

基于雨课堂的高等数学闭环教学模式探究

——以“利用直角坐标计算二重积分”为例

郝琳, 赵志辉, 屈娜, 刘素兵

火箭军工程大学基础部, 陕西 西安

收稿日期: 2023年7月23日; 录用日期: 2023年9月11日; 发布日期: 2023年9月20日

摘要

针对高等数教授课过程中的三个问题: 如何指导学生有效预习? 课上如何提高学习效率? 课后如何及时了解学生掌握情况? 本文以“利用直角坐标计算二重积分”为例, 探究了基于雨课堂的“课前-课中-课后”闭环教学模式, 该模式可以较好地指导学生课前有效预习、课上积极参与互动学习, 并且教师课后可以及时了解学生情况。

关键词

雨课堂, 二重积分, 高等数学, 课前-课中-课后

Research on Closed-Loop Teaching Model of Advanced Mathematic Based on Rain Classroom

—Taking “Double Integrals in Cartesian Coordinates” as an Example

Lin Hao, Zihui Zhao, Na Qu, Subing Liu

Department of Basic, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi

Received: Jul. 23rd, 2023; accepted: Sep. 11th, 2023; published: Sep. 20th, 2023

Abstract

Aim at the three problems in the teaching process of Advanced Mathematic: how to guide students to prepare effectively in pre-class? How to improve learning efficiency in class? How to timely understand students' mastery in post-class? This paper takes “double integrals in Cartesian coordi-

nates” as an example to explore the “pre-, in-, and post-class” closed-loop teaching mode based on Rain Classroom. This mode can effectively guide students to preview in pre-class, actively participate in interactive learning in class, and teachers can timely understand students’ situations in post-class.

Keywords

Rain Classroom, Double Integrals, Advanced Mathematic, Pre-, in-, and Post-Class

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等数学是理、工、经管类各专业的必修课程，为后续学习专业课奠定重要基础。同时高等数学对培养学生的逻辑思维能力、创新思维能力以及分析解决问题能力都起着不可或缺的作用。作为一门基础科学，高等数学具有高度的抽象性、严密的逻辑性以及广泛的应用性。其主要内容微积分针对自然界和科学技术中的非均匀变化，从微观上研究其变化率，从宏观上研究其变化量，分别对应着微分学和积分学。微积分的基本思想是：借助已知的处理均匀量的方法，来研究未知的非均匀量。在微小局部以“均匀”代替“非均匀”求得近似，利用极限将近似转化成精确。对于各领域中的非均匀变化问题，我们抛开具体背景，关注本质特征，利用微元法抽象为微积分问题。抽象是解决现实问题的有力武器，通过抽象，我们可以抛开事物的具体背景，抓住其本质特征，深入研究其本质规律，使得高等数学得到广泛的应用，但也造成了高等数学知识的难以理解[1][2]。

由于高等数学内容高度抽象、知识体系逻辑性强等特点，传统的高等数学教学一般注重知识的严谨性与系统性，课堂上绝大部分时间是教师在讲授，学生参与度低，所以学生往往感觉高等数学枯燥、难以理解，从而导致学生产生畏难情绪并逐渐失去学习兴趣。针对上述情况，近年来很多教师积极探索新的教学模式，例如基于 MOOC 的翻转课堂教学[3]、基于 BOPPPS 模式的线上线下混合教学[4]、对分课堂[5]等，对提升高等数学的教学质量卓有成效。

无论哪种教学模式，其实主要解决三个问题：

- (1) 如何指导学生有效预习？
- (2) 课上如何提高学习效率？
- (3) 课后如何及时了解学生掌握情况？

针对这三个问题，笔者开展了基于雨课堂的课前-课中-课后的闭环教学模式探究。雨课堂是清华大学和学堂在线共同推出的新型智慧教学解决方案，将教学工具融入 PowerPoint 与微信，可以提供“课前-课中-课后”全周期的教学数据分析。课前，教师设计有针对性的预习课件并利用雨课堂推送到学生微信，指导学生课前开展有效预习；课上，教师根据学生预习反馈信息，利用雨课堂设计题目，引导学生思考、调动学生参与互动，从而提高课堂学习效率；课后，利用雨课堂进行课后复习测试，可以及时了解学生掌握情况并给出反馈。下面以“利用直角坐标计算二重积分”为例进行介绍。

2. 课前导学

预习的重要性毋庸置疑，通过预习，学生可以发现知识的重难点以及自己的薄弱点，这样在课堂就

可以有目的地听讲,起到事半功倍的效果。但是很多学生预习时抓不住重点,要么全面预习效率低下,要么走马观花效果甚微。因此教师有必要进行课前预习导学,设计课前导学应重点关注以下4个方面[6]:

(1) 与课堂内容密切相关的旧知识。学生对旧知识的掌握程度会影响课堂新知识的学习,因此教师在设计课前导学问题应该提醒学生复习相关的旧知识。这样可以消除学习新知识的障碍,同时有利于建立起新旧知识之间的联系,促进学生对知识的系统化掌握。

(2) 课堂知识的主要脉络。高等数学课堂知识往往多且抽象,但每堂课都会有一条知识主线。教师在设计课前导学时要帮助学生理清课堂知识的主要脉络,了解课堂知识的框架体系,避免在支线知识点上花费过多时间,从而偏离课堂的教学目标。

(3) 课堂知识的重点难点。帮助学生了解课堂学习中重点关注的知识,以及攻克这些重点难点需要用到的关键知识点,这样不仅可以消除学生预习时的盲目性,还有助于学生预习时迅速抓住问题的本质。

(4) 课前导学题目少而精,不要占用学生太多时间精力。

利用直角坐标计算二重积分,课堂学习的主要脉络如下:从二重积分的几何意义出发(旧知识),利用平行截面面积已知的立体的体积(旧知识)、曲边梯形的面积(旧知识),将二重积分转化为二次积分进行计算(重点难点)。因此课前导学时需要指导学生重点理解以下知识点:曲顶柱体的体积、曲顶柱体的体积如何表示成二重积分、平行截面面积已知的立体体积、曲边梯形的面积。

笔者利用雨课堂设计了图1(a)(b)(c)三个问题,帮助学生复习旧知识的同时,理清将二重积分转化为二次积分的思路。

Figure 1. The problems in pre-class

图 1. 课前预习题目

Figure 2. The example in pre-class

图 2. 课前导学例题

图2问题是课堂例题的一部分,雨课堂导学中设计此问题的目的是指导学生如何将曲顶柱体的体积如何表示成二重积分,同时为课堂例题的讲解奠定基础,提高课堂学习效率。

3. 课堂学习

传统的高等数学教学一般注重知识的严谨性与系统性,课堂上绝大部分时间是教师主动讲授,学生被动听课。尤其大班授课时,即使教师积极调动启发学生,也不同保证所有学生都能参与进来。雨课堂的教学功能顺应信息化时代大学生偏爱手机现状,让手机变为课堂上必不可少的学习工具,从而构建高效课堂。

课堂学习时学生在手机上利用雨课堂回答题目,可以活跃课堂气氛,增强课堂教学的趣味性。同时也可以提高学生的注意力,增加与学生之间的互动,提升学生的参与感。并且教师可以迅速看到全体学生的答题结果,及时掌握学生的课堂学习情况,并及时给出反馈以及教学调整方案。

教师在设计雨课堂互动题目时,切记雨课堂只是一个工具,是为了教学服务的,不能为了互动而互动,一定要起到启发引导学生思考的作用。要强调“问题”导向,利用问题引导学生,鼓励学生自主思考、探索规律,能够增强学生的自主学习意识,激发学生学习欲望[7]。

利用直角坐标计算二重积分的关键是将二重积分转化成二次积分,对于刚刚接触二重积分的学生来说,转化规律是一个难点。因此利用雨课堂设计图3的互动题目,引导学生主动发现转化规律:先对谁积分就做平行于哪条坐标轴的直线(自下而上,自左向右);直线与积分区域 D 的边界曲线有两个交点,第一个交点作为积分的下限,第二个交点作为积分的上限;后积分的积分限是常数,分别是 D 在相应坐标轴上的最小值和最大值。进而带领学生归纳出易于记忆的转化口诀“先积划条线,先交为下限,后交为上限,后积为常限。”

填空题 4分 设置

若积分区域 D 是 x 型区域,将二重积分转化成二次积分时,先对积分变量 [填空1] 积分,在积分区域的图形中,做平行于 [填空2] 坐标轴的直线;

若积分区域 D 是 y 型区域,将二重积分转化成二次积分时,先对积分变量 [填空3] 积分,在积分区域的图形中,做平行于 [填空4] 坐标轴的直线。

作答

Figure 3. The rule from double integral to quadratic integral
图3. 二重积分转化成二次积分的规律

多选题 5分 设置

例、平面薄片 D 由直线 $y = x - 2$ 和抛物线 $x = y^2$ 围成,其面密度为 $\mu(x, y) = x^2 + y^2$,计算平面薄片的质量。

A $M = \iint_D d\sigma$

B $M = \iint_D (x^2 + y^2) d\sigma$

C $M = \int_{-1}^2 dy \int_{y^2}^{y+2} (x^2 + y^2) dx$

D $M = \int_0^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} (x^2 + y^2) dy$

提交

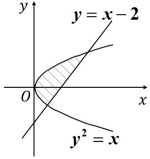


Figure 4. The problems need choosing the order of quadratic integral
图4. 需要选择积分次序的题目

掌握了转化规律之后，课堂上需要精讲多练，帮助学生强化掌握二重积分的计算方法。设计图 4 的雨课堂题目，通过计算发现：

$$\iint_D (x^2 + y^2) d\sigma = \int_{-1}^2 dy \int_{y^2}^{y+2} (x^2 + y^2) dx = \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} (x^2 + y^2) dy + \int_1^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} (x^2 + y^2) dy$$

如果转化成先对 y 再对 x 的二次积分，计算量要大于先对 x 再对 y 的二次积分，从而引导学生自己发现：将二重积分化为二次积分时，先对哪个变量积分应结合积分区域的形状来确定。

并不是所有的二重积分都能利用直角坐标计算出来，设计了图 5 所示的雨课堂主观题目，发现：

$$\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy = \int_{-a}^a dy \int_{-\sqrt{a^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}} e^{-x^2-y^2} dx = \int_{-a}^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} e^{-x^2-y^2} dy$$

无论转化成先对 x 再对 y 的二次积分、还是先对 y 再对 x 的二次积分，都无法计算出二次积分的结果。即本次课内容无法求解此积分，从而引出下次课学习内容：利用极坐标计算二重积分。

主观题 5分 设置

例、计算 $\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy$,其中 D 是由中心在原点,半径为 a 的圆周所围成的闭区域.

作答

Figure 5. The problem drawing forth the next class
图 5. 引出下次课内容的题目

4. 课后复习

课后教师都会布置作业来检验学生的掌握情况，但由于高校教师任务的多元性，并不能及时发现学生的薄弱点并给出反馈。此时利用雨课堂设计客观题目进行课后复习测试，就可以及时发现问题尽快解决。学习了“利用直角坐标计算二重积分”之后，笔者设计了图 6 的问题，重点检验学生对二重积分转换成二次积分的掌握情况，注重主观问题客观化，取得了较好的效果。

多选题 5分 设置

平面薄片 D 由直线 $y = x - 2$ 和抛物线 $x = y^2$ 围成，其面密度为1，计算平面薄片的质量.

A $M = \iint_D d\sigma$

B $\iint_D d\sigma = \int_{-1}^2 dy \int_{y^2}^{y+2} dx$

C $\iint_D d\sigma = \int_0^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} dy$

D $\iint_D d\sigma = \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} dy + \int_1^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} dy$

E $\iint_D d\sigma = 9$

提交

多选题 5分 设置

计算 $I = \iint_D y\sqrt{1+x^2-y^2} d\sigma$,
 D 是由直线 $y = x, x = -1$ 和 $y = 1$ 所围成的闭区域.

A $I = \int_{-1}^1 dx \int_{-1}^1 y\sqrt{1+x^2-y^2} dy$

B $I = \int_{-1}^1 dy \int_{-1}^y y\sqrt{1+x^2-y^2} dx$

C $I = \int_{-1}^1 dx \int_x^1 y\sqrt{1+x^2-y^2} dy$

D $I = \int_{-1}^1 dy \int_{-1}^1 y\sqrt{1+x^2-y^2} dx$

提交

Figure 6. The inspection problem in post-class
图 6. 课后检验题目

5. 结束语

本文基于雨课堂，设计了课前 - 课中 - 课后的闭环教学模式，该模式可以较好地指导学生课前有效预习、课上积极参与互动学习，并且教师课后可以及时了解学生情况。当然每次雨课堂的题目需要教师精心设计，在充分了解学生学习情况的基础上，深入挖掘教学内容，发现问题之后及时给学生辅导答疑，确保课前 - 课中 - 课后的闭环教学模式有效开展。

基金项目

高等学校大学数学教学研究与发展中心教学改革项目(CMC20210204)。

参考文献

- [1] Robert T. Smith, Roland B. Minton. 微积分(上册) [M]. 影印版. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [2] 同济大学应用数学系. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [3] 娄默军. 基于慕课的反转课堂教学模式在高职院校高等数学教学中的应用[J]. 科技世界, 2018(6): 26-27.
- [4] 何光. BOPPPS 模式下高等数学线上线下混合教学的探索与实践[J]. 科技风, 2023(20): 107-109.
- [5] 赵恒明, 覃荣存. 探索对分课堂模式下高等数学课程的教学方案[J]. 广州教育学院学报, 2021(4): 113-116.
- [6] 吕濯纓, 曹秀娟, 等. 在高等数学学习中如何使预习更有效[J]. 高教论坛, 2011(6): 104-105.
- [7] 康美飞, 侯代忠. 雨课堂助力“高等数学”混合式教学的研究[J]. 教育教学论坛, 2022(7): 125-128.