Mathematical relations of natural constants

Liu BingZhuo, Liu DongZe, Liu XiangHua
Fundamental constants Study room, Chifeng, China
Email: elyou3@163.com

Abstract

Through the study of the natural constants, mainly the fundamental physical constants. This paper found the mathematical relations between the universal gravitational constant, Fermi weak force constant and fine structure constant. The mathematical expressions of the mass of the dark matter and all elementary particles, such as neutron, proton, electron, neutrinos, quarks, $W^{\pm}$, Z^0 bosons and Higgs boson are also found. Besides that, we also noticed and applied a series of the cosmic quantization laws, worked out the temperature of the cosmic microwave background radiation and the two mass limits of the compact star, namely Tolman-Oppenheimer-Volkoff Limit and Chandrasekhar Limit. Thus, a breakthrough has been made for the completion of the ultimate grand unification theory. And unintentionally, also in order to solve Hilbert's sixth problem made a breakthrough.

Keywords

Four basic forces; Dimensionless number; Neutrino; Dark matter; Cosmic quantization; Microwave background radiation

Subject Areas Math & Physics

自然常数的数学关系

刘柄灼，刘洞赜，刘向华
基本常数研究室，中国，赤峰
Email: elyou3@163.com

收稿日期：2018年4月25日；发布日期：2018年5月3日

摘　要

通过对自然常数，主要是基本物理常数的研究，本文找到了万有引力常数、费米弱力常数和精细结构常数之间的数学关系，也找到了中子、质子、电子、中微子、夸克、$W^{\pm}$, Z^0 玻色子和希格斯玻色子等所有基本粒子以及暗物质的质量的数学表达式。还发现并运用宇宙量子化规律，计算出了宇宙微波背景辐射温度和致密星的两个质量极限，即钱德拉塞卡极限和托尔曼-奥本海默-沃尔科夫极限。从而为终极大统一理论的完成做出了突破性进展。并且，无意中也为解决希尔伯特的第六个问题取得突破。

关键词

四种基本力；无量纲数；中微子；暗物质；宇宙量子化；宇宙微波背景辐射

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

1. 引　言

统一理论是伟大的物理学家阿尔伯特・爱因斯坦的遗愿之一。也是现代物理学基础研究的重要课题之一。而自然常数，即基本物理常数是这一课题的重要组成部分。也是粒子物理标准模型的自由参数。但是，这些基本物理常数大部分都只能通过实验来获得数值，而不能像圆周率π 那样，可以通过理论计算出来。对于它们之间的深刻联系，更是无从所知。这么多的基本物理常数一行行一列列的摆在那里，怎么可能没有联系？于是，笔者开始了漫长的研究和演算。

这些基本物理常数按照其身份及角色的不同，初步可以分为三类：第一类体现了宇宙时空的结构及特性。通常可以令其数值等于一，比如：真空中的光速 c 和约化的普朗克常数$\hbar$（又叫狄拉克常数）。第二类是四种基本相互作用力的耦合常数。包括牛顿的万有引力常数 G、费米的弱力耦合常数 G_F 、索末菲尔德的精细结构常数α 和强力耦合常数α_s 。不过这里的引力常数 G 的数值也可以令其等于一，也可以归到第一类中，至于为什么，后面会特别说明。第三类就是各种基本粒子以及暗物质的质量。

2. 四种基本力耦合常数的数学关系

2.1. 缺少强力耦合常数α_s的数学关系

引力常数 G、费米常数 G_F 和精细结构常数α 的最新(2016)实验值[1]($c = \hbar = 1$)分别为：

$G = 6.70861\ (31) \times 10^{-39}\ \mathrm{GeV}^{-2}$,

$G_F = 1.1663787\ (6) \times 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2}$,

$G_F / G = 1.73863 \times 10^{33}$,

$\alpha^{-1} = 137.\ 035999139\ (31)$.

通过对引力常数 G、费米常数 G_F 和精细结构常数α 的实验数据进行计算，笔者于 2012 年 3 月 1 日找到一个经验公式：

$$ㄌ = \frac{G\hbar^2}{G_F c^2} = \left(\frac{2\pi\alpha}{27}\right)^{12}. \tag{1}$$

其中的比例常数ㄌ是汉字的注音字母，读作“乐(le)”。由于令 $c = \hbar = 1$，所以，式(1)可以写为：

$$ㄌ = \frac{G}{G_F} = \left(\frac{2\pi\alpha}{27}\right)^{12}. \tag{2}$$

再进一步，我们令：

$$ㄓ = \frac{27}{2\pi}. \tag{3}$$

则式(2)可以写为：

$$ㄌ = \frac{G}{G_F} = \frac{\alpha^{12}}{ㄓ^{12}}. \tag{4}$$

在式(4)中，对称性使得我们既可以令引力常数 $G = 1$，也可以令费米常数 $G_F = 1$，可依人的偏好进行选择（但是，在后面我们将看到，我们只能令引力常数 $G = 1$，而不能令费米常数 $G_F = 1$，没有选择的余地）。而式(3)和式(4)中的“ㄓ”是不是强力的耦合常数α_s ，我们还不能确定。因此我们可以叫它是“终力”的

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

耦合常数（取义“终结之力”、“最终之力”，也表示“中华之力”）。这也是用“中”来表示 $27/2\pi$ 的原因（叫“中力”也可以）。

目前，强力耦合常数α_s 是一个随着能标跑动的耦合常数，最新实验值[1]为$\alpha_s(m_Z)=0.1181(11)$。在本文看来，这个数值可能与温伯格角θ_W 有关：$\sin\theta_W/4=0.1179$。

如果令式(4)中的引力常数 $G=1$，则费米常数 G_F 是一个无量纲的纯数字，与比例常数为互为倒数。

2.2. 精细结构常数的精确表达式

2015 年 11 月 28 日，一位叫廖晓明的网友，上传了他写的一篇论文。文中他用自己发明的一种新几何，推导出了精细结构常数的比较粗糙的表达式（只上传到了群文件，没有发表）：

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{12^3}{4\pi}=\frac{1728}{4\pi}. \tag{5}$$

2017 年 1 月 9 日，本文作者在式(5)的基础上，得到精细结构常数的精确表达式：

$$\frac{1}{4\text{中}\,\alpha}=8-\frac{1}{16\left(\frac{\text{中}^2}{6}-\frac{8}{\pi^2}\right)}. \tag{6}$$

其中

$$\frac{8}{\pi^2}=\left(\frac{3}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\right)^{-1}. \tag{7}$$

$$\frac{3}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{3}{4}\zeta(2)=\frac{\pi^2}{8}=1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)^2}+\cdots. \tag{8}$$

计算式(6)可得$\alpha^{-1}=137.035999313816986766670368361961...$，与实验值的比值为 0.999999998724。代入式(4)，并且令引力常数 $G=1$，可得费米常数 $G_F=1.7386925915511820391507633759789...\times10^{33}$，与实验值的比值为 0.999964。

3. 中子、电子、质子和电子型中微子的质量

中子、电子、质子质量的最新(2016)实验值[2]分别为：

$m_n=0.9395654133\ (58)$ GeV,

$m_e=0.0005109989461\ (31)$ GeV,

$m_p=0.9382720813\ (58)$ GeV,

$m_n/m_e=1838.68366158\ (90)$,

$m_p/m_n=0.99862347844\ (51)$.

通过对引力常数 G、费米常数 G_F、精细结构常数α、电子质量和中子质量的实验数据进行量纲分析和数量级估算，在 2005 年 11 月 30 日的晚上，笔者得到一个经验公式：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$\frac{m_e}{\sqrt[6]{\dfrac{Gm_e^{\ 4}}{G_F^{\ 2}\alpha}}}=\frac{m_n}{m_e}\Rightarrow\frac{m_e^{\ 8}}{m_n^{\ 6}}=\frac{G}{G_F^{\ 2}\alpha}=\frac{\text{力}}{G_F\alpha}. \tag{9}$$

在式(9)中，“质量”的出现打破了式(4)中的那种对称性，于是，我们只能令引力常数 $G = 1$，而不能令费米常数 $G_F = 1$（此可作为一条公理了）。这表明，主要是弱力赋予物质粒子于质量（目前，人们对弱作用的认识还仅仅只停留在“可使粒子衰变”上），而引力则直接相关于宇宙时空的结构及特性。或者说引力代表了宇宙时空的背景，而弱力赋予物质粒子质量后，来填充这个背景。这应该也是为什么爱因斯坦的广义相对论说是时空的弯曲导致了引力，而他的方程又如此成功的原因所在吧！

当然，上面的论述并不是说“时空”与“物质”可以分离开来。恰恰相反，而是四种基本相互作用既要各司其职又要相互协作，以保持它们相互之间的那种最基本的对称性。如：a. 引力与电磁力都是长程力；弱力与终力（本文认为，终力应该就是低能下的强力）都是短程力。b. 电磁力与弱力可以实现小统一（已经实现电弱统一理论）；引力与终力也应该可以小统一（比如引力子和胶子都可以自作用，或许终力和引力一样，也与宇宙时空的结构及特性直接相关）。c. 电磁力通过电荷产生作用、终力通过色荷产生作用；弱力赋予物质粒子于质量，形成日月星辰、引力赋予宇宙时空于质量（普朗克质量），使得“真空不空”。两种质量一明一暗，“一实一虚”，（还可能一无色一带色），相辅相成，相得益彰。如此，便是我们这个神秘的宇宙了。

由于式(9)等号的最右边全都是无量纲的纯数字，那么，用式(9)算得的电子和中子的质量也同样是纯数字。这表明由式(9)算得的电子和中子的质量是裸质量，或者说是绝对静质量。

类比式(9)，根据中微子振荡实验给出的中微子质量的数量级[1]，于 2017 年 3 月 3 日，笔者终于得到质子质量和电子型中微子质量的关系式：

$$\frac{m_{\nu_e}^{\ 8}}{m_p^{\ 6}}=\frac{G^2\alpha^{11}}{G_F^{\ 3}\text{中}^{12}}=\frac{\text{力}^3}{G_F\alpha}. \tag{10}$$

为了先让读者对电子型中微子的质量有一个直观的认识（因为纯数字的质量，人们还不太习惯），可以把质子质量的实验值 $m_p = 0.9382720813$ GeV 代入式(10)可得 $m_{\nu_e} = 0.0024998$ eV。

用式(10)比上式(9)可得：

$$\frac{m_{\nu_e}^{\ 8}m_n^{\ 6}}{m_e^{\ 8}m_p^{\ 6}}=\frac{G\alpha^{12}}{G_F\text{中}^{12}}=\frac{G^2}{G_F^{\ 2}}=\frac{\alpha^{24}}{\text{中}^{24}}=\text{力}^2. \tag{11}$$

可以看到，在式(11)中，又恢复了式(4)中的对称性，只是多出了四个粒子的质量。而这四个粒子的质量应该是弱力打破与引力的对称性从宇宙时空的背景中提取到的。这正说明了弱相互作用的对称性在四种基本力中是最少的（最经典的就是弱作用宇称不守恒），但整体上依然还是对称的。

2012 年 1 月 31 日，笔者找到一个经验公式：

$$\frac{m_p}{m_n}=\frac{1}{\sum\limits_{k=0}^{+\infty}\left[\left(\dfrac{3}{4}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}\right)^{-1}\dfrac{\alpha}{\text{中}}\right]^k}=1-\left(\frac{3}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\right)^{-1}\frac{\alpha}{\text{中}}=1-\frac{8\alpha}{\pi^2\text{中}}. \tag{12}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

计算式(12)得到 $m_p/m_n = 0.99862351439296223893981894074261\ldots$，与实验值的比值为 0.99999996405。把中子质量的实验值 $m_n = 0.9395654133$ GeV 代入式(12)可得 $m_p = 0.9382721150$ GeV。

结合式(11)和式(12)可得：

$$\frac{m_{\nu_e}{}^8}{m_e{}^8} = \frac{G\alpha^{12}}{G_F 中^{12}}\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 中}\right)^6 = \frac{G^2}{G_F{}^2}\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 中}\right)^6 = \frac{\alpha^{24}}{中^{24}}\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 中}\right)^6 = 为^2\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 中}\right)^6. \quad (13)$$

4. $W^{\pm}, Z^0$ 玻色子、希格斯玻色子 H^0 和中子 n 的质量与温伯格角 θ_W

4.1. $W^{\pm}, Z^0$ 玻色子的质量与温伯格角 θ_W

$W^{\pm}, Z^0$ 玻色子、希格斯玻色子 H^0 的质量和温伯格角 θ_W 的最新(2016)实验值[1], [2]分别为：

$m_{W^{\pm}} = 80.385\ (15)$ GeV,

$m_{Z^0} = 91.1876\ (21)$ GeV,

$m_{H^0} = 125.09\ (24)$ GeV,

$m_{W^{\pm}}/m_{Z^0} = 0.88153\ (17)$,

$m_{H^0}/m_{Z^0} = 1.3718$,

$\sin^2\theta_W = 0.2223\ (21)$[2] .

早在 2006 年 3 月 5 日，笔者就发现了一个经验公式：

$$m_{W^{\pm}}{}^2 m_{Z^0}{}^2 = \frac{\alpha}{G_F{}^2}. \quad (14)$$

而到了 2017 年 11 月 13 日，才终于算得另一个关于 $W^{\pm}, Z^0$ 玻色子的经验公式：

$$\frac{m_{Z^0}{}^2 - m_{W^{\pm}}{}^2}{m_{Z^0}{}^2 + m_{W^{\pm}}{}^2} = 4中\,\alpha \Rightarrow \frac{m_{W^{\pm}}{}^2}{m_{Z^0}{}^2} = \frac{1-4中\,\alpha}{1+4中\,\alpha}. \quad (15)$$

结合式(14)和式(15)可得：

$$G_F{}^2 m_{W^{\pm}}{}^4 = \alpha\frac{1-4中\,\alpha}{1+4中\,\alpha}. \quad (16)$$

$$G_F{}^2 m_{Z^0}{}^4 = \alpha\frac{1+4中\,\alpha}{1-4中\,\alpha}. \quad (17)$$

大家都知道，在电弱统一理论中，$W^{\pm}, Z^0$ 玻色子不是像式(14)和式(15)这样的，而是有两个独立的耦合常数 g 和 g'。这也是电弱统一理论不完美的地方。因此，使得电弱统一理论也只能统一电磁力和弱力这两种基本力。而式(14)和式(15)却是统一了四种基本力。

不过，电弱统一理论与式(15)有一个交叉点（也可以说是共同点），那就是温伯格角 θ_W ：

$$\cos\theta_W = \frac{m_{W^{\pm}}}{m_{Z^0}}. \quad (18)$$

但是，此“温伯格角”已非彼“温伯格角”，内涵已经完全不同。因此，需要修改一下下标：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$\cos\theta_{\mathrm{W}\text{中}} = \frac{m_{W^{\pm}}}{m_{Z^0}} = \sqrt{\frac{1-4\text{中}\,\alpha}{1+4\text{中}\,\alpha}}. \tag{19}$$

保留“W”以尊重前辈，增加“中”以显示不同。为了方便输入，可以采用“中”的第一个拼音字母“Z”来代替，即“$\cos\theta_{\mathrm{WZ}}$ ”，该角可叫做“WZ 角”。如此可得

$$\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}} = \frac{1-4\text{中}\,\alpha}{1+4\text{中}\,\alpha}. \tag{20}$$

$$\sin^2\theta_{\mathrm{WZ}} = \frac{8\text{中}\,\alpha}{1+4\text{中}\,\alpha}. \tag{21}$$

$$m_{W^{\pm}}{}^4 = \frac{\alpha\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{G_F{}^2}. \tag{22}$$

$$m_{Z^0}{}^4 = \frac{\alpha}{G_F{}^2\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}. \tag{23}$$

这个 WZ 角，也可以说是打开建立终极大统一理论的一把钥匙。计算式(20)、式(21)、式(22)和式(23)可得 WZ 角的余弦、正弦的平方值和 $W^{\pm}$, Z^0 玻色子的绝对静质量：

$\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}} = 0.777094976909709230638530647862 93\ldots$,

$\sin^2\theta_{\mathrm{WZ}} = 0.222905023090290769361469352137 07\ldots$,

$m_{W^{\pm}} = 6.581099482610370688750245992812\ldots \times 10^{-18}$,

$m_{Z^0} = 7.465543063780906545151700767226 4\ldots \times 10^{-18}$,

$m_{W^{\pm}} / m_{Z^0} = 0.881529906985412055701428312258 09\ldots$.

4.2. 希格斯玻色子 H^0 与中子 n 的质量

2017 年 11 月 17 日，笔者计算出希格斯玻色子的质量 m_{H^0} ：

$$m_{H^0}{}^2 m_{W^{\pm}}{}^2 = \frac{\pi\alpha\cos^4\theta_{\mathrm{WZ}}}{G_F{}^2}. \tag{24}$$

$$m_{H^0}{}^2 m_{Z^0}{}^2 = \frac{\pi\alpha\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{G_F{}^2}. \tag{25}$$

$$\frac{m_{H^0}{}^2}{m_{W^{\pm}}{}^2} = \pi\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}. \tag{26}$$

$$\frac{m_{H^0}{}^2}{m_{Z^0}{}^2} = \pi\cos^4\theta_{\mathrm{WZ}}. \tag{27}$$

$$m_{H^0}{}^2 = \frac{\pi\sqrt{\alpha}\cos^3\theta_{\mathrm{WZ}}}{G_F}. \tag{28}$$

可见，希格斯玻色子的质量依然主要来自弱力。计算式(28)可得希格斯玻色子 H^0 的绝对静质量：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

m_{H^0} = 1.0282777605156186297932115570851... ×10^{-17} ,

m_{H^0}/m_{Z^0} = 1.3773649843429471845504426989829... .

2017 年 11 月 19 日，笔者计算出了中子的裸质量（绝对静质量）：

$$G_F{}^6 m_{H^0}{}^6 m_n{}^6 = \sqrt{\frac{G}{G_F}} \cdot \frac{1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{2\pi} = \frac{\alpha^6}{ф^6} \cdot \frac{1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{2\pi}. \tag{29}$$

$$G_F{}^3 m_n{}^6 = \sqrt{\frac{G}{G_F}} \cdot \frac{1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{2\pi^4\sqrt{\alpha^3}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}} = \frac{\alpha^6}{ф^6} \cdot \frac{1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{2\pi^4\sqrt{\alpha^3}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}}. \tag{30}$$

计算式(30)可得中子的绝对静质量为 m_n = 7.6954965568007872615130748189338... ×10^{-20} 。如果把中子质量的实验值 m_n = 0.9395654133 GeV 代入式(30)可得 G_F = 1.166385353 ×10^{-5} GeV^{-2} ，与 G_F 的实验值的比值为 0.9999942963。

把 G_F = 1.166385353 ×10^{-5} GeV^{-2} 分别代入式(22)、式(23)和式(28)可得 $W^{\pm}$, Z^0 玻色子和希格斯玻色子 H^0 的质量：

$m_{W^{\pm}}$ = 80. 35054540 GeV,

m_{Z^0} = 91. 14897267 GeV,

m_{H^0} = 125. 5454033 GeV.

至此，质子、电子、电子型中微子的裸质量（绝对静质量）全部都可以绝对精确地计算出来了：

$$G_F{}^3 m_p{}^6 = \sqrt{\frac{G}{G_F}} \cdot \frac{\left(1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}\right)\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 ф}\right)^6}{2\pi^4\sqrt{\alpha^3}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}} = \frac{\alpha^6}{ф^6} \cdot \frac{\left(1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}\right)\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 ф}\right)^6}{2\pi^4\sqrt{\alpha^3}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}}. \tag{31}$$

$$G_F{}^4 m_e{}^8 = \sqrt{\frac{G^3}{G_F{}^3}} \cdot \frac{1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{2\pi^4\sqrt{\alpha^5}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}} = \frac{\alpha^{18}}{ф^{18}} \cdot \frac{1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}}{2\pi^4\sqrt{\alpha^5}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}}. \tag{32}$$

$$G_F{}^4 m_{\nu_e}{}^8 = \sqrt{\frac{G^7}{G_F{}^7}} \cdot \frac{\left(1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}\right)\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 ф}\right)^6}{2\pi^4\sqrt{\alpha^5}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}} = \frac{\alpha^{42}}{ф^{42}} \cdot \frac{\left(1+\cos^2\theta_{\mathrm{WZ}}\right)\left(1-\frac{8\alpha}{\pi^2 ф}\right)^6}{2\pi^4\sqrt{\alpha^5}\cos^9\theta_{\mathrm{WZ}}}. \tag{33}$$

计算式(31)、式(32)和式(33)可得质子、电子、电子型中微子的绝对静质量：

m_p = 7.6849038165513423297727286375756... ×10^{-20} ,

m_e = 4.1852954292058513940034167821993... ×10^{-23} ,

m_{ν_e} = 2.047489858402326653630227087015... ×10^{-31} ,

m_e/m_{ν_e} = 204411045. 65331875135353484558747... .

中子与电子质量的比值为 m_n/m_e = 1838. 6985308372812135332265600857...，代入中子质量的实验值 m_n = 0.9395654133 GeV 可得：电子质量 m_e = 0.5109948137 MeV。再代入电子与电子型中微子质量的比值可得： m_{ν_e} = 0.002499839537 eV。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

5. 三代轻子与三代夸克的质量

目前，μ 子、τ 子和三代夸克质量的最新(2016)实验值[1]为：

m_μ = 105. 6583745 (±0.0000024) MeV,

m_τ = 1776. 86 (±0.12) MeV.

m_u = 2.2 (+6, -4) MeV,

m_c = 1.27 (±0.03) GeV,

m_t = 173. 21 (±0.51±0.71) GeV.

m_d = 4.7 (+0.5, -0.4) MeV,

m_s = 96 (+8, -4) MeV,

m_b = 4.66 (+0.04, -0.03) GeV.

本文作者在另一篇文章“带电轻子与中微子的质量的精确表达[3], [4]”中阐述了三代轻子质量的数学关系。那是在 2016 年 12 月 31 日，笔者发现了其中的 Eq. (1)：

$$\Theta_\mu = \frac{m_\tau - m_\mu}{m_e} = \frac{\left(\sqrt{m_\tau} - \sqrt{m_\mu}\right)\left(\sqrt{m_\tau} + \sqrt{m_\mu}\right)}{m_e} = \frac{8\pi}{\sqrt{3}\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{8\pi}{\sqrt{3}\alpha} \cdot \frac{\pi^2}{6}. \tag{34}$$

到了 2017 年 2 月 20 日，才找到其中的 Eq. (2)：

$$\Xi_\mu = \frac{\sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}} - \sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}}}{\sqrt{\frac{m_\tau}{m_e}} + \sqrt{\frac{m_\mu}{m_e}}} = \frac{\sqrt{m_\tau} - \sqrt{m_\mu}}{\sqrt{m_\tau} + \sqrt{m_\mu}} = \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}\right)^{-1} = \frac{6}{\pi^2}. \tag{35}$$

然后，类比式(35)，于 2017 年 4 月 2 日正式确定了其中的 Eq. (14)：

$$\Xi_\nu = \frac{\sqrt{\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}} - \sqrt{\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}}}{\sqrt{\frac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}} + \sqrt{\frac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}}} = \frac{\sqrt{m_{\nu_\tau}} - \sqrt{m_{\nu_\mu}}}{\sqrt{m_{\nu_\tau}} + \sqrt{m_{\nu_\mu}}} = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{24}. \tag{36}$$

最后，于 2017 年 4 月 6 日找到了其中的 Eq. (13)：

$$\Theta_\nu = \frac{m_{\nu_\tau} - m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}} = \frac{\left(\sqrt{m_{\nu_\tau}} - \sqrt{m_{\nu_\mu}}\right)\left(\sqrt{m_{\nu_\tau}} + \sqrt{m_{\nu_\mu}}\right)}{m_{\nu_e}} = \frac{8\pi}{108\alpha} \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{4}{4\text{中}\,\alpha} \cdot \frac{\pi^2}{24}. \tag{37}$$

计算式(34)和式(35)得到：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$
\begin{cases}
\dfrac{m_\mu}{m_e} = \dfrac{8\pi}{4\sqrt{3}\alpha}\left(\dfrac{\pi^2}{6}-1\right)^2, \\
\dfrac{m_\tau}{m_e} = \dfrac{8\pi}{4\sqrt{3}\alpha}\left(\dfrac{\pi^2}{6}+1\right)^2.
\end{cases}
\tag{38}
$$

其中的 $\sqrt{3}/8\pi$ 可能又是一种未知力的耦合常数。或许能解开质子半径之谜。

计算式(36)和式(37)得到：

$$
\begin{cases}
\dfrac{m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}} = \dfrac{1}{4\text{中}\,\alpha}\left(1-\dfrac{\pi^2}{24}\right)^2, \\
\dfrac{m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}} = \dfrac{1}{4\text{中}\,\alpha}\left(1+\dfrac{\pi^2}{24}\right)^2.
\end{cases}
\tag{39}
$$

分别把电子和电子型中微子的绝对静质量代入式(38)和式(39)，即可得到μ子、μ子型中微子和τ子、τ子型中微子的绝对静质量（后面括号里的数值是由 $G_F = 1.166385353 \times 10^{-5}$ GeV^{-2} 算得，以下同）：

$m_\mu = 8.6538759843736491505698834791764... \times 10^{-21}$ (= 105. 6576727 MeV),

$m_\tau = 1.4554916961585547892255309953991... \times 10^{-19}$ (= 1777. 051873 MeV),

$m_\mu / m_e = 206.\ 76858135234909706286791204303...$,

$m_\tau / m_e = 3477.\ 6319157826582460257375638167...$.

$m_{\nu_\mu} = 5.6584658768273141150216537613987... \times 10^{-31}$ (= 0.006908584508 eV),

$m_{\nu_\tau} = 3.2509501350853569661950428042389... \times 10^{-30}$ (= 0.03969178966 eV),

$m_{\nu_\mu} / m_{\nu_e} = 2.7636111864518157112363255343874...$,

$m_{\nu_\tau} / m_{\nu_e} = 15.877734982394981748063859003175...$.

从 2017 年 12 月 22 日至 26 日，笔者找到了三代带电轻子质量与 u, c, t 三代夸克质量和三代中微子质量与 d, s, b 三代夸克质量之间对称的数学关系式：

$$
\begin{cases}
\dfrac{m_c}{m_u} = \dfrac{\pi \cos\theta_{\mathrm{WZ}} m_\mu}{m_e}, \\
\dfrac{m_t}{m_u} = \dfrac{8\pi \cos\theta_{\mathrm{WZ}} m_\tau}{m_e}, \\
\dfrac{m_t}{m_c} = \dfrac{8 m_\tau}{m_\mu}.
\end{cases}
\tag{40}
$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$\begin{cases} \dfrac{m_s}{m_d} = \dfrac{\pi^2 \cos^2 \theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_\mu}}{m_{\nu_e}}, \\ \dfrac{m_b}{m_d} = \dfrac{8\pi^2 \cos^2 \theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_e}}, \\ \dfrac{m_b}{m_s} = \dfrac{8 m_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\mu}}. \end{cases} \tag{41}$$

$$\frac{m_u}{m_d} = \sin\theta_{\mathrm{WZ}} . \tag{42}$$

$$\begin{cases} \dfrac{m_u}{m_e} = \dfrac{\sqrt{\text{中}}}{\sin\theta_{\mathrm{WZ}}} \Rightarrow \dfrac{m_u}{m_e} = \dfrac{\sqrt{\text{中}} m_e}{\sin\theta_{\mathrm{WZ}} m_e}, \\ \dfrac{m_c}{m_\mu} = \dfrac{\pi\sqrt{\text{中}}}{\tan\theta_{\mathrm{WZ}}} \Rightarrow \dfrac{m_c}{m_e} = \dfrac{\pi\sqrt{\text{中}} m_\mu}{\tan\theta_{\mathrm{WZ}} m_e}, \\ \dfrac{m_t}{m_\tau} = \dfrac{8\pi\sqrt{\text{中}}}{\tan\theta_{\mathrm{WZ}}} \Rightarrow \dfrac{m_t}{m_e} = \dfrac{8\pi\sqrt{\text{中}} m_\tau}{\tan\theta_{\mathrm{WZ}} m_e}. \end{cases} \tag{43}$$

$$\begin{cases} \dfrac{m_d}{m_{\nu_e}} = \dfrac{\sqrt{\text{中}} m_e}{\sin^2\theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_e}} \Rightarrow \dfrac{m_d}{m_e} = \dfrac{\sqrt{\text{中}} m_{\nu_e}}{\sin^2\theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_e}}, \\ \dfrac{m_s}{m_{\nu_\mu}} = \dfrac{\pi^2\sqrt{\text{中}} m_e}{\tan^2\theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_e}} \Rightarrow \dfrac{m_s}{m_e} = \dfrac{\pi^2\sqrt{\text{中}} m_{\nu_\mu}}{\tan^2\theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_e}}, \\ \dfrac{m_b}{m_{\nu_\tau}} = \dfrac{8\pi^2\sqrt{\text{中}} m_e}{\tan^2\theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_e}} \Rightarrow \dfrac{m_b}{m_e} = \dfrac{8\pi^2\sqrt{\text{中}} m_{\nu_\tau}}{\tan^2\theta_{\mathrm{WZ}} m_{\nu_e}}. \end{cases} \tag{44}$$

可以看到，不论是 u 型夸克的质量还是 d 型夸克的质量，都与电子的质量关系密切。同时，d 型夸克的质量还与中微子的质量关系密切。甚至可以说，d 型夸克就是中微子的制造者，或者说是中微子的母粒子。而在经典的 β 衰变中，中子衰变成质子的过程，就是 d 夸克衰变成 u 夸克并放出中微子的过程：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$
\begin{aligned}
n &\rightarrow [u+d+(d]\underset{W}{+}e^{+}+e^{-}+\nu_e+\overline{\nu_e}) \\
&=[u+d+(d^{-1/3}+e^{+1}+\nu_e{}^{0})]_W+e^{-}+\overline{\nu_e} \\
&=[u+d+u^{+2/3}]+e^{-}+\overline{\nu_e} \\
&=p+e^{-}+\overline{\nu_e}
\end{aligned}
\tag{45}
$$

另外，从对称性上说，三代带电轻子就是脱色的三代 u 型夸克，三代中微子就是脱色又脱电的三代 d 型夸克。举例来说，脱色的 u 夸克与正电子可能无法区分。当然，这并不是说 u 夸克会衰变成正电子（本文作者倾向于质子不会衰变），而是说轻子与夸克之间存在着严格的对称性。

计算式(43)和式(44)可得三代夸克的绝对静质量：

$m_u = 1.8376302840786159286880842971405... \times 10^{-22}$ (= 2.243615918 MeV),

$m_c = 1.0522758685644194473532313052635... \times 10^{-19}$ (= 1.284754017 GeV),

$m_t = 1.4158546219327602655683529864556... \times 10^{-17}$ (= 172. 8657823 GeV).

$m_d = 3.8922274551364145286924752831195... \times 10^{-22}$ (= 4.752132978 MeV),

$m_s = 8.2499060116827700436851760608138... \times 10^{-21}$ (= 100. 7254866 MeV),

$m_b = 3.7918451604284681942643199924314... \times 10^{-19}$ (= 4.629573334 GeV).

至此，所有基本粒子质量的数学关系式都已经找到了，它们的绝对静质量也都计算出来了，并且与实验数值完全都精确地符合。

6. 三代中子、三代质子与暗物质的质量

如果把式(9)和式(10)进行拓展，则有：

$$
\frac{m_e{}^{8}}{m_n{}^{6}}=\frac{m_\mu{}^{8}}{m_{n_\mu}{}^{6}}=\frac{m_\tau{}^{8}}{m_{n_\tau}{}^{6}}=\frac{G}{G_F{}^{2}\alpha}=\frac{\text{为}}{G_F\alpha},
\tag{46}
$$

$$
\frac{m_{\nu_e}{}^{8}}{m_p{}^{6}}=\frac{m_{\nu_\mu}{}^{8}}{m_{p_\mu}{}^{6}}=\frac{m_{\nu_\tau}{}^{8}}{m_{p_\tau}{}^{6}}=\frac{G^{2}\alpha^{11}}{G_F{}^{3}\text{中}^{12}}=\frac{\text{为}^{3}}{G_F\alpha}.
\tag{47}
$$

计算式(46)和式(47)可得：

$m_{n_\mu} = 9.4091280497853900763802655608038... \times 10^{-17}$ (= 1.148787634 TeV),

$m_{n_\tau} = 4.0546010834040975377770400157039... \times 10^{-15}$ (= 49. 50379633 TeV).

$m_{p_\mu} = 2.9803986559142354424189948499508... \times 10^{-19}$ (= 3.638854847 GeV),

$m_{p_\tau} = 3.0668309305018794209042857422972... \times 10^{-18}$ (= 37. 44382509 GeV).

可以看到，第二代中子和第三代中子的质量不但远远大于中子的质量，而且也远远大于 $W^{\pm}, Z^0$ 玻色子和希格斯玻色子 H^0 以及顶夸克的质量。而这可能导致二、三代中子会是两种长寿命的粒子，再加上它们主要只参与引力作用（由于质量远大于 $W^{\pm}, Z^0$ 玻色子的质量，因而弱力作用可能不容易使它们衰变。而强力作用也不能使它们可以像中子和质子束缚成核那样，与其他粒子束缚在一起），因此是暗物质的最

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

佳候选者。与此相反，第二代质子和第三代质子的质量都很小，再加上都带有电荷，这可能导致它们的寿命极其短暂。甚至可能第三代质子来不及生成即已衰变掉了。而第二代质子通过超精细的实验，有可能会被发现。

2017 年 11 月 30 日，新闻发布了中国暗物质粒子探测卫星“悟空”(DAMPE)直接探测到高能电子宇宙线能谱在 0.9TeV 处有一个拐折，在 1.4TeV 处存在能谱精细结构[5]。虽然这一结果还需要进一步确证，而这一能区正是第二代中子质量的所在范围。难道是巧合吗？就让我们拭目以待吧！

7. 介子与超子的质量

对于介子和超子的质量，在成功建立了终极大统一理论后，应该可以全部推导出来。因此，虽然本文作者已经找到了很多关于介子和超子质量的数学关系式，但是，在这里仅列出其中的三个（不确定其正确性）：

$$\frac{m_{K^{\pm}}{}^{2}}{m_{K^{0}}{}^{2}} = (1-4\phi\,\alpha)(1+4\phi\,\alpha) = 1-16\phi^{2}\alpha^{2}. \tag{48}$$

$$\frac{m_{W^{\pm}} m_{K^{\pm}}}{m_{Z^{0}} m_{K^{0}}} = 1-4\phi\,\alpha = \frac{m_{\pi^{0}}{}^{4}}{m_{\pi^{\pm}}{}^{4}}. \tag{49}$$

$$\frac{m_{W^{\pm}} m_{Z^{0}}}{m_{K^{\pm}} m_{K^{0}}} = \frac{\pi^{2}}{8\alpha^{2}\cos^{2}\theta_{\mathrm{WZ}}}. \tag{50}$$

其中 K 介子和 π 介子质量的最新(2016)实验值[1]分别为：

$m_{K^{\pm}}$ = 493. 677 (±0.016) MeV,

$m_{K^{0}}$ = 497. 611 (±0.013) MeV,

$m_{\pi^{\pm}}$ = 139. 57018 (±0.00035) MeV,

$m_{\pi^{0}}$ = 134. 9766 (±0.0006) MeV.

8. 宇宙量子化

关于宇宙学方面，早在 1998 年 3 月，笔者就曾算得一个经验公式：

$$T = \frac{2\hbar^{2}}{G m_{p}{}^{2} m_{e} c}. \tag{51}$$

将此式(51)稍加修改，可得：

$$T = \frac{\hbar^{2}}{G m_{n} m_{p} \dfrac{m_{e}+m_{\nu_{e}}}{2} c} = \frac{2\hbar^{2}}{G m_{n} m_{p} (m_{e}+\mathrm{m}_{\nu_{e}}) c}. \tag{52}$$

显然，式中等号右边都是常数，故而 T 也应该是常数。计算式(52)，可得 T = 138. 0414460 亿年。这个数值与宇宙年龄 t_0 的观测值精确地符合，与哈勃时间 $1/H_0$ 也非常地接近。而有意思的是，宇宙年龄和哈勃时间都是变数。是巧合还是另有深意（莫非稳恒态宇宙又回来了？亦或者宇宙是膨胀-稳恒二象性的？就像微观世界的波粒二象性那样）？

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

因为光速 c 有限，宇宙观测只能向着时间的过去进行纵向观测（现在→过去），而永远也不能进行“现在→现在”的横向观测。因此，宇宙观测可能也存在着类似微观世界中粒子的“海森伯测不准关系$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$”的“宇宙测不准关系$\Delta x \Delta y \leq kc$, ($\Delta x, \Delta y$ 是待定量，k 是待定系数)”。如果宇宙测不准关系真的存在，且与哈勃定律又有某种关联的话，可能人们需要重新考虑宇宙的膨胀机制。

在恒星演化的过程中，在恒星内部会有弱作用发生。特别是到了恒星演化的晚期，弱作用对不同质量的恒星的归宿会有重要影响。早在 1996 年秋，笔者就曾算得一个关于致密星质量的经验公式：

$$M^2 = k\frac{G_F{}^2 c^5}{G^3 \hbar^3 \alpha^5}. \tag{53}$$

其中 k 是待定系数。当 $k = 3/8\pi$ 时，$M = 1.4454 M_\odot$ ($M_\odot = 1.98848 \times 10^{30}$ kg 是太阳质量)，接近白矮星质量的钱德拉塞卡极限。当 $k = 9/8\pi$ 时，$M = 2.5 M_\odot$ ，接近中子星质量的托尔曼-奥本海默-沃尔科夫极限。当 $k = 1$ 时，$M = 4.2 M_\odot$ ，接近黑洞质量的下限（也许是夸克星质量极限）。那么，细心的读者一定会想到，用经典的简并压的方法推导出的公式与式(53)会不会有一个等量关系呢？确实有：

$$\begin{aligned} &\frac{9G_F{}^2 c^5}{8\pi G^3 \hbar^3 \alpha^5} = \left(\frac{hc}{G}\right)^3 \frac{\alpha}{\bar{m}_N{}^4} = \frac{(2\pi\hbar)^3 c^3 \alpha}{G^3 \bar{m}_N{}^4} \\ &\Rightarrow \bar{m}_N{}^2 = \frac{8\pi^2 \alpha^3 \hbar^3}{3G_F c} \sim (1.6693 \times 10^{-27}\ \text{kg})^2. \end{aligned} \tag{54}$$

其中 $\bar{m}_N$ 应该是致密星体中心的被星体自身引力压缩后的核子质量的平均值。毫无疑问它是比正常核子质量小的一个常数。它是致密星再继续坍缩之前，还能称之为“核子”的最后情形。再继续坍缩，“核子”将瓦解，可能就要直面夸克了。而夸克有“渐近自由”的性质。这时候，可能就会发生超新星爆发了。而自由夸克又是被禁闭的，所以，超新星爆发后，会留下一个星核（中子星或脉冲星，也许还有夸克星）。当然，夸克的“渐近自由”能承受多大的压力、自由夸克被禁闭又能留下多大的星核？这些都需要建立理论模型进行计算。

再接下来，应该就是黑洞了（想像一下，在黑洞形成的一瞬间，夸克都遭遇了什么？黑洞可以存在，但黑洞里的“奇点”真的存在吗？如果考虑到弱作用的影响呢？弱作用不仅仅只是“使粒子衰变”的力）。那么，黑洞质量有没有极限呢？请看下面两个公式：

$$M_1{}^2 = \frac{G_F{}^3 c^7}{G^4 \hbar^5} \sim (2 \times 10^{42}\ \text{kg})^2, \quad M_2{}^2 = \frac{G_F{}^4 c^9}{G^5 \hbar^7} \sim (7 \times 10^{58}\ \text{kg})^2. \tag{55}$$

先来看 M_2 ，就目前的理论，可观测宇宙中普通物质总质量的数量级在 10^{53} kg，与 M_2 是接近的（精确量可由系数、精细结构常数α 和终力耦合常数“ф”来调节）。再来看看 M_1 ，M_1 的数量级是太阳质量的 10^{11} 倍。如果 M_1 是黑洞的质量，那将是宇宙中最大的黑洞了。因此，笔者猜想，M_1 应该是黑洞质量的极限了。

另外，根据式(9)和式(10)中引力常数 G 与费米常数 G_F 的幂次，可以得到两个质量单位（类似普朗克单位）：

$$m_1 = \sqrt{\frac{G\hbar^5}{G_F{}^2 c^3}} \sim 1 \times 10^{-41}\ \text{kg}, \quad m_2 = \sqrt{\frac{G^3 \hbar^9}{G_F{}^4 c^7}} \sim 7 \times 10^{-75}\ \text{kg}. \tag{56}$$

两个长度单位：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$l_1=\sqrt{\frac{G_F{}^2 c}{G\hbar^3}}\sim 3\times 10^{-2}\ \mathrm{m},\quad l_2=\sqrt{\frac{G_F{}^4 c^5}{G^3\hbar^7}}\sim 5\times 10^{31}\ \mathrm{m}. \tag{57}$$

两个时间单位：

$$t_1=\sqrt{\frac{G_F{}^2}{G\hbar^3 c}}\sim 9\times 10^{-11}\ \mathrm{s},\quad t_2=\sqrt{\frac{G_F{}^4 c^3}{G^3\hbar^7}}\sim 2\times 10^{23}\ \mathrm{s}. \tag{58}$$

可以看到m_1的量级与中微子质量接近，两个长度单位的数量级分别接近于微波的波长和宇宙的半径，两个时间单位的数量级分别接近于粒子的寿命和宇宙的年龄。

用费米常数 G_F 、约化普朗克常数$\hbar$ 和真空中光速 c 也可以组合成一组类似普朗克单位的量：

$$m_F=\sqrt{\frac{\hbar^3}{G_F c}}\sim 5\times 10^{-25}\ \mathrm{kg},\quad l_F=\sqrt{\frac{G_F}{\hbar c}}\sim 7\times 10^{-19}\ \mathrm{m},\quad t_F=\sqrt{\frac{G_F}{\hbar c^3}}\sim 2\times 10^{-27}\ \mathrm{s}. \tag{59}$$

其中费米弱质量m_F的量级与 $W^{\pm}, Z^0$ 玻色子的质量接近，费米弱长度l_F的量级与粒子的半径接近，费米弱时间t_F的量级与粒子的寿命接近。

综合以上式(4)、式(9)、式(10)和式(53)至式(59)可以看出一个规律，那就是：

$$m_{\text{力}}=m_{Pl}\sqrt{\text{力}^n},\quad l_{\text{力}}=l_{Pl}\sqrt{\text{力}^{-n}},\quad t_{\text{力}}=t_{Pl}\sqrt{\text{力}^{-n}},\quad (n=0,\pm 1,\pm 2,\ \cdots). \tag{60}$$

其中m_{Pl}, l_{Pl}, t_{Pl}分别是普朗克质量、长度、时间。这里我们只看$m_{\text{力}}$：

当 n = 0 时， $m_{\text{力}}=m_{Pl}$（普朗克质量，使得“真空不空”）；
当 n = 1 时， $m_{\text{力}}=m_F$（费米弱质量，$W^{\pm}, Z^0$ 玻色子质量，赋予粒子于质量，形成日月星辰）；
当 n = 2 时， $m_{\text{力}}=m_1$（中微子质量）；
当 n = 3 时， $m_{\text{力}}=3\times 10^{-58}$ kg （这是什么质量？光子？引力子？胶子？）；
当 n = 4 时， $m_{\text{力}}=m_2$（这是什么质量？光子？引力子？胶子？）。

当 n = -1 时， $m_{\text{力}}=9\times 10^{8}$ kg （这是什么质量？是“星坯”质量的下限吗？）；
当 n = -2 时， $m_{\text{力}}=M$（致密星质量）；
当 n = -3 时， $m_{\text{力}}=M_1$（可能的黑洞质量极限）；
当 n = -4 时， $m_{\text{力}}=M_2$（可观测宇宙总质量）。

莫非宇宙是量子化的？就像原子的核外电子的轨道 K，L，M，…那样，是分层的？那么，是不是也存在“宇宙量子的薛定谔方程”呢？通过式(1)可得，$\hbar_{\text{力}}=\sqrt{\text{力}^n}\cdot c\sqrt{G_F}/\sqrt{G}$。当 n = 1 时，就是微观的量子单位$\hbar$ 。如果 n = 0 时，会不会就是宏观的量子单位呢？（思考：在式(60)中，当 n 是有理数时，会是什么情况？当 n = ±∞ 时，又会怎样？是“奇点”吗？）

由此，笔者猜想，如果宇宙真的是量子化的，那么，量子纠缠也可能是受式(60)限制的。可以想象，相互纠缠着的“两个”粒子，可以被看作是“一个”合粒子，当它们分开后，只要不超出式(60)的限制，它们就依然还是“一个”粒子。所以，当“一个”粒子的一部分发生变化时，另一部分也会同时发生变化，而不需要花费时间。相反，两个纠缠着的粒子，当它们分开至$\sqrt{\text{力}^{-1}}$米以外或者力^{-1}米以外时，可能它们就不能再纠缠了。当其中一个发生变化时，另一个也就不会再觉察得到了。当然，这里的量纲“米”用得可能不一定合适。不过，力^{-1}米（10^{33} m）已经是略微大于目前理论的可观测宇宙的半径（10^{27} m）了（思

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

考：这样一来，会不会造成系统内的能量动量不可逆损失？）。另外，式(60)也会阻止产生奥伯斯佯谬。还可以解释为什么从顶夸克到普朗克质量之间再没发现粒子。

更广泛的，其实所有含有引力常数 G 的公式（比如：牛顿万有引力公式、史瓦西半径公式、霍金黑洞辐射温度公式、贝肯斯坦-霍金熵公式、甚至爱因斯坦场方程、弗里德曼方程…等等）都可以乘以 $\sqrt{\text{为}^n}$ 因子。（思考：对于含有真空中光速 c 或者含有约化普朗克常数 $\hbar$ 或者含有电荷 e 的公式或方程，能否可以乘以 $\sqrt[24]{\text{为}^n}$ 因子？当 n = 1 时，$e\big/\sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c}=\sqrt{\alpha}=\sqrt{\text{中}}\cdot\sqrt[24]{\text{为}}$。）

这里特别想说的是，当 n = 2 时：

$$T_{Pl}\text{为}\cdot\frac{1}{4\alpha}=\sqrt{\frac{\hbar c^5}{Gk_B{}^2}}\cdot\frac{G\hbar^2}{4G_F c^2\alpha}=\sqrt{\frac{G\hbar^5 c}{16G_F{}^2k_B{}^2\alpha^2}}=2.79170489\,\mathrm{K}. \tag{61}$$

其中 T_{Pl} 是普朗克温度，k_B 是玻耳兹曼常数。当前宇宙微波背景辐射温度的观测值是 2.7255(6) K [1]，与式(61)的算值非常接近。而值得注意的是，与式(51)和式(52)一样，在式(61)中也没有变量。（注：$1/4\alpha$ 与狄拉克理论中磁单极子所带磁荷的平方与 $\hbar c$ 的比值，是相同的。即相当于“磁荷的精细结构常数”正好也等于 $1/4\alpha$ 。不过，式(61)是否与磁荷有关系，还不得而知，也可能是巧合。）

当 n = -2 时，史瓦西半径公式：

$$\frac{R_S}{\text{为}}=\frac{2GM}{c^2\text{为}}\Rightarrow r=\frac{2G_F m}{\hbar^2}. \tag{62}$$

这是一个微观世界的半径公式，如果把电子质量代入上式(62)，则可得到一个数量级为 10^{-24} m 的长度。

还有，当 n = 2 时，贝肯斯坦-霍金熵公式：

$$S_{BH}\text{为}=\frac{A_{BH}k_B c^3\text{为}}{4G\hbar}\Rightarrow S=\frac{Ak_B\hbar c}{4G_F}. \tag{63}$$

以及，爱因斯坦场方程：

$$G_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{c^4\sqrt{\text{为}^n}}T_{\mu\nu},\quad \text{or}\quad G_{\mu\nu}+\Lambda\text{为}^m g_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{c^4\sqrt{\text{为}^n}}T_{\mu\nu},\quad (m,n\in\mathbb{Z}). \tag{64}$$

我们不妨把上式(64)叫做量子化爱因斯坦场方程。那么，上式(64)是否就是人们苦苦寻找的终极大统一方程呢？（思考：综合式(4)、式(11)和式(64)，考虑到精细结构常数 α 和终力耦合常数“中”以及中子、质子、电子与电子中微子的质量，则式(64)中的 m, n 是否应该是有理数？）（注：其实式(64)的修改应该是不妥的，还需在方程的两边加上关于微观粒子的一些东西。另外，可能还需要修改维度。因为式(4)中的 $\alpha^{12}\big/\text{中}^{12}$，可能预示着存在高维度；也或者可能预示着电荷和色荷是低于 3+1 维的。）

9. 其　他

早在 1998 年 3 月和 5 月，笔者还曾分别发现 μ 子和 τ 子寿命的两个经验公式：

$$\tau_\mu=\sqrt{\frac{\hbar c\alpha^3}{Gm_p m_e}}\cdot\frac{\hbar}{m_\mu c^2\left(1-\frac{m_e}{m_\mu}\right)^3}=2.197085171\times10^{-6}\,\mathrm{s}, \tag{65}$$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018

$$\tau_\tau = \sqrt[3]{\frac{\pi^3\hbar c\alpha^3}{8Gm_pm_e}} \cdot \frac{\hbar}{m_\tau c^2\left(1-\sqrt{\frac{m_em_\mu}{m_\tau{}^2}}\right)^2} = 2.9002\times10^{-13}\,\mathrm{s}. \tag{66}$$

μ 子和 τ 子寿命的最新实验值[1]分别是 2.1969811(22) ×10^{-6} s 和 2.903(5) ×10^{-13} s。

10. 结　语

至此，本文已经成功的找到了四种基本相互作用力的耦合常数之间的数学关系。也成功的找到了所有基本粒子以及暗物质（候选）的质量的数学表达式。揭示了物质的质量来源于四种基本力的共同作用。也揭示了三代基本粒子质量之间的数学关系。指出了目前人们不但对强核力（色力）的认识不足（特别是低能标下的强力，即终力），对弱核力的认识也严重不足。提出了宇宙量子化的规律，并由此计算出了宇宙微波背景辐射的温度。此外，还表明这方面的物理是可以公理化（不需要任何人为参数，而不证自明）的，即彻底肯定了希尔伯特的第六个问题。从而，应该说也已经否定了人择原理。否定了基本常数可变的所有理论。

而不成功的是，没能建立起所有这些数学关系背后的那个终极大统一理论（这里所说的统一，指的是低能标下的统一。而不是学界主流所说的，在某一高能标下四种基本力的耦合常数相交于一点，成为只有一个耦合常数的那种统一力）。因为这里没有精确解释夸克为什么被禁闭（色禁闭）、质子衰变不衰变、粒子的寿命、粒子的半径、量子纠缠、黑洞、宇宙膨胀…等等。不过，通过这里发现的这些数学关系式，特别是，从四种基本力耦合常数的关系式、WZ 角、轻子与夸克质量的关系式和宇宙量子化，这四个突破口入手，应该可以“倒逼”一个无“自由参数”的“标准模型”出来。使得这个新的标准模型就是自爱因斯坦以来人们苦苦寻找的那个包罗万象的低能下终极大统一理论。

致　谢

感谢那些导出和测量基本常数的所有科学家以及工作人员！也感谢我亲爱的爸爸刘久阳先生自始至终对我默默地支持！

参考文献 (References)

[1] PDG (Particle Data Group). http://pdg.lbl.gov/2016/reviews/contents_sports.html

[2] Fundamental Physical Constants from NIST. https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

[3] 刘柄灼. 带电轻子与中微子的质量的精确表达[J]. 汉斯预印本, 2017, 2(1): 1-7. https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2017.21013

[4] Bingzhuo Liu. Accurate Expression of the Mass of Charged Leptons and Neutrinos. viXra: 1706.0532. 2017-06-29. http://vixra.org/abs/1706.0532

[5] 新华网王莹. 暗物质研究取得重要进展！“悟空”卫星获得世界上最精确高能电子宇宙线能谱. 2017-11-30. http://news.xinhuanet.com/politics/2017-11/30/c_129752510.htm

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/HANSPrePrints.2018.31005. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 25 April 2018, publ: 3 May 2018