

Abide By the Mathematical Rules of Natural Change PhenomenonWang Changyi¹, Su Wei²

1. Penglai Bureau of Land And Resources, Penglai, Shandong

2. Quancheng College, Jinan University, Penglai, Shandong

Email: wyc59528@126.com; se-w0501@163.com

Abstract

Fluid motion, seepage flow and deformation of transmission, natural changes, such as atmospheric rainfall and debris flow convergence phenomenon comply with optimized reveals the regularity of the mathematical theory and formula, can lead optimization mathematical theory and formula of fluid dynamics, materials science, and other areas of the natural change rule research, make these seemingly complex natural change phenomenon becomes simple, a lot of convenience to solve actual problems. This paper focuses on the mathematical laws of fluid motion, seepage motion, transfiguration, atmospheric precipitation and debris flow.

Keywords

natural variation phenomenon; mathematical laws; fluid motion; deformation; atmospheric rainfall; debris flow convergence

Subject Areas Math & Physics**自然变化现象遵守的数学规律**王昌益¹, 苏炜²

1. 中国山东省蓬莱市国土资源局, 山东 蓬莱

2. 济南大学泉城学院, 山东 蓬莱

Email: wyc59528@126.com; se-w0501@163.com

收稿日期: 2017年9月18日; 发布日期: 2017年9月19日

摘要

流体运动、渗流运动、变形传递、大气降雨和泥石流汇聚等自然变化现象都遵守优化的数学理论与公式所揭示的规律, 可以将优化的数学理论与公式引入流体动力学、材料科学等自然变化规律研究领域, 使这些看似复杂的自然变化现象变得简单, 能为实际问题的解决带来很大方便。本文着重阐述流体运动、渗流运动、变形传递、大气降雨和泥石流汇聚现象所遵守的数学规律。

关键词

自然变化现象; 数学规律; 流体运动; 变形; 大气降雨; 泥石流汇聚

1. 引言

变形现象和流体运动、渗流运动、泥石流运动、滑坡运动等现象都属于自然变化现象。在研究这些现象时发现：这些自然变化现象不仅存在最基本的统一规律，同时也遵守一些优化的数学理论规律。

长期以来，由于应用力学在理论上存在的一些基本缺陷，导致人们难以认清这些规律。应用力学的缺陷，就像罩在双眼上的纱幔，使人们无法看清甚至无法看到自然变化的统一规律，成为了人们认清自然规律的一种障碍，由此严重妨碍了人们将优化的数学方法，直接应用在解决一些自然变化现象方面的客观问题上。

最近 30 多年，作用学新理论的诞生，终使蒙在人们眼睛上的纱幔去掉，从而使人们能更好地认清客观世界的基本规律。

虚度和实度是作用学新理论引入科学的一对新参数。它们是度量受作用物体变化特征或是度量物质运行条件特征的一对自然参数。其是控制变化现象的重要物理量，并与力、应力等等代表作用现象方面的物理量具有同等重要的科学地位，是解决各类变化问题的关键物理量之一。然而，目前国内外少有人涉及对这两个新参数的研究，对虚度和实度的测量方法更是少之又少。在应用新理论解决变形问题、渗流问题时发现，虚度和实度两个参数都遵守特定的自然统一规律，这种自然统一规律极大地方便了各种变化问题的研究与解决。

本文将着重阐述流体运动、渗流运动、变形传递、大气降雨和泥石流汇聚现象所遵守的数学规律。

2. 流体运动变化的数学规律

2.1. 流体渗漏变化的数学规律

当流量为 Q 的流体经过一个长度为 L 、孔隙均匀分布的通道运行时，它的流量将会因为渗漏而逐渐减小。设通道渗漏率为 E_s 。如果这段通道长度有 n 个长度单位，那么，就将其划分为 n 个通道分段。即 $n = L/l$ ， l 表示通道的单位长度。当流体流经第一个分段时，它的流

量 Q 因为渗漏而产生两种流量：运行流量和渗漏流量。流经第一个分段时，补给流量 Q 减小为 $q_{y1} = (1 - E_s)Q$ ，流量 q_{y1} 的下标 y 表示运行性质，下标 S 表示渗漏性质， E_s 表示 L 段通道的渗漏孔隙率，即渗漏率，在新理论中统称为虚度，故此称之为渗漏虚度，下标 1 表示第一分段。由于通道的渗漏性质相同，所以，渗漏虚度 E_s 被看作是常数。当流经第二个渗漏分段时，流量进一步减小为 $q_{y2} = (1 - E_s)q_{y1} = (1 - E_s)^2 Q$ ；流经第三个分段时，流量再度减小变为 $q_{y3} = (1 - E_s)q_{y2} = (1 - E_s)^3 Q$ ；...；依次类推，流经第 n 分段时，流量变为 $q_{yn} = (1 - E_s)^n Q$ 。将这些分段的流量数据排列起来，便构成了一组等比数列，称之为通道的运行数列。即

$$(1 - E_s)Q, (1 - E_s)^2 Q, (1 - E_s)^3 Q, \dots, (1 - E_s)^n Q。$$

该运行数列的通项公式

$$q_{yn} = (1 - E_s)^n Q$$

描述的是：在任意时刻，流量 Q 通过任意分段的剩余流量与通道的渗漏性质和补给流量之间的关系规律。

该运行数列的求和公式

$$Q_{yF} = \frac{(1 - E_s)[1 - (1 - E_s)^n]}{E_s} = \frac{E_y(1 - E_y^n)}{(1 - E_y)}$$

式中， E_y ——运行性质参数。

该公式描述的是：在任意时刻，整个具有渗漏性的通道段产生的渗漏流量与补给流量和渗漏性质之间的关系规律。

与流体运行规律相对应，各个分段产生的渗漏损失流量数据也构成了一组等比数列，叫运行通道的渗漏数列。

渗漏数列数据的分析与来源如下：

第一分段产生的渗漏流量是 $q_{S1} = E_S Q$;

第二分段的渗漏流量为 $q_{S2} = E_S q_{y1} = (1 - E_S) E_S Q$;

第三分段的渗漏率为 $q_{S3} = E_S q_{y2} = (1 - E_S)^2 E_S Q$; ...,

依次类推, 第 n 分段的 $q_{S3} = (1 - E_S)^{n-1} E_S^{n-1} Q$ 。

因此, 渗漏数列也为等比数列:

$$E_S Q, (1 - E_S) E_S Q, (1 - E_S)^2 E_S Q, \dots, (1 - E_S)^{n-1} E_S Q。$$

该渗漏数列的通项公式

$$q_{Sn} = (1 - E_S)^{n-1} E_S Q$$

描述的是: 通道中任意单位长度的即时渗漏流量与通道的渗漏性质和补给流量之间的关系规律。

该渗漏数列的求和公式

$$Q_{yF} = \frac{E_S [1 - (1 - E_S)^n]}{E_S} Q = 1 - (1 - E_S)^n Q = (1 - E_S^n) Q$$

描述的是: 任意时刻, 在长度为 L 的渗漏通道内产生的渗漏流量与渗漏性质和补给流量之间的关系规律。

由公式可知, 渗漏流量并不因为通道的渗漏孔隙均匀而保持各个不同位置都一样, 相反, 随着位置变化渗漏流量相应变化。渗漏程度即渗漏虚度随空间位置变化而改变的现象, 叫渗漏性质的空间变化率或渗漏虚度变化率, 记为 β_S 。渗漏虚度变化率等于流体运行终点处的渗漏虚度与其起点的渗漏虚度之差与起始点之间的距离之比, 即

$$\beta_S = \frac{(1 - E_S)^n E_S - E_S}{L} = \frac{E_S^n E_S}{L}。$$

根据上述渗漏现象中存在的数学规律，可由数学函数直接解决渗漏测量问题。测量方法如下：第一，测量源头流量 Q 和终端流量 q_m ；第二，建立数学方程，分析计算结果。这种方法简便、实用，能使看似复杂的渗漏问题简化为一个简易问题，从而提高了解决实际问题的效率。

2.2. 流体运行变化的数学规律

流量为 Q 的流体进入长度为 L 的运行通道，从起点 O 流动到终点 P 。由于受通道阻滞作用，致使流量 Q 产生了两种流量：运行流量 Q_y 和滞流流量 Q_z 。由于通道性质是均匀的，所以，度量通道畅通性的虚度和度量通道阻滞性质的实度都被视为常数，分别记为 E_z 和 T_z （下标 Z 表示阻滞性质）。若将通道按照度量单位划分为 n 个分段， $n = L/l$ ， l 表示运行通道的单位长度，那么，流体在每个分段中都分别产生不同的运行流量和滞流流量。

流量 Q 进入第一分段时：

$$\text{运行流量 } Q_{y1} = E_z Q,$$

$$\text{阻滞流量 } Q_{z1} = T_z Q = (1 - E_z) Q;$$

进入第二分段时：

$$\text{运行流量 } Q_{y2} = E_z^2 Q_{y1} = E_z^2 Q,$$

$$\text{阻滞流量 } Q_{z2} = T_z Q_{y1} = (1 - E_z) E_z Q;$$

进入第三分段时：

$$\text{运行流量 } Q_{y3} = E_z Q_{y2} = E_z^3 Q,$$

$$\text{阻滞流量 } Q_{z3} = T_z Q_{y2} = T_z E_z^2 Q = (1 - E_z) E_z^2 Q;$$

依次类推，进入第 n 分段时：

$$\text{运行流量 } Q_{yn} = E_z^n Q,$$

$$\text{阻滞流量 } Q_{zn} = (1 - E_z)E_z^{n-1}Q。$$

可见，流体在阻滞作用控制下的运动变化规律与流体在渗漏条件下的运动变化规律具有一致性，即，在阻滞条件下，流体流经各个阻滞分段中产生的运行数据和滞流数据也排列为等比数列，即，阻滞条件下流体的流量变化数列即运行数列为

$$E_z Q, E_z^2 Q, E_z^3 Q, \dots, E_z^n Q;$$

流体的滞流数列为

$$(1 - E_z)Q, (1 - E_z)E_z Q, (1 - E_z)E_z^2 Q, \dots, (1 - E_z)E_z^{n-1}Q。$$

根据这两组等比数列规律，可以通过简单的观测掌握流体的运行变化规律，为流体运动科学研究提供了方便。

流体运行流量数列的通项 $Q_{yn} = E_z^n Q$ 表达流体在任意时间、任意地点的通行流量；该运行数列的和为

$$Q_{yF} = \frac{E_z(1 - E_z^n)}{1 - E_z}Q$$

表示在任意时刻，整个运行通道中处于运行状态的流量。由此可知，通过整个运行通道 L 到达终点 P 的流量是 $Q_{yn} = E_z^n Q$ 。

流体滞流流量数列的通项 $Q_{zn} = (1 - E_z)E_z^{n-1}Q$ 表达在任意时间、任意地点处，流体流通中被阻滞、被延缓通行的滞流流量；该滞流数列的和为

$$Q_{zT} = \frac{(1 - E_z)(1 - E_z^n)}{1 - E_z}Q = (1 - E_z^n)Q$$

表示在任意时刻，整体运行通道产生的阻力延缓流体运行的滞流流量。

可见，一般的流体运行变化问题也可以应用数学方法直接解决。其测量研究方法也是：先确定补给流量和终端流量以及度量系统性质的常数，再根据数学公式进行分析计算，解决实际问题。

2.3. 在既有渗漏、又受阻滞环境下，流体变化规律测量的数学方法

流体在均质环境中运行，既有渗漏，又有阻滞。在这种情况下，它的运行变化同样有规可循。

设流体的初始流量是 Q ，其运行距离为 L ，其在通道中运行时的通率为 E ，渗漏率为 E_s ，阻滞率为 E_z ，那么，从 O 点流动到 P 点，在阻滞和渗漏并存的条件下流体的运行数列为

$$Q, EQ, E^2Q, E^3Q, \dots, E^nQ;$$

渗漏数列为

$$E_sQ, E_sEQ, E_sE^2Q, \dots, E_sE^{n-1}Q;$$

阻滞数列为

$$E_zQ, E_sEQ, E_zE^2Q, \dots, E_zE^{n-1}Q。$$

阻滞和渗漏共同构成的流量损失量数据也排列成等比数列，称为流量损失数列，即

$$(E_s + E_z)Q, (E_s + E_z)EQ, (E_s + E_z)E^2Q, \dots, (E_s + E_z)E^{n-1}Q。$$

如果将由渗漏和阻滞共同产生的流量损失率记为 T ，即 $T = E_s + E_z$ ，那么流量损失数列可表述为：

$$TQ, TEQ, TE^2Q, \dots, TE^{n-1}Q$$

该数列的通项公式

$$Q_{Tn} = TE^{n-1}Q$$

表示在通道 OP 段任一点处，在瞬间产生的流量损失量。

该等比数列的求和公式

$$Q_T = \frac{T(1-E^n)}{1-E} Q$$

表示 OP 段通道整体产生的瞬间流量损失量；如果流体连续流动，那么，在 $\Delta t = t$ 时间段，通道 OP 整体产生的流量损失量总计为

$$Q_{Tt} = \frac{T(1-E^n)}{1-E} Q t。$$

由此可知，在通道中任意位置通行的流量可由运行数列的通项公式 $Q_{Fn} = E^n Q$ 来描述。

2.4. 实验论证方法举例分析

上述规律可通过如图 1 所示的实验设施进行验证。该实验设施的设置条件：在一个长度为 L 、半径为 r 的水管管壁上均匀打上小孔（简称漏水管），让水管具有一定的漏水率；在漏水管外围套上不打孔的粗水管（简称套管）；套管一端封闭并固定在抽水管上，另一端出水；将漏水管与抽水机出水管连接，启动抽水机，让抽水机按特定的抽水量抽水，并通过漏水管运行；分别测量漏水管和套管的出水量；代入公式进行计算，最终验证公式是否成立。

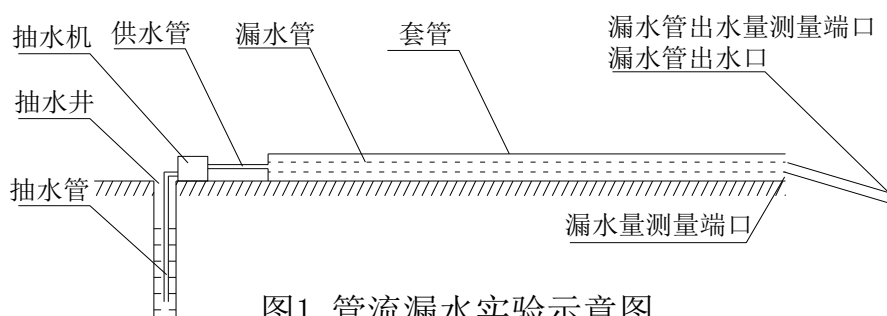


图1 管流漏水实验示意图
Pipe flow is leaking experimental schematic

综上所述，流体运行变化，可以根据数学公式进行测量研究，其方法是：测量获取补给流量、终端流出流量和通道性质参数，然后根据数学公式进行计算研究，最终获得问题的答

案，使问题得到解决。该方法可以省略问题解决的中间过程，避免测量多余的中间变量，并根据数学公式能直接确定中间变化过程与规律。

3. 作用和变形变化的数学规律

作用量在均质变形体内传递的变化规律与流体在运行中的变化规律相类似，也遵守等比数列排列组合规律。

如图 2 所示，在均质、无限大物体表面上一点受到冲击作用，其作用量为 A 。该作用量从作用点开始在受作用体内传递，其传递方式类似于机械波传递——从一个波前面传递到另一个波前面。由于受作用，致使受作用点 O 处产生了变形，并且变形在物体内部同样被传递。虽然物体的物质性质相同，并不因为位置差别而改变，但是，内部传递作用量，由于受作用面接受作用性质的影响，随着它与作用点 O 之间距离的增大而有所改变，即内部受作用面接受外作用的性质，随着它与作用点距离的增大而呈特定的级数形式变化。

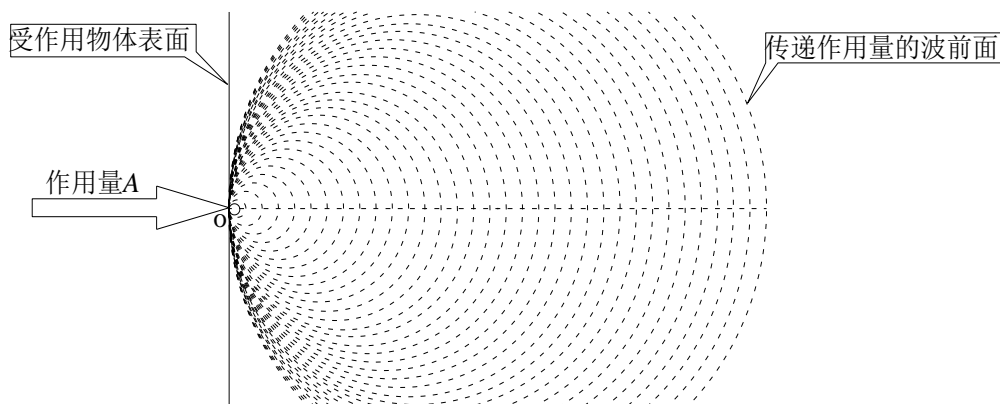


图2 作用和变形的传递变化规律示意图

The transmission of function and deformation is shown in a schematic diagram

假设作用量从 O 点开始向物体内部传递到远处的距离为 L ，在该距离内存在 n 个传递作用和变形的波前面，则有由各个波前面接受的虚作用量排列成一组等比数列，叫作用量的运行数列，即

$$A_{F_1} = EA, \quad A_{F_2} = EA_{F_1} = E^2 A, \quad A_{F_3} = EA_{F_2} = E^3 A, \quad \dots, \quad A_{F_n} = EA_{F_{(n-1)}} = E^n A。$$

式中， E 表示材料在该作用条件下作用点的虚度。

相应，传递给各个内部受作用波前面的实作用量也排列成一组等比数列，叫作用量的滞行数列，即

$$A_{T1} = TA, \quad A_{T2} = TA_{F1} = TEA, \quad A_{T3} = TA_{F2} = TE^2A, \quad \dots, \quad A_{Tn} = TA_{F_{n-1}} = TE^{n-1}A。$$

式中， T 表示材料在该作用条件下作用点的实度。

这两组数列反映出作用量在传递中的基本变化规律。作用量的变化直接对应变形量的变化。因此，在物体内部传递的变形量也有一组与作用量运行数列对应的数列。该变形与作用之间的关系式可表示为

$$x_n = \int_u^t \frac{A_{Fn}}{m} dt = \int_u^t \frac{E^n A}{m} dt。$$

式中， x_n 表示物体内部受作用面的变形位移；

L 表示内部受作用和变形的波前面与表面受作用点之间的距离， $L = n$ ；

u 表示作用量在物体内部传递的速度，即波的传递速度；

m 表示外作用质量；

A 表示外作用量；

t 表示作用时间。

因此，从作用点 O 到物体内部远处，由各个内部受作用面即波前面的位移排列组合而成的数列为

$$x_1 = \int_u^t \frac{EA}{m} dt, \quad x_2 = \int_u^t \frac{E^2A}{m} dt, \quad x_3 = \int_u^t \frac{E^3A}{m} dt, \quad \dots, \quad x_n = \int_u^t \frac{E^nA}{m} dt。$$

受作用面的位移 x_n 实际上等于最大应力作用点的位移，与应变概念对应。对变形数列进行一次微分，得到的内变形速度数列

$$v_1 = \frac{EA}{m}, \quad v_2 = \frac{E^2 A}{m}, \quad v_3 = \frac{E^3 A}{m}, \quad \dots, \quad v_n = \frac{E^n A}{m}$$

实际上就是内应变速度变化数列。再次微分，得到的是应变加速度变化数列。

可见，作用和变形变化规律也可以用数学公式直接进行描述。可以根据数学公式要求测量所需要的已知量，进而根据数学计算解决问题。根据以上讨论，解决变化问题，最关键的是确定变化规律给出来的规律性数字，然后根据数学公式进行定量研究，最终解决问题。

4. 降雨坡流汇聚运行变化的数学规律

如图 3 所示，从坡顶到坡底，大气降雨形成的坡流流量是逐渐增大的。这种增大趋势是呈级数增大规律的。

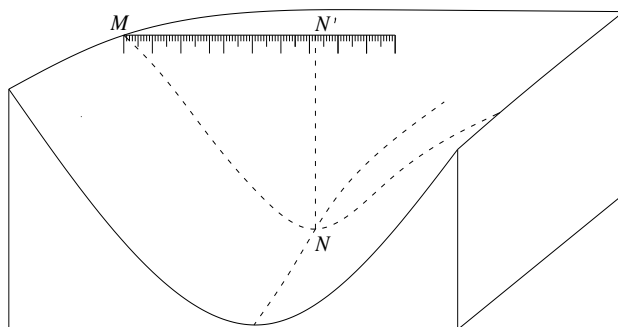


图3 坡流运行变化规律分析示意图

The slope flow is analyzed schematically

假设单位时间、单位水平面的降雨量都是 q ，并且山坡坡度近似相等，那么，从山顶到山底，各个单位水平面接受降雨生成的坡流量分别为

$$kq, \quad 2kq, \quad 3kq, \quad 4kq, \quad \dots, \quad nkq。$$

这种由不同水平位置的坡流量数据排列而成的数列构成了等差数列，因此，可根据等差数列公式进行数学规律研究。

从坡顶到坡底坡流量构成的等差数列，其通项

$$q_n = nkq$$

表示坡点在任意时刻的坡流量。

如果坡流向一点汇集，那么，该汇点在任意时刻的汇流流量为

$$Q = nkqS$$

式中， S 表示水平汇水面积；

q 表示单位时间、单位水平面的降雨量；

k 表示坡流率。

坡流生成与汇聚的这种数学规律，为洪灾预测和泥石流灾害预测带来了极大方便：只要天气预报能够准确预报降雨量，就能根据汇水面积和山坡物质性质来预测洪灾和泥石流灾情的基本状况。

5. 自然变化规律研究的数学方法与步骤

自然界中的各种变化现象，普遍存在被优化的数学规律，根据这些规律，可以得出以数学理论为指导，对各种自然变化现象进行测量的研究方法。这种研究方法，被称为自然变化规律测量的数学方法。在此，将上述归纳自然变化规律测量的数学方法与步骤描述如下：

第一步，研究变化现象中数字化物理量的变化规律，确定其统一取值规律，并确定其取值数字；

第二步，研究物理量按时间或空间分布与变化的数字规律，将这些变化数字依次排列、构成数列；

第三步，研究数列的数学规律，引入数学公式；

第四步，根据问题需要进行数学计算，解决具体实际问题。

6. 小结

通过以上讨论可以看出：流体运动、渗流运动、变形传递、大气降雨和泥石流汇聚都遵守特有的自然变化规律，并且遵守优化的数学理论公式所揭示的规律，因此，可以将优化的数学理论与公式引入流体动力学、材料科学等自然变化规律研究领域，使这些看似复杂的自然变化现象变得简单，能为实际问题的解决带来很大方便。事实上，这种规律在许多复杂的

自然变化现象中也普遍存在，如滑坡的孕育发展与发生过程，地震的孕育发展过程，所以，对这种自然变化规律的研究具有广泛而重要的意义。

致谢

本文作者感谢宋振骥院士和贺可强教授的鼓励与帮助。

参考文献

- [1] 干洪. 力学学科的发展现状与 21 世纪展望[J]. 安徽建筑大学学报, 2001, 9(2):1-6.
- [2] 龚勇清. 大学物理教程. 国防工业出版社. 2011 年 2 月 1 日
- [3] 李和娣主编. 固体力学进展及应用: 庆贺李敏华院士 90 华诞文集[J]. 北京, 2007.
- [4] 李爽, 谢礼立. 地球科学--固体地球物理学:近场问题的研究现状与发展方向[J]. 中国学术期刊文摘, 2007(11):3-3.
- [5] 王昌益, 孙洁; 作用学概论[J]; 城市建设; 2010.03 下旬刊 总第 59 期, 31
- [6] 同济大学数学系. 高等数学[M]. 同济大学出版社,2009
- [7] Chang Yi Wang, Ben Jun Wang, Shu Zun Jiang. Theory of the Ultimate Beating Capacity Calculation; 《EARTH SCIENCE RESEARCH(加拿大)》, Vol.1,No.1 February 2012