

# 科研导向的数学学科硕士学位课程教学实践与感受

张腾飞, 魏周超

中国地质大学(武汉), 数学与物理学院, 湖北 武汉

收稿日期: 2022年2月12日; 录用日期: 2022年3月8日; 发布日期: 2022年3月15日

---

## 摘要

本文为硕士研究生的教学实践中提炼而得, 有感于硕士新生的本科生源基础不一、科研素质仍在塑造中的事实, 提出在课程教学中以科研为导向, 重视对知识的重筑与评价; 设计专题形式, 引导学生以模拟实际科研的方式来研习, 达到提高研究生课程教学质量的目标。

## 关键词

科研导向, 硕士新生, 学位课, 模拟科研, 科研专题

---

# Teaching Practice and Perspectives on Master's Degree Program in Mathematical Disciplines Aiming at Researching

Tengfei Zhang, Zhouchao Wei

School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan Hubei

Received: Feb. 12<sup>th</sup>, 2022; accepted: Mar. 8<sup>th</sup>, 2022; published: Mar. 15<sup>th</sup>, 2022

---

## Abstract

This paper provides some perspectives, arising from the teaching practice for master's degree program of mathematical subject, on building a course centering around the aim of research. Based on the fact that most of graduate students have different levels and are still constructing their own research qualities, it is suggested to view the teaching activations as a whole process of re-understanding of knowledge, reconstructing, making comments and evaluating from viewpoints of re-

search. Simulating realistic researches through specific topics is also suggested to help graduate students to study. This will lead to the improvement of teaching quality in master's degree program.

## Keywords

Research-Based, Academic Master of First Year, Master's Degree Program, Simulating Researches, Specific Research Topics

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

研究生教育承担着为党和为国家培养高层次人才的重要任务,是最高层次的学历教育。习近平总书记关于研究生教育的改革发展作出了坚持“四为”方针等重要指示,深刻揭示了研究生教育工作的大方向与大趋势。李克强总理与孙春兰副总理也特别指出要“准确把握研究生教育定位,突出‘研’字”。重视讲授课程的学术性、以科研课题为主题导向的研究生培养理念实际上已经在各学科中得到了广泛的使用[1] [2] [3],却更多地出现在相对精深与细化的科研领域中、更倾向于以有一定基础的研究生群体为授课对象;而对于仍在修习研究生学位课程阶段的“新生”群体,实施起来便受制于很多因素的影响。这些因素包括对各自导师的科研方向和导师建议的研究课题处于陌生新识的时期,也包括本科生源地不同造成的本科基础与知识结构差异、对学科整体把握的差异,同时还包括了对于当前所开课程的兴趣程度等,其中又以研究生是否能主动了解和参与学位课程教学活动所造成的影响为最大。在笔者的教学与科研实践基础上,本文关注于如何将科研课题结合在(数学专业)研究生学位课程的讲授中,以此来驱动与引导学生,激发其发挥最大的主观能动性,作为研究生教学的主体人,在研习课程过程中提高自己的科研水平与创新力。

## 2. 数学学科硕士学位课程的教学思考

在笔者所在学校的数学学科研究生课程中,代数学(必修)和泛函分析(必修)、偏微分方程基本理论(选修)三门课程均是学位课程中的重要组成,教学学时均为48学时。这三门课程高度抽象,课程内容上既包含广泛的理论面向、每一面又均精深,即使在数学领域中也是属于短期内非常难理解的科目。因此,对于数学学科研究生的教学学时少、强度大的现状,我们主要的教学思路是有机地结合对研究生科研能力的培养过程,将“授课”过程更多地转化为“研习”课程,提高研究生学位课的教学教育质量。具体地说,在学位课程教学中,发挥导师在科研方面的优势来引导课堂,将基础知识讲授、动机来源阐述、理论推导的思路梳理有机结合在课本(或讲义)内容中,在此过程中注意激发学生的问题意识,使其锻炼提出问题、自主分析与小组讨论问题、最终在一定程度上解决问题,在更高更深的层面上对课堂内容和相关科研主题进行“重筑式”理解。相应地,在教学实践上,我们主要从以下两个方面进行:

### 2.1. 基础知识以讲解为本,逐步转向对知识框架的分解、梳理与评价

在学位课程的讲授中,即使作为必修的基础课程,在学生之后的科研中能起作用的知识也不是全部。因此如何选择需要学习的知识,如何辨别哪些可能会更有“用到”的可能,其实也就是如何欣赏这门科

学课程的过程。授课过程中, 鼓励学生以多种形式, 比如举办 seminar、或是提交报告的方式, 对于学过的一些重要主题作进一步的研讨以及评价。在此过程中, 逐步建立起学生在科研上的主动性和选择能力。

我们希望能够引导学生参与对所学的评价复盘环节, 带领学生在研讨中重筑式(而非被动接受式)地理解和掌握。在著名教育学家与心理学家布鲁姆所提出的教学目标分类法和其后安德森等人对该理论的修订中[4] [5], 将教学目标分为知识、理解、运用、分析、综合与评价(或言评价与创新)等六个类别层次。我们这里说的“重筑式”理解, 即是将该理论运用在数学学科中的一次具体实践, 对于研究生来讲则重在分析、综合与评价等高阶思维能力。由于数学学科的特殊性, 我们主要强调对知识的两个理解层次: 解构与重筑。待建立起整体的知识框架之后, 引导学生反观课程内容, 作进一步的梳理、贯通、以及评价工作。让学生在基础的学位课讲授中形成自己的思考方式, 这对于做科研也是十分必要的。

**实例 1.** 代数学授课过程中, 就有限单群分类问题引导学生分组搜集资料、提交综述报告。

**实例 2.** 泛函分析与偏微分方程课程讲授 Fredholm 二择一定理时, 引导学生回顾本科线性代数中线性方程组基础解系和通解结构、常微分方程组通解结构等知识点, 并要求学生课下讨论后提交评价。

这两个教学实例中, 通过对重点专题的深入探讨、重新评价, 使得学生对它们在科研实践中的潜力有了更多“鲜活”的认识, 对科研有更多的兴趣。在遇到科研问题时, 学生也愿意尝试从这些专题研习的经验中吸收一些指导性的意见与思路。

## 2.2. 以学生为研习主体, 模拟科研实际

在设计教学内容时, 多以专题引导的形式, 激发其主动深入的兴趣, 使其有真实科研的体会。专题的形式, 也有助于研究生了解科研中的新兴领域与最新发展, 快速投入科研中。

**实例 3.** 专题设计——全空间热方程的渐近性态估计。

我们结合教学内容, 将引导学生的过程概述如下:

1) 从回顾卷积形式显式解开始, 直接求得  $L^1 \rightarrow L^\infty$  的衰减速率估计。并应用卷积不等式得  $L^1 \rightarrow L^p$  衰减速率。

这一过程其实在大部分本科数学物理方程的教材如[6]中即有相应结论, 此处的回顾主要是兼顾不同生源地学生间的基础差异。通常的研究生教材中, 对于这些常用而重要的不等式技巧, 或是先统一证一遍、待讲课用到时再提及, 或是干脆予以默认, 导致学生刚接触时大多不明所以。我们在此步骤中需要引入卷积不等式, 这便让学生看到、明白学术上“用”的需求, 这其实也正是我们科研的实际背景驱动。而从证明过程更可得到  $L^q \rightarrow L^p$  的结论, 以及高阶导数的相应结论, 又能让学生体验科研创新之“乐”。

2) 而后, 从定量转向定性问题, 引导学生思考问题: 为了处理更复杂的非线性方程, 它们很难找到显式解, 这也是更为经常遇到的偏微分方程, 如何绕过显式解的方法而得到上述这些估计? 有学生的“疑”为铺垫, 便可自然地引出授课内容: 包括以 Nash 不等式得到  $L^2$  模估计; 借助解的唯一性得  $L^\infty$  估计, 结合二者终得到  $L^1 \rightarrow L^p$  的衰减速率估计。这样的过程会显得更自然, 学生对教学目的——如何从数学角度思考问题并进行严格分析——的理解也更深刻。

3) 最后, 进一步给学生介绍先验估计的方式, 采用带时间权重的先验估计得到高阶导数的衰减速率, 让学生体会何为偏微分方程“做估计”的研究思路。

偏微分方程模型的长时间渐近性态是一个很重要的研究领域, 其中包含了进行严格分析时需要的很多技巧。如果按部就班地从最基本的知识讲起, 即使讲完整个学期的偏微分方程课程也很难涉及到。此处我们通过这样的专题形式, 将课程的内容糅合在具体目标“分析热方程的长时间性态”中, 由于热方程的线性, 这套思路实现起来很直接。通过对于一个经典模型的完整分析, 引导学生一起学习了如何进行相关的研究。从显式解开始的过程, 也能让学生注意到, 做科研需要与实际现象去对比才能挖掘更深

的意义。而这个过程, 其实也应该更合适接引基础不好的学生。几个步骤层层递进, 虽然讲授的是很成熟的结果, 也能让学生更好地进入“模拟科研实景”的状态, 激发其主动钻研的兴趣与志气。

### 3. 结语

鉴于研究生常以一个研究方向、课题组为群体的方式, 而学位课程的讲授是几个相关方向或者整个年级一起上课, 与本科生培养过程有类似的形式。在整个学位课讲授过程中, 学生是处在一个更大的“社会环境”中的。因此, 从学习理论上讲[7] [8] [9], 以上两方面的教学实践实施过程中, 又有一些值得注意的要素:

1) 模范引领——建立模范性的专题议题, 使学生在典型案例中体会领悟科研过程中的切入角度、思考方式、以及需要的知识基础, 如上述实例 3。这个过程给学生提供了完整的对象供其观察和学习。

2) 模拟科研——应多从学科间、研究方向间的交叉点和实例来引入, 指出所学所研究专题的价值, 激发学生的问学兴趣、(重新)研究的动机, 使其主动来研习所学, 如上述的实例 1~2。

3) 利用势差——引导学生研讨问题时, 其实可利用学生之间基础不同显出的领悟力上的快慢区别即“领悟势差”, 引导优秀学生起好带路作用, 让学生之间彼此讨论、提出并解决问题。此过程其实也是与班杜拉社会学习理论相应的, 学生在学位课的班级环境中, 可更方便地进行观察、学习与模仿等过程, 以最终达到提高整体学生科研素质的目的。这样的群体环境也是对于科研合作交流的很好培养方式。

此外, 加强与国内外数学领域同行间的交流, 及时吸收国际上新的科研成果并用于教学中, 常更新教学内容方法。这也是鼓励学生主动关注所学、进行科研的有效手段。

总之, 提高研究生的科研水平与问题意识、创新能力, 促进其团队合作、协作沟通等方面的能力, 一直是高等教育从业者关心的主题。探究更现代化、更适合数学学科实际的研究生学位课程授课模式, 提高研究生培养质量, 我们也仍需要持续不断地实践与讨论。

### 基金项目

本文受中国地质大学(武汉)研究生教育教学改革研究项目资助(编号: YJG2021216)。

### 参考文献

- [1] 郭剑鸣, 颜建勇. 项目导师制: 教与学有机耦合的培养模式[J]. 中国高等教育, 2021(13): 64-66.
- [2] 张卫国, 李婧, 李剑敏. 柔中带刚、刚柔并济: 研究生“研讨式课堂”教学管理新模式[J]. 学位与研究生教育, 2015(11): 39-44.
- [3] 郑斯宁. 指导研究生的几点体会[J]. 学位与研究生教育, 2014(9): 9-11.
- [4] 丁玉梅. 基于教学目标分类理论的在线网络教学实践——以高等数学教学为例[J]. 中国轻工教育, 2020(3): 19-23.
- [5] 刘宇. 基于布鲁姆教育理论的法学翻转课堂应用探析[J]. 长春大学学报, 2018, 28(6): 103-108+116.
- [6] 谷超豪, 李大潜, 陈恕行, 郑宋穆, 谭永基. 数学物理方程[M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2012.
- [7] 蒋晓. 试论班杜拉社会学习理论及其教育意义[J]. 华东师范大学学报(教育科学版), 1987, 5(1): 83-94.
- [8] 高闯, 马安然, 德力达尔. 纪念班杜拉对社会学习理论的发现: 基于数理心理学架构的回顾[J]. 心理研究, 2022, 15(1): 27-35.
- [9] 邹本平. 班杜拉社会学习理论视域下大学生榜样教育效应研究[J]. 开封文化艺术职业学院学报, 2021, 41(1): 120-121+128.