Creative Education Studies 创新教育研究, 2023, 11(9), 2417-2422
Published Online September 2023 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2023.119358

新课标下高中数学建模校本课程的开发

——以高一函数(旅行社组团问题)为例

杨定珺，何方国，尹　杰

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北　黄冈

收稿日期：2023年6月9日；录用日期：2023年8月18日；发布日期：2023年8月28日

摘　要

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》中提出了六大数学学科核心素养，其中包含了数学建模素养，这是将数学建模放在了高中数学教育极其重要的位置。但是我国在高中阶段开展数学建模课程仍然存在较多问题，如师生理念未改变、相关的资源较少、师资力量不足等，因此在高中阶段开发“数学建模”校本课程迫在眉睫。本文从课程背景、课程目标的制定、课程内容的选择与组织、课程开发案例、课程评价等方面设计数学建模校本课程，希望以此促进数学建模更好地融入日常数学教学之中。

关键词

数学建模，校本课程，函数

The Development of the High School Mathematical Modeling School Curriculum under the New Curriculum

—Taking the High-Level Function (Travel Agency Group Problem) as an Example

Dinjun Yang, Fangguo He, Jie Yin

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 9th, 2023; accepted: Aug. 18th, 2023; published: Aug. 28th, 2023

Abstract

The “General High School Mathematics Curriculum Standards (2017 Edition)” puts forward six

文章引用：杨定珺，何方国，尹杰. 新课标下高中数学建模校本课程的开发[J]. 创新教育研究, 2023, 11(9): 2417-2422.
DOI: 10.12677/ces.2023.119358

core competencies in mathematics, including mathematical modeling literacy, which puts mathematical modeling in an extremely important position in high school mathematics education. However, there are still many problems in the development of mathematical modeling courses in high school in China, such as unchanged concepts of teachers and students, fewer related resources, and insufficient teachers, so it is urgent to develop "mathematical modeling" school-based courses at the high school level. This paper designs the mathematical modeling school-based curriculum from the aspects of curriculum background, formulation of course objectives, selection and organization of course content, curriculum development cases, and course evaluation, hoping to promote the better integration of mathematical modeling into daily mathematics teaching.

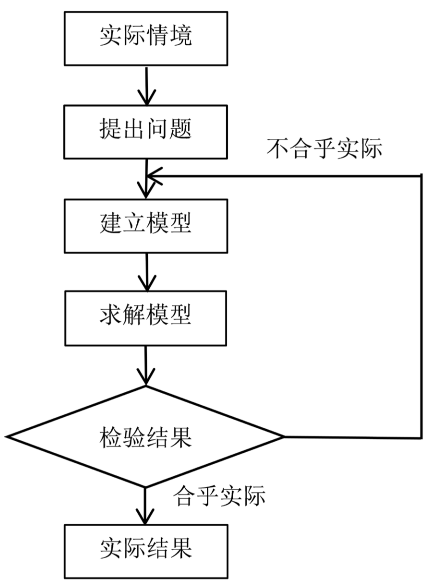
Keywords

Mathematical Modeling, School-Based Curriculum, Functions

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 背景

数学建模是对现实问题进行数学抽象，用数学语言表达问题、用数学方法建构模型解决问题的素养[1]，教师需要在教学中结合问题情境，让学生在分析问题时能够想到运用数学建模的思想解决数学问题，在运用过程中不断积累数学建模经验，发展数学学科核心素养。现行的数学教材是将数学建模的知识分散在各个教学单元的，呈现形式主要是应用题，虽然在一定程度上结合了现实背景，但学生在这个过程中经常无法运用其他类型数学知识，容易形成思维定式，因此开发数学建模活动是有一定必要的，数学建模过程主要包括：在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题，分析问题、建立模型，确定参数、计算求解，检验结果、改进模型，最终解决实际问题，其基本活动流程如下：



校本课程是对课本内容的强化和延伸，能够一定程度上弥补国家课程的不足，发挥学生的主体地位，

尊重学生个体差异。但是校本课程在我国教育体系中仍然处于边缘化的状态，此外有关数学建模活动的开发也是及其分散，因此在校本课程中开发数学建模课程，可以提高校本课程在开发过程中的丰富度，为更好的数学教学研究提供参考，也可以革新教师的教学观念，让信息技术走进课堂，丰富教师的授课方式，走出本校的独有的教学实践之路[2]。

2. 课程理念与目标的制定

2.1. 课程理念

数学校本课程理念是课程目标的制定、课程内容的选择与组织、教学过程的实施和教学效果的评价等方面的基础，它是校本课程开发和实施的指导思想。

新课改中提出教育需要“以人为本”，教育是为了每一位学生的发展，所以课程开发的是第一要素是学生的发展需要，一切教育最终都是为了服务学生，发展学生。因此，高中数学校本课程的开发应该以促进学生发展为基本出发点，在课程开发过程中教师应当坚持以学生为中心[3]。

高中数学的校本课程应该以学生发展为中心，从学生的实际状况和需要出发开发和实施课程，以激发学生学习数学的兴趣，拓展数学视野，提升学生的基本素养，服务于学生数学学习为基本理念[3]。

2.2. 课程目标的制定

数学建模的教学最关键的就是实现把实际问题转化为数学问题，这也是学生学习的难点所在，所以在数学建模的教学中最关键的就是选择适合的建模问题。一个合适的建模问题，可以帮助培养学生的数学意识，而数学建模的校本课程不仅仅包含教学，还包含学生在这个过程用模型解决实际问题、积累数学实践经验。书本中的数学建模知识并不足够学生学习，教师还需要将各类知识整合，根据学生认知发展，从复杂的建模资料里面找到适合本校学生的数学建模问题。此外数学建模问题与学生日常进行训练的题目有很大差别，对学生来说有较大的挑战，其中探究问题的过程在某种程度上决定了这次建模课程的有效性，因此一个适合的有关数学建模的校本课程目标格外重要。数学课程目标主要依赖两个方面：第一个方面是学生发展的需要，数学建模可以帮助数学进一步体验数学知识，提高应用数学的能力，为以后的学习奠定基础；另一方面是社会的需要，在各个领域都可以运用数学建模知识，社会需要这类创新型人才。

基于此，将校本课程中“数学建模”课程的总目标分为：在本课程的学习中，学生要学会将现实问题抽象成数学问题；从数学的角度分析问题，提出假设，建立相关数学模型，并且能够求解模型；学会评价与反思，培养逻辑思维和独立性，最终提升数学学科核心素养。

因为学生的实际能力在各个阶段都有不同，因此将总目标分为三个小目标。

第一阶段：高一年级，简单的建模和应用

(1) 了解数学建模知识的背景，学生能够模仿解决一些应用问题；

(2) 学生能够使用软件描述问题，并解决数学问题，体会其中蕴含的技巧与便利；

(3) 树立数学应用意识，积累解决数学问题的境遇，为后面的数学建模学习奠定基础。

第二阶段：高二年级，典型案例与初等模型

(1) 系统学习初等数学模型，包括几何模型和代数模型，拓宽学生数学建模知识面；

(2) 结合实际问题与数学问题，提高学生的数学抽象与逻辑思维能力；

(3) 在对各种模型的熟悉之后，能够合作完成教师要求的熟悉建模问题。

第三阶段：高三年级，综合建模训练

(1) 在完整体验数学建模活动之后，学生能够自主学习、自主探索、合作交流，探索自己的专属学习

模式；

(2) 通过合作学习，学生最终能够独立运用数学建模知识，解决问题[4]。

3. 课程内容的选择与组织

高中数学建模课程的选择需要进行严格筛选，与学生本阶段能力相匹配，并且能够在问题的提出、发现、分析和解决中，领悟建模知识，掌握基本的数学建模方法，体会其中蕴含的数学建模思想，通常是对已有教材和竞赛题目进行改变，从学生的生活实际和社会热点中出发创设新的问题。

以第一阶段的函数为例数学建模校本课程的主要内容见表 1：

Table 1. The first stage the content of school-based mathematical modeling course about function knowledge
表 1. 第一阶段关于函数知识的校本数学建模课程内容

	第一阶段(高一)
主要任务	简单建模和应用
函数	校园超市的定价 交通路口红绿灯 台风的预测问题 价格竞争问题 电梯停留问题…… 计算机软件求方程的近似解 计算机研究函数与图形

旅行社组团的数学建模教学主要是集中在建模知识部分，课程案例的背景、条件、数据以及需要解决的问题几乎是直接呈现给学生的，所以教学的侧重点是学生建模、解模的思维过程，这样有助于学生了解建模的来龙去脉，随着后期数学建模教学的深入，可以将类似的问题进行改编便可将仅适用于片段式教学的问题，延伸成为课题整体教学模式中学生可参考的“问题场”，旅行中有很多问题可以开发，像旅游套餐的选择、旅行路线的规划、交通工具选择以及行李的装载与运输等等。

4. 课程开发的案例

1) 课题名称：旅行社组团问题

2) 教学目标：

① 学生能够根据教师提高的数学建模问题案例，认识建模的具体步骤与特点；

② 能够帮助学生实现从列方程解决问题运用到数学建模解决问题的过渡。

3) 教学过程：

① 创设情境

黑马旅行团要组织 30~80 人的旅行队伍，旅客人数为 30 时，每位收取 500 元费用，旅客人数超过 30 时，每多一位旅客少交 10 元，每组织一次旅行的固定成本为 15000 元，还需要给参团旅客提供 40 元的餐饮，此时如何才能获得最大利润，什么时候又会亏本呢？

② 探索新知

教师带领学生分析问题，该怎么理解“每增加一位旅客少交 10 元”这句话呢？

预设：需要考虑是所有旅行团成员都少交 10 元，还是仅仅新增加的旅客少交 10 元。

引导学生探究两种可能中，更应该选择哪种，如果是增加的那一名少交 10 元，那么第 31 名应该收取多少钱呢？此时第 32 名又应该收取多少呢？这样类推下去，是否可行？

学生发现第 31 名应该交 490 元，第 32 名应该交 480 元，此时每位顾客交费都不同，又要怎么解决？

预设：可以把这种策略所需要的所有费用让旅客平摊。

接着引导学生建立数学模型，尝试解决问题，我们可以假设旅客有 x 名，那么 x 的取值范围为 $30 \le x \le 80$，用 w 来表示旅行社所获得的利润，那么当旅客人数为 30 时，旅行社盈利了吗？

预设：30 名旅客所交费用刚好可以与固定成本相抵消，但是旅行社还需要为每位旅客提供 40 元的餐饮，那么此时会亏损 1200 元。

学生从第 31 名旅客开始算利润，w如何表示，旅客又应该怎么分摊旅费？

预设：当 $x > 30$ 时，旅行社的利润 w 为 $w = 490 + 480 + \cdots + \left[500 - 10(x-30)\right] - 40x$

旅客分摊的旅费 y 为

$$\frac{15000 + 490 + \cdots + \left[500 - 10(x-30)\right]}{x}\text{元}$$

x 的值在不断变化，那么 w 和 y 又是怎么变化的呢？请同学们小组讨论之后回答。

预设：我们认为人数越多，利润越多。

让同学们尝试计算来验证自己的猜想。

预设：我们从第 30 人开始，每次加 10 人，往后逐次叠加，旅行社的利润从−1200 一直增加到 9050 元，如表 2 所示：

Table 2. Profit statement of travel agency with different number of persons
表 2. 旅行社不同人数利润表

x/名	30	40	50	60	70	80
w/元	−1200	2850	5900	7950	9000	9050
y/元	500	486.25	458	422.5	382.86	340.63

那么从这个表格中，大家有什么发现呢?我们又应该如何结合实际解决这两种趋势呢？

预设：我们发现每位旅客的均摊费用都在减少。虽然旅客的餐饮费与旅客交的钱相比是抵的，但是旅行社的固定成本较高，参团人数从 30 人增加到 40 人时，每个人平摊的费用减得并不多，但是旅行社的利润飞快增长。

大家非常善于发现，这个时候如果我们继续计算下去呢？结论会有改变吗？利润会一直增加下去吗？

预设：利润不会一直增加，利润的增长幅度在减小，利润的前半部分可以类比为等差数列，首项为 490，公差为−10，$S = -5x^2 + 795x - 19350$，那么 $w = -5x^2 + 755x - 19350$，其最值点在 $x = 75.5$ 时获得最大利润，若人数在 80 的基础上继续增多，那么利润会逐渐下降。

经过同学们对着以问题的仔细探讨，大家有什么收获呢？

预设：刚开始接触题目时，认为就是每个参团人员都少交 10 元，否则计算太复杂了，之后经过探讨，发现另一种假设是可行的，第一种假设下参团人数越多，旅行社盈利越多，但是消费者理解为我们的第二种假设时，认为可以有更大优惠，而选择这个旅行团出游。那么“每增加一名旅客少交 10 元”这句广告词就很容易误导消费者进行消费。

只要我们的假设合理，不论假设是否符合常规，我们都可以尝试建立模型，并且用该模型解决问题，要学会仔细读题，谨慎思考。

我们还发现到第 80 人时收费为 0 元人数再增多就不符合生活情境了，那么是不是也不一定要优惠到第 80 人呢？

预设：我们可以设置一个最低票价。

那么我们可以继续延伸这个问题……

5. 课程效果的评价

这次课题是由一个不完整的生活情境，转化为数学问题时，条件不充分，需要学生能够探讨其中的问题，通过一般分析能够了解数学模型的概念，认识数学建模的含义，还有数学建模的主要步骤，了解数学模型会有各种形式，比如方程、函数、图表、图形等，在未来的学习中还有可能是计算机的程序[5]。

教师在抛出学生熟悉的生活情境，学生能够很快将生活情境转为数学问题，并自主地开始解决问题，教师对学生进行引导，可以从多个角度研究问题，让学生们意识到不是每个问题的答案都唯一。在模型的建立中，教师给学生足够的时间抽象出数学问题的本质，在探究过程中不断发表自己的意见，与他人进行合作，尝试运用更多的数学方法解决问题。这类教学倾向于培养学生的建模能力和解决模型的思维，有利于学生学习数学建模的具体步骤，而且可以由此对问题进行改编，培养学生的发散思维。

其次，在数学建模的教学中应采用过程评价与多主体相结合的评价模式，过程性评价可以帮助教师及时调整学生学习进度，多主体的平均模式，能够促进师生之间的交流，发挥学生的主体地位。

6. 反思

校本课程在建设过程中产生问题与矛盾肯定是无法避免的，遇到问题我们需要认真研究，自我反思，寻找有效对策，及时调整：

(1) 目前我国高中生的数学建模素养整体水平处于较低水平，大部分学生只能在熟悉情境中利用已经学过的数学模型进行问题解决[6]，并不能够综合运用，虽然随着年龄的增长有所提高，但是他们对数学建模的认识还是非常浅薄的，遇到这类问题很容易有畏难情绪，在校本课程中开通数学建模课程，不仅适应新课标的发展理念还可以提升学生数学建模素养。

(2) 兴趣是学生学习的内驱力，高中整体数学知识都是抽象且乏味的，难度不断升级，能够在现实生活中运用的机会较少，学生一直都在使用题海战术，上课能够听懂，例题也能解答，但是在完成课后作业时，经常出错，学习动力不足，所以在正常的教学之外，开设数学建模校本课程，学生可以将生活情境转化为数学问题，能够体会数学的乐趣，在解决问题的过程中提升学习的兴趣。

(3) 大多教师对数学建模活动的关注度不够，对建模活动的具体实施存在一定问题，虽然对建模有极大兴趣，但是对建模活动的实际效果存疑。让教师建设数学建模校本课程的同时，可以让教师在日常教学中体会不一样的教学，改变对数学建模的观念，提高其科研能力。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准: 2017 年版 2020 年修订[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 5.

[2] 顾金. 高中数学校本课程的开发与实施——以课程《初等数论初步》为例[J]. 数学之友, 2022, 36(4): 13-16.

[3] 杨瑞强. 高中数学校本课程开发研究与教学实践[J]. 中学数学杂志, 2023, 401(3): 13-16.

[4] 顾姚. 高中“数学建模”校本课程开发的实践研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2019.

[5] 栾文静. 高中生数学建模素养培养策略[J]. 数理化解题研究, 2022(27): 29-31.

[6] 叶巧飞. 高中生数学建模素养的调查研究[D]. 西安: 陕西师范大学, 2018.