

# Research on the Effectiveness of Real Estate Investment Based on DEA and FCA

Ge Liu, Huiying Gao

Ocean University of China, Qingdao Shandong  
Email: rebekah\_liu@163.com, fqmgghy@sina.com

Received: Jan. 22<sup>nd</sup>, 2016; accepted: Feb. 25<sup>th</sup>, 2016; published: Feb. 29<sup>th</sup>, 2016

---

## Abstract

The real estate industry has multiple inputs and outputs characteristics and is influenced by subjective factors greatly. The combination of DEA and FCA is applied to this typical complex system. In the comprehensive evaluation system, for quantifiable indicators, the relative efficiency of every DMU is calculated based on DEA and then fuzzified by membership functions. The result of DEA is of great objectivity, making FCA more convincing instead of expert scores. It provides a new method to evaluate comprehensive systems. This is a case study to research the effectiveness of real estate investment in 8 Provinces of China.

## Keywords

DEA, FCA, Evaluation Index, Effectiveness of Real Estate Investment

---

# 基于DEA和FCA对房地产业投资有效性的研究

刘 歌, 高惠瑛

中国海洋大学, 山东 青岛  
Email: rebekah\_liu@163.com, fqmgghy@sina.com

收稿日期: 2016年1月22日; 录用日期: 2016年2月25日; 发布日期: 2016年2月29日

---

## 摘 要

房地产行业具有多输入和多输出, 以及主观因素影响较大的特点, DEA和FCA的结合较适用于此类典型的复杂系统。在综合评价体系中, 对于可以量化的指标, 利用数据包络分析方法评价各DMU的相对有效

性, 利用隶属度函数模糊化相对效率, 与其他非量化指标一起进行模糊综合评价。这对于兼有主客观指标的综合系统提供了新的系统评价的方法和思路。本文以全国八个省为例, 对房地产投资有效性进行评价。

## 关键词

数据包络分析, 模糊综合评价, 评价指标, 房地产投资有效性

## 1. 引言

房地产业的投资有效性直接反映房地产业的投入产出效率, 是衡量房地产行业发展水平的重要标准。在当前国家频繁出台房地产调控政策的背景下, 利用科学客观的方法评价房地产业的投资有效性, 对于适度调整房地产业投资规模、促进房地产业稳健发展具有重要意义。

综合的系统评价是指对复杂的同时具有客观量化指标和主观影响因素的体系结构做出的整体性、全面性的评价。在系统评价方法中, 数据包络分析和模糊综合评价的应用是相对比较成熟广泛的。数据包络分析(Data Envelopment Analysis, DAE)通过客观数据计算各个 DMU 的相对效率并排序, 同时利用“投影原理”指出非 DEA 有效的单元的改进方向。数据包络分析依赖客观数据, 具有较强的可靠性, 模糊综合评价更大的受主观因素影响, 因此, 很多学者提出将数据包络分析引入模糊数学, 综合了数据包络分析客观性强和模糊综合评价简单易行的优点。本文将数据包络分析的结果模糊化, 再利用模糊综合评价进行二次评价。

## 2. DEA 评价模型

数据包络分析[1]-[4] (data envelopment analysis, DAE)是美国运筹学家 A. Charnes 和 W. Cooper 等学者提出的以相对效率概念为基础发展起来的一种效率评价方法。DEA 方法以相对效率概念为基础, 评价具有相同类型的多投入、多产出的决策单元是否技术有效。基本思路是把每一个被评价单位作为一个决策单元 DMU (Decision Making Units), 再由众多 DMU 构成被评价群体, 通过对输入和输出比率的综合分析, 以 DMU 的各个投入和产出指标的权重为变量进行评价运算, 确定 DEA 相对效率, 判断各 DMU 是否 DEA 有效。

DEA 方法的基本模型为 CCR 模型。设有  $n$  个单位 DMU, 每个 DMU 都有  $m$  种类型的输入以及  $s$  种类型的输出,  $x_{ij}$  表示第  $j$  个 DMU 对第  $i$  种输入的投入量,  $x_{ij} > 0$ ;  $y_{rj}$  表示第  $j$  个 DMU 对第  $r$  种输出的产出量,  $y_{rj} > 0$ 。

每个决策单元对应一个输出向量  $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mj})^T$  和一个输入向量  $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{rj}, \dots, y_{sj})^T$ 。其中  $v_i$  为第  $i$  种输入量;  $u_r$  为第  $r$  种输出量,  $v_i, u_r$  为变量,  $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; r = 1, \dots, s$ 。

对应于一组权系数

$$v = (v_1, \dots, v_m)^T, u = (u_1, \dots, u_s)^T$$

每个 DNU 都有相应的效率评价指数

$$h_j = \frac{u^T y_j}{v^T x_j} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}, j = 1, \dots, n$$

评价单元  $DMU_{j_0}$  的相对有效性即该决策单元的效率评价指数。优化某一决策单元时, 以该 DMU 效率评价指数最大为目标, 其他 DMU 的效率评价指数  $h_j \leq 1$  为约束条件, 构成线性规划问题:

$$\begin{aligned}
\max h_{j_0} &= \frac{u^T y_{j_0}}{v^T x_i} = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} \\
\text{s.t. } &\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\
&v = (v_1, \dots, v_m)^T \geq 0 \\
&u = (u_1, \dots, u_s)^T \geq 0
\end{aligned} \tag{1}$$

对(1)式使用 Charnes-Cooper 变化, 并进行对偶规划得:

$$\begin{aligned}
&\min \{\theta\} \\
&\text{s.t. } \sum_{j=1}^n X_j \lambda_j \leq \theta X_{j_0} \\
&\quad \sum_{j=1}^n Y_j \lambda_j \leq Y_{j_0} \\
&\quad \lambda_j \geq 0, \theta \text{ 无约束}
\end{aligned} \tag{2}$$

对式(2)引入松弛变量和, 化为:

$$\begin{aligned}
&\min \{\theta\} \\
&\text{s.t. } \sum_{j=1}^n X_j \lambda_j + S^- = \theta X_{j_0} \\
&\quad \sum_{j=1}^n Y_j \lambda_j - S^+ \leq Y_{j_0} \\
&\quad \lambda_j \geq 0, S^- \geq 0, S^+ \geq 0, \theta \text{ 无约束}
\end{aligned} \tag{3}$$

其中  $\theta$  表示投入缩小比率,  $\lambda$  表示决策单元线性组合的系数。 $\theta^*$  表示最优解。将需要评价的输入输出变量带入(2)式, 即可得到每个评价单元的效率评价指数。

若  $\theta^* = 1, S^- = S^+ = 0$ , 则称  $j_0$  单元为 DEA 有效; 若  $\theta^* = 1, S^-, S^+$  存在非零值, 则称  $j_0$  单元为弱 DEA 有效; 若  $\theta^* < 1$ , 则称  $j_0$  单元为 DEA 无效。

### 3. 基于 DEA 的模糊综合评价

#### 3.1. 模糊综合评价模型

模糊综合评价[4]-[6]以模糊数学为基础, 利用模糊线性变换和最大隶属度原则, 将模糊概念和模糊现象定量化, 从多个因素对事物对于某种等级状况的隶属度进行综合评价。该方法的可靠性依赖于指标的选取、权重的分配、隶属度矩阵的确定等主观因素, 具有较强的主观性。依据客观数据得到的数据包络分析结果, 在一定程度上弥补了模糊综合评价客观性不足的缺点, 可以等到更准确、客观、可靠地评价结果。

一般而言, 模糊综合评价的过程可分为以下三个步骤:

##### 1) 确定评价因素、评价等级

设评语集  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ , 将评语划分为  $n$  个等级;

因素集  $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ , 即对  $m$  个因素进行评价分级。

##### 2) 构造评价矩阵和确定权重

因素  $u_i$  对于评语  $v_j$  的隶属度为  $r_{ij}$ , 则第  $i$  个因素  $u_i$  的单因素评判集  $r_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in})$ 。总的评价矩阵则是由  $m$  个单因素评判集构成, 即

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \ddots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

各个评价因素在评价目标中具有不同的重要性, 因此引入权重分配集  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ , 其中  $a_i > 0$ , 且  $\sum a_i = 1$ , 是对个因素重要性的度量。

3) 模糊合成, 做出评价

引入决策集  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ , 模糊变换使  $B = A * R$ 。若  $\sum b_j \neq 1$ , 则进行归一化。 $b_j$  表示评价目标对于评语  $v_j$  的隶属程度, 通常遵循最大隶属度原则, 将  $\max(b_j)$  作为评价的最终结果。

3.2. DEA 相对效率的模糊化

根据数据包络分析方法得出的相对效率是一个固定数值, 是由客观数据的计算而来的, 将其替代模糊综合评价中的部分专家打分结果, 显然更具客观性和说服力。但相对率是某一固定的数值, 不具有“好、差”、“大、小”等对立的模糊概念, 同时不满足模糊综合评价中评判集的标准形式。因此, 利用模糊数学中的隶属度函数[7]-[9]对 DEA 结果进行模糊化, 使量化与非量化指标的统一起来。

DEA 相对效率对评语集  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  的隶属度由图 1 的等间距隶属度函数确定, 即各评语等宽, 也可以理解为每个评语的范围是相等的。

则单因素  $u_i$  对于评语  $v_j$  的隶属度为  $r_{ij}$  为

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{x - \frac{j-2}{n-1}}{\frac{1}{n-1}}, & \frac{j-2}{n-2} \leq x \leq \frac{j-1}{n-1} \\ \frac{\frac{j}{n-1} - x}{\frac{1}{n-1}}, & \frac{j-1}{n-1} \leq x \leq \frac{j}{n-1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $r_j \in [0, 1], j = 1, 2, \dots, n$

将 DEA 相对效率带入(4)式, 则得出评价矩阵  $R$ 。

3.3. 综合评价

合并 DEA 相对效率模糊化的结果和模糊综合评价的结果则可得到量化指标和非量化指标的综合评价矩阵。对于决策单元  $DMU_{j_0}$ , 量化和非量化两组指标的权重矩阵为  $A_{j_0} = (A_{j_01}, A_{j_02}A_{j_01}, A_{j_02})$ , 则决策集  $B_{j_0} = A_{j_0} \cdot R_{j_0} A_{j_0} \cdot R_{j_0}$ 。根据最大隶属度原则, 决策集  $B_{j_0}$  中的最大值即为最终的评价结果。

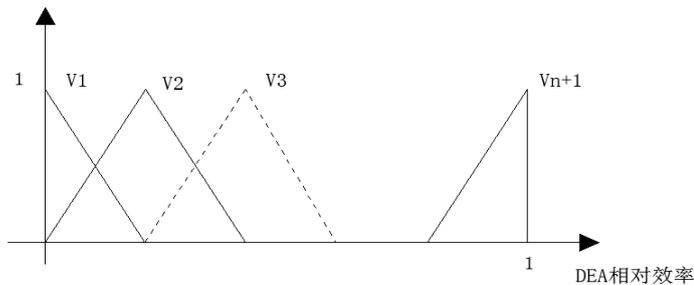


Figure 1. Membership function  
图 1. 隶属度函数

**Table 1.** Statistics data of quantifiable and non-quantifiable index**表 1.** 量化及非量化指标统计数据

一级指标		量化指标			非量化指标	
权重		0.7			0.3	
二级指标	土地购置费/亿元 (投入)	本年完成投资/亿元 (投入)	商品房销售额/亿元 (产出)	年销售利润/亿元 (产出)	投资规模状况	销售能力
权重					0.6	0.4
辽宁	535.15	5301.31	3092.10	145.10	(0.4,0.5,0.1)	(0.2,0.5,0.3)
河北	511.39	4059.72	2928.00	45.45	(0.3,0.5,0.2)	(0.3,0.4,0.3)
江苏	1745.93	8240.22	6898.42	519.70	(0.5,0.4,0.1)	(0.4,0.4,0.2)
湖北	509.28	3983.79	3088.31	338.81	(0.2,0.6,0.2)	(0.3,0.3,0.4)
福建	1170.49	4567.40	3763.52	387.16	(0.3,0.5,0.2)	(0.4,0.5,0.1)
广东	1591.35	7638.45	8461.84	1123.65	(0.4,0.4,0.2)	(0.3,0.5,0.2)
四川	823.54	4380.09	3997.37	202.86	(0.3,0.5,0.2)	(0.4,0.3,0.3)
甘肃	39.63	721.47	602.34	12.29	(0.2,0.5,0.3)	(0.4,0.2,0.4)

\*表中数据来源于 2015 中国统计年鉴、中国房地产年鉴。

**Table 2.** Preliminary evaluation result of quantifiable and non-quantifiable index**表 2.** 量化及非量化指标初步评价结果

一级指标		量化指标			非量化指标		
权重		0.7			0.3		
	相对效率	相对效率模糊隶属度			模糊隶属度		
		优	良	差	优	良	差
辽宁	0.64	0.28	0.72	0.00	0.32	0.50	0.18
河北	0.75	0.50	0.50	0.00	0.30	0.46	0.24
江苏	0.76	0.52	0.48	0.00	0.46	0.40	0.14
湖北	0.99	0.98	0.02	0.00	0.24	0.48	0.28
福建	0.74	0.48	0.52	0.00	0.34	0.50	0.16
广东	1.00	1.00	0.00	0.00	0.36	0.44	0.20
四川	0.85	0.70	0.30	0.00	0.34	0.42	0.24
甘肃	1.00	1.00	0.00	0.00	0.28	0.38	0.34

**Table 3.** Final evaluation result of comprehensive evaluation**表 3.** 综合评价结果

评价单元	综合评价结果隶属度			评价结果
	优	良	差	
辽宁	0.29	0.65	0.05	良
河北	0.44	0.49	0.07	良
江苏	0.50	0.46	0.04	优
湖北	0.76	0.16	0.08	优
福建	0.44	0.51	0.05	良
广东	0.81	0.13	0.06	优
四川	0.59	0.34	0.07	优
甘肃	0.78	0.11	0.10	优

#### 4. 房地产投资有效性实例分析

本文选取辽宁、河北、江苏、湖北、福建、广东、四川、甘肃等八省[10][11]为例进行综合评价, 具体的指标分类即详细数据见附表 1 [12][13]。量化指标中, 选择“土地购置费”、“本年完成投资”作为数据包络分析的投入指标, 选择“商品房销售额”、“销售利润”作为产出指标, 计算结果如附表 2 中 DEA 相对效率所示; 非量化指标为“投资规模状况”、“销售状况”, 评语集  $V=(\text{优、良、差})$ , 相应评价矩阵见附表 1, 所有评价单元的模糊隶属度如附表 2 所示。

根据附表 2 中的一级指标模糊隶属度进行最后的综合评价, 得出各评价单元的模糊隶属度, 按照最大隶属度原则确定最终评价结果, 如附表 3 所示。

#### 5. 结语

本文介绍和分析了数据包络分析方法和模糊综合评价方法在房地产投资有效性研究中的应用, 并以全国的八个省为例进行实例验证分析, 较好的反应了全国房地产投资有效性以及存在的地区差异的问题。将数据包络分析和模糊综合评价方法相结合, 即用模糊数学将数据包络分析结果模糊化, 并与非量化指标组成综合评价矩阵, 使得评价过程具有更高的客观性和便易性。

但选择合适的评价指标体系、相随效率模糊化隶属函数以及如何确定非量化指标的评价矩阵, 还需要更进一步的研究和探索。

#### 参考文献 (References)

- [1] 魏权龄. 评价相对有效性的方法[M]. 北京: 人民出版社, 1998, 6-131.
- [2] 杨国梁, 刘文斌, 郑海军. 数据包络分析方法(DEA)综述[J]. 系统工程学报, 2013(6): 840-860.
- [3] Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W. (1984) Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiency in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, **30**, 1078-1092. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- [4] 谭跃进. 系统工程原理[M]. 北京: 科学出版社, 2012, 169-180.
- [5] 陈水利, 李敬功, 王向公. 模糊集理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [6] 葛侠, 付保川. 模糊综合评价建模方法及其应用[J]. 苏州科技学院学报(自然科学版), 2015(2): 19-23, 64.
- [7] Li, H.X. and Al-Hussein, M. (2013) Risk Identification and Assessment of Modular Construction Utilizing fuzzy Analytic Hierarchy Process (AHP) and Multidimensional. *Journal of Civil Engineering*, **40**, 1184-1195.
- [8] 陈建华, 柯秀云. 基于 DEA-模糊综合评价方法的应急物流能力评价[J]. 物流技术, 2015(1): 114-116.
- [9] 柳顺, 杜树新. 基于数据包络分析的模糊综合评价方法[J]. 模糊系统与数学, 2010(2): 93-98.
- [10] 2015 中国统计年鉴[M]. 北京: 国家统计局出版社, 2015.
- [11] 2015 中国房地产年鉴[M]. 北京: 企业管理出版社, 2015.
- [12] 聂金辉. 基于数据包络分析对我国房地产企业投资有效性研究[J]. 知识经济, 2015(18): 66.
- [13] 刘红兵, 李立娟. 基于数据包络分析理论的房地产投资有效性研究——以万科集团的九个投资项目为决策单元[J]. 财会通讯, 2012(17): 28-29.