the local area from the perspective of industrial policy to reduce the burden of the local working population, speed up the barrier free transformation of the city, actively expand the elderly care and childcare undertakings, and reduce the pension and children problems faced by the working population from multiple perspectives.

## Keywords

GM(1,1) Model, Gansu, Population Change

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

### 1.1. 研究背景

第七次人口普查结果显示,我国人口已达 14.10 亿人,65 岁以上人口达 1.97 亿人,老龄化程度达 18.7%,抚养比为 19.74%。2013 年出台的《关于加快发展养老服务业的若干意见》及 2019 年出台的《关于推动养老服务发展的意见》均提出发展我国养老产业的迫切需求。2020 年国务院出台《关于促进养老托育服务健康发展的意见》及《关于建立健全养老服务综合监管制度促进养老服务高质量发展的意见》以推动养老服务发展。对于人口结构的研究与预测在对养老服务的提供方面具有重要作用。

### 1.2. 研究方法

白色参数、黑色参数均有参与的系统即是灰色系统[1]。社会经济等因素有不可忽略的噪音,部分系统分析模型对于噪音要求较高,故而精确性有待确证[2]。现本文主要使用 GM(1,1)预测模型进行预测。灰色预测就是基于灰色系统的预测,在实际预测中,多采用 GM(1,1)模型,即一阶一元灰色模型预测方法,其中“G”代表 Grey,表示灰色,“M”代表 Model,表示模型,两个“1”分别表示一阶和一个变量的微分方程模型。灰色预测模型就是通过灰色理论将毫无规律的原始数据进行累加,生成较为规律的数据,从而找出系统内在的特征及逻辑。此方法对样本含量和数据分布没有严格的要求,所需数据单一,原理简单,适用性强,其最大的特点是不需要大量的时间序列数据就能够进行预测,并取得较好的预测效果。

基于数据的可获得性有限,本文对于甘肃省人口变动预测的过程中,难以实现更精准的预测。人口变动因素相对复杂,人口结构的预测亦可以引入 GM(1,1)模型进行分析[3]。但应当注意,基于 GM(1,1)模型结果最终函数的简单性,该模型的强适应性仅可以用以进行简单的分析。为尽可能减少来自数据、模型的误差,故在单一地通过人口数据进行预测的基础上,在 GM(1,1)模型的运算过程中,通过将人口数据进行性别、年龄两个层面的拆分分别进行预测,并最终求和形成新的人口预测结果,以减少模型结果分析时误差带来的误判。

### 1.3. 问题与背景

第七次全国人口普查的全国人口结构传递出男女性别比仍存在失衡，以及老龄化加重的现状，人口政策的方向、措施等应顺应人口结构乃至经济形势进行进一步的调整，并对于过去的人口政策进行合理的总结与继承。形成往往通过对于甘肃省人口的性别、年龄构成的两个维度、五个层面，运用 GM(1,1)模型，以性别比、抚养比等两个方面对甘肃省人口结构变动趋势进行讨论。

## 2. 对于甘肃省总人口的灰色 GM(1,1)预测实现

2010~2019年甘肃省人口性别、年龄构成如表1所示。由于统计年鉴中调查方式差异——2010年进行了第六次人口普查，常住人口与总人口存在差异，其他年份则没有这一差异。本文在这一节将运用灰色 GM(1,1)预测模型就甘肃省的总人口在2020至2029年的变动趋势进行预测，结果如表1所示。

Table 1. Gender and age composition of Gansu population in 2010~2019

表 1. 2010~2019年甘肃省人口性别和年龄构成

年份	人口(总)	人口(男)	人口(女)	0~14岁	15~64岁	65岁以上	常住人口
2010	2559.98	1307.64	1252.34	464.45	1882.6	210.48	2557.53
2011	2564.19	1309.02	1255.17	454.63	1896.22	213.34	2564.19
2012	2577.55	1316.87	1260.68	444.89	1915.89	216.77	2577.55
2013	2582.18	1318.72	1263.46	440.95	1921.67	219.56	2582.18
2014	2590.78	1322.85	1267.93	440.59	1928.68	221.51	2590.78
2015	2599.55	1326.81	1272.74	455.85	1888.16	255.54	2599.55
2016	2609.95	1331.86	1278.09	455.18	1884.12	270.65	2609.95
2017	2625.71	1339.64	1286.07	458.45	1880.53	286.73	2625.71
2018	2637.26	1345.27	1291.99	461.26	1879.05	296.95	2637.26
2019	2647.43	1350.19	1297.24	461.18	1878.88	307.37	2647.43

### 2.1. 级比检验

在进行 GM(1,1)预测前，应首先就数据进行级比检验，若未超过一定范围则可以继续进行预测。设2010~2019年间的人口数据为首先基于时间序列，将数据按年份生成数列  $X^{(0)}$ ，该数列是一个从0开始计数的序列，再由后一个数与前一个数作比形成级比数列。且级比数列中的数需在一定范围内方可通过级比检验。生成的  $X^{(0)}$ 数列如公式(1)所示，级比生成公式如公式(2)所示，级比检验中对应的值域大小如公式(3)所示。

$$X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \quad (1)$$

$$\sigma(k) = \frac{x_{k-1}^{(0)}}{x_k^{(0)}} \quad (2)$$

$$\sigma(k) \in \left( e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}} \right) \quad (3)$$

最终的级比检验结果如表2所示。图中级比检验所用的计算式为：“=B2/B3”，形成级比检验的值域计算式为：“=EXP(-2/(COUNT(B2:B11)+1))”及“=EXP(2/(COUNT(B2:B11)+1))”，经比较，级比数列中所有数值均符合进行灰色 GM(1,1)预测的条件，继续进行预测。

**Table 2.** Grade comparison test results of five population classifications predicted by GM(1,1)  
**表 2.** 于 GM(1,1)预测形成五类人口分类的级比检验结果

序号	人口(总)		人口(男)		人口(女)		0~14 岁		15~64 岁		65 岁以上	
	级比	判定	级比	判定	级比	判定	级比	判定	级比	判定	级比	判定
1	0.998	1	0.999	1	0.998	1	1.022	1	0.993	1	0.987	1
2	0.995	1	0.994	1	0.996	1	1.022	1	0.981	1	0.984	1
3	0.998	1	0.999	1	0.998	1	1.009	1	0.997	1	0.987	1
4	0.997	1	0.997	1	0.997	1	1.001	1	0.996	1	0.991	1
5	0.997	1	0.997	1	0.996	1	0.967	1	1.022	1	0.867	1
6	0.996	1	0.996	1	0.996	1	1.002	1	1.002	1	0.944	1
7	0.994	1	0.994	1	0.994	1	0.993	1	1.002	1	0.944	1
8	0.996	1	0.996	1	0.995	1	0.994	1	1.001	1	0.966	1
9	0.996	1	0.996	1	0.996	1	1.000	1	1.000	1	0.966	1
值域	(0.8338, 1.1994)											

## 2.2. 灰色预算模型过程

首先将  $X^{(0)}$  进行累加后得到  $X^{(1)}$ , 将  $X^{(1)}$  的各项数值进行滑动平均后得到  $Y$  数列,  $Y$  数列的数值如表 3 所示。(滑动平均的运算式为 “ $-1/2 * (D2 + D3)$ ”) 由于滑动平均计算是不断更迭元素而形成的平均, 故最终滑动平均生成的数列相较于  $X^{(1)}$  数列少一个元素, 假设一个元素全为 1 的向量, 并生成  $B$  矩阵, 具体情况如表 3 所示。

**Table 3.**  $B$ -matrix of five population classifications based on GM(1,1) prediction  
**表 3.** 基于 GM(1,1)预测形成五类人口分类的  $B$  矩阵

人口(总)		人口(男)		人口(女)		0~14 岁		15~64 岁		65 岁以上	
-3842.08	1	-1962.15	1	-1879.93	1	-691.77	1	-2830.71	1	-317.15	1
-6412.95	1	-3275.10	1	-3137.85	1	-1141.53	1	-4736.77	1	-532.21	1
-8992.81	1	-4592.89	1	-4399.92	1	-1584.45	1	-6655.55	1	-750.37	1
-11,579.29	1	-5913.67	1	-5665.62	1	-2025.22	1	-8580.72	1	-970.91	1
-14,174.46	1	-7238.51	1	-6935.95	1	-2473.44	1	-10,489.14	1	-1209.43	1
-16,779.21	1	-8567.84	1	-8211.37	1	-2928.10	1	-12,375.28	1	-1472.53	1
-19,397.04	1	-9903.59	1	-9493.45	1	-3385.77	1	-14,257.61	1	-1751.22	1
-22,028.52	1	-11,246.05	1	-10,782.48	1	-3845.62	1	-16,137.34	1	-2043.06	1
-24,670.87	1	-12,593.78	1	-12,077.10	1	-4306.84	1	-18,016.36	1	-2345.22	1

累加这一数据生成过程赋予了数列单调性。灰色预测模型的单调性是基于其假设的: 假设中灰色预测模型的函数式是一条直线而非曲线, 因此在参数求解上最终目的是得出这一函数的斜率与截距, 这一函数式如公式(4)所示。基于以上理论, 灰色预测模型的参数计算采用了最小二乘法进行计算, 其公式如公式(5)所示, 其中  $a$ ,  $b$  经过变换后即可成为公式(4)中的截距。

$$x_k^{(0)} + \hat{a}x_k^{(1)} = \hat{b} \quad (4)$$

$$\hat{p} = (\hat{a}, \hat{b})^T = (BB^T)^{-1} B^T Y \quad (5)$$

为得到  $p$  矩阵, 笔者在 excel 通过五步得以实现。首先, 在  $B$  矩阵的基础上得到  $B$  的转置矩阵  $B^T$  (运算式为 “=TRANSPOSE(E3:F11)”); 第二步, 得到  $B^T * B$  (运算式为 “=MMULT (A11:F12,F3:G8)”); 第三步, 得到  $M$  矩阵 (即  $(B^T * B)^{-1}$ , 运算式为 “=MINVERSE (A14:B15)”); 第四步, 得到  $M * B^T$  的乘积 (运算式为 “=MMULT(C17:D18, A14:I15)”); 第五步, 将目前得到的结果同  $\{X_2^{(0)}, X_3^{(0)}, X_4^{(0)}, \dots, X_{10}^{(0)}\}$  形成的  $Y$  矩阵相乘, 得到  $p$  矩阵 (运算式为 “=MMULT(C17:D18, A14:I15)” ), 其中六类模型的  $a$ 、 $b$  两参数如表 4 所示。

**Table 4.** Parameters  $a$  and  $b$  of five population classifications based on GM(1,1) prediction

**表 4.** 基于 GM(1,1) 预测形成五类人口分类的  $a$ 、 $b$  参数

参数	人口(总)	人口(男)	人口(女)	0~14 岁	15~64 岁	65 岁以上
$a$	-0.00396	-0.00377	-0.00416	-0.00462	0.00269	-0.05296
$b$	2547.56824	1301.64752	1245.92145	441.05122	1925.13035	187.23184

### 2.3. 模型检验部分检验

灰色 GM(1,1) 在经过参数运算后应将模型测算得出的现值与原始数据进行比较, 根据公式(4), 可以得到现值乃至预测值的数据的公式(5), excel 对于公式(5)的实现形成了  $X^{(1)}$  数列 (运算式为 “=(\$B\$2 - \$B\$23/\$B\$22)\*EXP(-\$B\$22 \* \$A25) + \$B\$23/\$B\$22”) 公式(5)得到的现值  $X_{k+1}^{(1)}$  是经过累加获得的。相应地, 经过处理 (运算式 “=B26-B25”) 则得到可以同原数据进行比较的数据  $X_{k+1}^{(0)}$ , 进一步地, 由测算得出的现值与原始数值做差得误差  $\varepsilon$  (运算式 “=C26 - B3”), 将对应时序的误差与原始数据作比得到相对误差, 再求得相对误差的绝对值 (运算式 “=ABS(D26/B3”), 最终求得相对误差的平均值 (运算式 “=AVERAGE (E26:E34)” ), 再得到  $p$  值 (运算式 “=1 - G25”), 最终六次 GM(1,1) 模型检验结果见表 5。

$$x_{k+1}^{(1)} = \left( x_1^{(0)} - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right) e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \quad (5)$$

**Table 5.** Error test parameters of five population classifications based on GM(1,1) prediction

**表 5.** 基于 GM(1,1) 预测形成五类人口分类的误差检验参数

参数	人口(总)	人口(男)	人口(女)	0~14 岁	15~64 岁	65 岁以上
$\varepsilon$ (avg)	0.0010	0.00094753	0.001087833	0.009239113	0.005456561	0.026636629
$p$	0.9990	0.99905247	0.998912167	0.990760887	0.994543439	0.973363371
$S_1$	28.6107	13.93324948	14.68469029	8.19108668	18.2282901	36.12478097
$S_2$	2.929263655	1.544079838	1.457739017	5.599064343	13.21165573	7.804693391
$c$	0.102383613	0.110819794	0.099269306	0.683555743	0.724788538	0.216048186

### 3. 对于甘肃省总人口的灰色 GM(1,1) 预测结果

在总人口灰色预测形成的 GM(1,1) 预测框架下, 本文对于甘肃省总人口的预测从年龄结构、性别结构进行预测, 结果如表 6 所示。根据年龄结构进行预测即将甘肃省人口分为男性、女性分别进行预测,

根据性别结构进行预测即将甘肃省人口分为 0~14 岁、15~64 岁、65 岁以上三类人口。

六次灰色预测模型的级比检验及后续的精准度 P 值如表 3 所示。由于本文所取各类数据均截取了 2010~2019 年的数据,故六个模型中的级比检验只需均处于(0.833752918, 1.199396102)这一区间即可,故六个模型均可以使用该模型,且各模型精确度均相对较好。

**Table 6.** Inspection of six grey prediction models

**表 6.** 六次灰色预测模型检验情况

项目	男性	女性	0~14 岁	15~64 岁	65 岁以上	总人口
级比	0.998946	0.997745	1.0216	0.992817	0.986594	0.998358
	0.994039	0.995629	1.021893	0.989733	0.984177	0.994817
	0.998597	0.9978	1.008935	0.996992	0.987293	0.998207
	0.996878	0.996475	1.000817	0.996365	0.991197	0.996681
	0.997015	0.996221	0.966524	1.02146	0.866831	0.996626
	0.996208	0.995814	1.001472	1.002144	0.944171	0.996015
	0.994192	0.993795	0.992867	1.001909	0.943919	0.993998
	0.995815	0.995418	0.993908	1.000788	0.965583	0.99562
P	0.996356	0.995953	1.000173	1.00009	0.966099	0.996159
	0.999052	0.998912	0.990761	0.994543	0.973363	0.998986

### 3.1. 从性别构成出发的甘肃省总人口的灰色 GM(1,1)预测

性别构成一栏中的“总人口(S)”是由灰色预测模型得到的“男性”、“女性”人口之和得到,见表 7。与由总人口数据直接进行预测的“总人口”一栏差别相对较小,由灰色预测得到的预测函数式可知,单独就总人口、男性人口、女性人口进行预测后得到趋势均相似,从性别构成情况对于甘肃省未来人口进行预测具有一定合理性,人口的变化趋势也将在未来保持上升态势,同时性别构成的变动在缓慢地由不平衡向平衡靠拢。

**Table 7.** Prediction of 2020~2029 in the grey prediction model composed of gender

**表 7.** 性别构成下的灰色预测模型由 2020~2029 的预测情况

年份	总人口	性别构成				总人口(S)
		男性		女性		
		数量	比例	数量	比例	
2020	2655.781	1354.27	50.99%	1301.51	49.01%	2655.78
2021	2666.321	1359.40	50.98%	1306.93	49.02%	2666.32
2022	2676.902	1364.53	50.97%	1312.37	49.03%	2676.90
2023	2687.526	1369.69	50.96%	1317.84	49.04%	2687.53
2024	2698.192	1374.87	50.96%	1323.32	49.04%	2698.20
2025	2708.9	1380.07	50.95%	1328.83	49.05%	2708.90
2026	2719.65	1385.29	50.94%	1334.37	49.06%	2719.66
2027	2730.443	1390.53	50.93%	1339.92	49.07%	2730.45
2028	2741.279	1395.78	50.92%	1345.50	49.08%	2741.29
2029	2752.158	1401.06	50.91%	1351.11	49.09%	2752.17

### 3.2. 从年龄构成出发的甘肃省总人口的灰色 GM(1,1)预测

将各年龄段人口变动求和，即简单形成如表 8 所示的基于年龄结构的人口变动预测——总人口(A)。通过年龄形成的由“年龄构成”中的各要素形成的“总人口(A)”相较于“性别构成”中各要素形成的“总人口(S)”变动幅度更大。在预测结果中，0~14 岁的人口及 65 岁以上的人口保持上升趋势，而 15~64 岁人口则呈现出下降趋势。

**Table 8.** Prediction of the grey prediction model under age composition from 2020~2029

**表 8.** 年龄构成下的灰色预测模型由 2020~2029 年的预测情况

年份	总人口(A)	0~14 岁		15~64 岁		65 岁以上		抚养比
		数值	比例	数值	比例	数值	比例	
2020	2662.88	463.11	17.39%	1871.64	70.29%	328.13	12.32%	42.28%
2021	2677.85	465.25	17.37%	1866.62	69.71%	345.98	12.92%	43.46%
2022	2693.81	467.41	17.35%	1861.60	69.11%	364.80	13.54%	44.70%
2023	2710.82	469.58	17.32%	1856.60	68.49%	384.64	14.19%	46.01%
2024	2728.93	471.75	17.29%	1851.62	67.85%	405.56	14.86%	47.38%
2025	2748.20	473.94	17.25%	1846.65	67.19%	427.62	15.56%	48.82%
2026	2768.70	476.14	17.20%	1841.69	66.52%	450.87	16.28%	50.33%
2027	2790.48	478.34	17.14%	1836.74	65.82%	475.40	17.04%	51.93%
2028	2813.62	480.56	17.08%	1831.81	65.11%	501.25	17.82%	53.60%
2029	2838.20	482.79	17.01%	1826.89	64.37%	528.52	18.62%	55.36%

灰色预测模型是对于某一数据未来的变动趋势做出的预测。年龄构成的未来预测呈现出了一定复杂性。被抚养人口的上升与承担抚养责任的人口的下降在总人口变动中呈现出了总人口上升的趋势，这意味着甘肃省劳动人口在未来的劳动人口流失现象将在一定程度上不断加重。藉由预测生成的人口抚养比变动保持上涨。

### 3.3. 讨论

从总人口数量、年龄结构、性别结构三个视角出发，以 GM(1,1)模型展现的甘肃省人口变动趋势，是在男女性别比逐渐趋于平衡的态势中老龄化逐渐发展的现状。男女性别比的平衡趋势证明了我国过去的生育政策及相关思想宣传的有效性。由于老龄化而对于计划生育政策的全面否定是存在一定问题的。

甘肃省的 0~14 岁人口在 2010~2014 年保持下降态势，但同时，0~14 岁人口数量变动趋势改变的时间节点与二胎政策开放具有一定相关性：2015 年 10 月，中国共产党第十八届中央委员会第五次全体会议公报指出：坚持计划生育基本国策，积极开展应对人口老龄化行动，实施全面二孩政策。二胎政策一定程度上迎合了甘肃省的生育意愿，0~14 岁人口从 2015 年开始保持上升，但根据灰色预测结果及截至 2019 年为止仍未超过 2010 年的 0~14 岁人口数量水平，甘肃省人口的老龄化问题仍旧巨大。

### 4. 结束语

甘肃省的人口在现阶段保持相对上升态势，根据灰色预测模型在未来较短时期内也仍将保持上升态势，但将现阶段人口构成与灰色预测结合后发现，甘肃省的劳动人口保持某种趋势减少。由于甘肃省的政治经济地位，其很难对于各行业人才保持相对的吸引力。按预测结果，未来数年甘肃人口面对老龄化

加剧、劳动人口流失等问题，但同时，人口性别比变动趋于平衡——计划生育政策在一定程度上加速老龄化进程的同时，也通过某种途径平衡了男女性别比，故不能全盘否认计划生育的积极作用，同时应承接计划生育，形成良性的人口政策体系。二胎、三胎政策的出台，在一定程度上削弱了人为的家庭少子化的负面效应。由于二胎政策乃至如今的三胎政策出台，人口抚养比将有更大程度的提升。这一背景下，政府应当从产业政策出发吸引本地人口在本地居住以减少本地劳动人口负担，加快城市无障碍改造，积极扩展养老托育事业，多角度减轻劳动人口面临的养老、子女问题。

## 参考文献

- [1] 邓聚龙. 灰色系统综述[J]. 世界科学, 1983(7): 1-5.
- [2] 邓聚龙. 社会经济灰色系统的理论与方法[J]. 中国社会科学, 1984(6): 47-60.
- [3] 罗万春. 基于 GM(1,1)的重庆市人口结构及老龄化分析[J]. 黑龙江科学, 2021, 12(24): 37-40.