

Radial Distortion Measurement Using One Dimensional Inclined Fringe Pattern and Gabor Transform*

Hai Li, Suiyan Tan, Jianbin Liu

Department of Applied Physics, South China Agricultural University, Guangzhou
Email: lee.361@163.com

Received: Feb. 26th, 2013; revised: Feb. 28th, 2013; accepted: Mar. 14th, 2013

Abstract: For the purpose of measuring the radial distortion in optical imaging systems and correcting distorted images, based on phase analysis of fringe pattern, a new method using one dimensional inclined carrier-fringe pattern and Dilating Gabor transform is proposed, and the radial distortion distribution is obtained from the radial modulated phase distribution. Firstly, one dimensional inclined sinusoidal carrier-fringe pattern in arbitrary direction is used as measuring template, and a deformed grating pattern regarded as a distorted image is obtained by the optical imaging system. Then, considering the radial symmetry of radial distortion, one row of pixels along a certain direction is extracted from deformed fringe pattern; since there is no distortion at the center of the row, from which the fundamental frequency information including instantaneous frequency and phase, of the ideal pattern image, is extracted using Dilating Gabor transform, and the ideal image of fringe pattern along the above direction is constructed by use of an inverse Fourier Transform to measure the radial distortion. Phase analysis of the above row of deformed fringe pattern and its ideal fringe pattern is carried out using Dilating Gabor transform. The radial modulated phase distribution is converted the radial distortion distribution. Finally, by use of bilinearity interpolation, the calibrated image is reconstructed. Theoretical analysis and experimental results are presented to demonstrate the validity of the above method.

Keywords: Information Optics; One Dimensional Inclined Carrier-Fringe Pattern; Phase Analysis of Fringe Pattern; Dilating Gabor Transform; Distortion Measurement

一维倾斜载频条纹测量径向畸变*

李 海, 谭穗妍, 刘建斌

华南农业大学应用物理系, 广州
Email: lee.361@163.com

收稿日期: 2013 年 2 月 26 日; 修回日期: 2013 年 2 月 28 日; 录用日期: 2013 年 3 月 14 日

摘 要: 为了测量光学成像系统的径向畸变并校正畸变图像, 提出基于一维任意方向(倾斜)载频条纹相位分析联合伸缩 Gabor 变换的测量方法, 通过测量径向畸变调制相位获得径向位置畸变分布。首先, 利用一维任意方向正弦载频条纹作为测量模板, 通过成像系统采集的畸变图像就是变形光栅条纹; 接着考虑径向畸变的中心对称性, 为了获得径向位置畸变分布, 经畸变条纹中心点沿某个方向提取一行像素, 采用伸缩 Gabor 窗口傅立叶变换直接从中心零畸变点提取并重构出理想光栅条纹像基频信息, 应用 Gabor 窗口傅立叶变换对该方向的变形光栅条纹和理想光栅条纹进行相位分析, 获得该方向的径向畸变调制相位分布并换算为径向位置畸变位置分布规律。最后采用双线性插值灰度重建对畸变图像进行校正。给出详细的理论分析过程, 实验结果表明该方法是可行的。

关键词: 信息光学; 一维倾斜载频条纹; 条纹相位分析; 伸缩 Gabor 变换; 畸变测量

*资助信息: 广东省自然科学基金资助项目(9151064201000035)。

1. 引言

径向畸变是影响测量误差的主要因素，普遍存在于各类光学成像系统中，普遍做法是应用各种测试模板：点阵靶板^[1,2]、网格模板^[3-5]、方点阵列^[6]和等间距同心圆模板^[7]等对光电成像系统的径向畸变进行测量。通过测试模板，获取畸变像和理想像中所有对应特征点对坐标之间的变换关系，然后依据这种映射关系对畸变图像进行校正。这些测量方法的特点是：在测量模板上设置特征点；用图像处理办法在畸变像中提取特征点的位置；根据一定的成像参数计算特征点的无畸变像位置，否则无法计算各个特征点的位置畸变大小；必须调整成像系统光轴垂直通过模板对称中心。

三维形貌测量中普遍采用的载频条纹相位分析就是比较变形光栅条纹与基准光栅条纹的相位变化。在光学成像系统中，以一维任意倾斜方向的载频条纹为测量模板，所采集的畸变条纹像就是变形条纹，理

$$r(x, y) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad r'(x', y') = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2},$$

两者的关系用径向位置可以表示为^[4]

$$r'(x', y') = g[r(x, y)], \quad (1)$$

对径向畸变图像进行校正，就必须获得理想像点与相应畸变像点的关系式。

3. 畸变测量原理

以一维任意方向载频条纹为测量模板测量径向畸变的步骤是：提取经过畸变条纹像中心的沿某个方

$$g_r(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{j[2\pi n f_{0x} x + 2\pi n f_{0y} y + \phi_n(x, y)]\}, \quad (2)$$

与成像系统光轴垂直的参考平面上的任意方向一维正弦光栅条纹经过成像系统后，由于畸变，采集

$$g_d(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{dn} \exp\{j[2\pi n f_{0x} x + 2\pi n f_{0y} y + \phi_{dn}(x, y)]\}, \quad (3)$$

式中 f_{0x}, f_{0y} 分别是光栅条纹基准频率在 x, y 轴上的投影， A_n, A_{dn} 是 n 次傅立叶级数的幅值， $r(x, y)$ 是参考平面的非均匀反射率， $\phi_n(x, y)$ 表示基准条纹的初始相位调制量， $\phi_{dn}(x, y)$ 表示畸变引起的相位调制量。

想像就是基准光栅条纹，两者比较可以计算由于畸变而产生的调制相位分布进而获得径向位置畸变分布。本文在一维任意倾斜方向载频条纹相位分析的基础上，考虑具有进行局部条纹相位分析能力的 Gabor 窗口傅立叶变换法^[8]可以逐点提取局部进行调制相位提取的基频分量，在克服频率混叠的缺陷方面，比全局分析的傅立叶变换法优越^[9]，以一维任意倾斜方向正弦载频条纹作为模板联合 Gabor 窗口傅立叶变换测量成像系统径向畸变分布并实现校正。

2. 畸变数学模型

设摄像机的光轴垂直物面，图像中心点位于图像与光轴交点，成像系统对光轴具有中心对称性，与中心点相同距离的点具有相同的畸变量。未畸变和畸变图像分别表示为 $s(x, y)$ 和 $t(x', y')$ ， (x, y) 与 (x', y') 分别表示畸变前后同一个特征点的坐标，它们与中心点 (x_0, y_0) 的距离分别等于

向的一行像素点，从中心零畸变像点处提取并重构该方向的理想条纹像；对该方向的畸变条纹与理想条纹进行相位分析获得径向畸变调制相位分布；把径向畸变调制相位分布换算为径向位置畸变分布；实现图像校正。

3.1. 条纹相位分析

一维任意方向基准条纹为^[10]

到的畸变图像就是变形光栅条纹，分别对应图 1 中的实线和虚线。畸变条纹可以表示为

考虑到径向畸变具有中心对称性，只要测量变形条纹过无畸变中心点的某个方向直线上像素点因畸变产生的相位调制量，就可以得出径向畸变调制相位分布。因此，在图 1 中，由于畸变，经过中心点 O 的直线上点 B 移动到点 A，经过畸变图像中心点 O 坐标

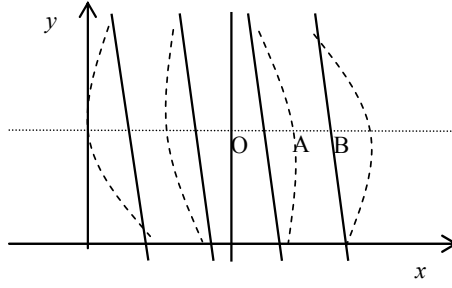


Figure 1. Distortion of pattern
图 1. 条纹畸变示意图

(x_0, y_0) 、与 x 轴的倾斜角满足 $\tan \theta = k$ 的直线上像素点满足的方程为:

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad (4)$$

把式(4)代入式(1), 该方向的变形条纹可以表示为

$$\begin{aligned} g_{dk}(x, y) &= r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{dn} \exp \left\{ j \left[2\pi n f_{0x} x + 2\pi n f_{0y} [k(x - x_0) + y_0] + \phi_{dn}(x, y) \right] \right\} \\ &= r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{dn} \exp \left\{ j \left[2\pi n (f_{0x} + k f_{0y}) x + 2\pi n f_{0y} (-k x_0 + y_0) + \phi_{dn}(x, y) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

测量调制相位只需要基频信息, 故对式(5)进行滤波处理, 提取基频分量, 得:

$$g_{dk1}(x, y) = r(x, y) A_{d1} \exp \left\{ j \left[2\pi (f_{0x} + k f_{0y}) x + 2\pi f_{0y} (-k x_0 + y_0) + \phi_{d1}(x, y) \right] \right\}, \quad (6)$$

要测量变形光栅图像沿 $\tan \theta = k$ 方向各个像素点的调制相位, 不仅需要该方向变形光栅条纹的基频成分, 而且也需要相同方向无畸变的理想条纹图像的基频成分。对成像系统而言, 光轴通过的畸变图像中心点的畸变为零, 该点的变形条纹携带无畸变的理想条纹像的频率和相位信息; 为了从中获得无畸变的理想条纹图像的基频成分, 以一维 Gabor 窗口傅立叶变换

为手段对畸变条纹中心点处进行频谱分析, 提取中心点携带的无畸变条纹像的基频频率和相位信息, 然后以 Gabor 窗口傅立叶变换为手段对此畸变条纹和理想条纹进行相位分析, 获得变形条纹在该方向上中每个像素点的畸变调制相位量。

把(4)式代入(2)式, 经图像中心点沿 $\tan \theta = k$ 方向的无畸变理想条纹的基频信息为

$$g_{r1}(x, y) = A_{r1} \exp \left\{ j \left[2\pi (f_{0x} + k f_{0y}) x + 2\pi f_{0y} (-k x_0 + y_0) + \phi_{r1}(x, y) \right] \right\} \quad (7)$$

式(6)与式(7)的共轭相乘取对数可得

$$\log [g_{r1}^*(x, y) g_{dk1}(x, y)] = \log [A_{r1} A_{d1} |r(x, y)|] + j [\phi_{d1}(x, y) - \phi_{r1}(x, y)] \quad (8)$$

式(8)中的虚部就是该方向第 y 行点 x 的相位调制量

$$\Delta \phi(x, y) = \phi_{d1}(x, y) - \phi_{r1}(x, y) = 2\pi (f_{0x} + k f_{0y}) \overline{AB} \quad (9)$$

式(9)中的相位调制量就是表示上述径向畸变光栅图像各个像素点相对理想光栅图像的径向畸变调制相位; \overline{AB} 表示相应的径向位置畸变量; $(f_{0x} + k f_{0y})$ 表示该方向条纹的基频。因此径向畸变调制相位量 $\Delta \phi$ 与径向位置畸变量 Δr 的换算关系为

$$\Delta r = \overline{AB} = \frac{\Delta \phi}{2\pi (f_{0x} + k f_{0y})} \quad (10)$$

理想像点 $r(x, y)$ 和畸变点 $r'(x', y')$ 的位置关系为

$$r'(x', y') = r(x, y) + \Delta r = r(x, y) + \frac{\Delta \phi}{2\pi (f_{0x} + k f_{0y})} \quad (11)$$

因此, 只要测量出某个方向的调制相位和基准频率, 就可以依据式(10)计算出径向位置畸变量 Δr , 通过式(11)建立理想像点与畸变点的位置对应关系。就可以对畸变图像进行校正。

3.2. Gabor 变换条纹分析

3.2.1. 变形光栅条纹基频信息的提取

从式(11)可知, 准确提取畸变条纹的径向畸变调制相位量是计算径向位置畸变量的基础。计算调制相位只需要变形光栅条纹的基频信息, 而畸变条纹各处的畸变情况并不一样, 为了减少频谱混叠, 采用 Gabor 伸缩窗口傅立叶变换对变形光栅条纹的各个局部进行频谱分析, 滤取变形条纹中各个局部的基频信息。Gabor 变换的定义为^[8]

$$(g_a^b F)(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g_a^b(x) \exp(-j\omega x) dx \quad (12)$$

其中

$$\int_{-\infty}^{\infty} (g_a^b F)(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g_a^b(x) \exp(-j\omega x) dx d\omega = F(\omega) \quad (15)$$

通过计算机自动检测每一行光栅条纹灰度的极大或者极小值来确定局部条纹的空间周期(两极大或极小值间的像素数), 选择高斯窗口的有效宽度(定义为高斯窗口函数值等于最大值的 $\sqrt{2}/2$ 的两个 x 轴坐标点的距离)为对应局部变形条纹空间周期, 这样处理能够比较有效地提取出该局部光栅的基频信息^[8]。

3.2.2. 理想光栅条纹基频信息的提取

图像中心点是零畸变, 该处携带有理想条纹像信息, 把 Gabor 窗口定位于中心点处, 用一定宽度的窗

$$g_a^b(x) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-b)^2}{2a^2}\right], \int_{-\infty}^{\infty} g_a^b(x) dx = 1 \quad (13)$$

式(13)中窗口中心位置随着 b 的变化而移动, 确定窗口的大小和形状的参数 a 是变化的, 故高斯函数的窗口位置可移、尺寸可调。Gabor 窗口傅立叶变换得到的频谱叠加起来与傅立叶变换得到的频谱是一致的, 证明如下^[8]: 由于 $f(x)$ 的傅立叶变换为

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-j\omega x) dx \quad (14)$$

$(g_a^b F)(\omega)$ 和 $F(\omega)$ 的关系为

口函数对方向为 θ 的直线上像素点进行傅立叶频谱分析, 由于与窗口函数的频谱进行卷积运算, 每个局部的基频频带都出现展宽现象, 只需要提取基频频带中的极大值点的频率信息, 作为该方向无畸变理想光栅条纹像的基频信息, 即式(7)。

4. 双线性插值校正算法

校正图像中某个点灰度值 $s[r(x, y)]$ 与畸变图像中同一点 $t[r'(x', y')]$ 的灰度值的关系为

$$s[r(x, y)] = t[r'(x', y')] = t[r(x, y) + \Delta r] = t\left[r(x, y) + \frac{\Delta\phi}{2\pi(f_{0x} + kf_{0y})}\right] \quad (16)$$

表示为 x 、 y 坐标的形式为

$$\begin{cases} x' = [r(x, y) + \Delta r] \cos \varphi = \left[r(x, y) + \frac{\Delta\phi}{2\pi(f_{0x} + kf_{0y})}\right] \cos \varphi \\ y' = [r(x, y) + \Delta r] \sin \varphi = \left[r(x, y) + \frac{\Delta\phi}{2\pi(f_{0x} + kf_{0y})}\right] \sin \varphi \end{cases} \quad (17)$$

式中 φ 是校正图像中的坐标点 (x, y) 和图像中心点连线与 x 轴的夹角。整数的 (x, y) 代入式(17), 一般来说计算得到的畸变像坐标点 (x', y') 将落在四个像素点 $([x'], [y'])$ 、 $([x'] + 1, [y'])$ 、 $([x'], [y'] + 1)$ 、

$([x'] + 1, [y'] + 1)$ 之间, 其中 $[x'], [y']$ 分别表示不超过 x', y' 的整数。为了获得良好的校正效果, 采用双线性插值法计算校正图像中像素点的灰度值, 该插值法的复原点 (x, y) 灰度值的计算公式为^[2]

$$\begin{aligned} s[r(x, y)] = & (1-\alpha)(1-\beta)t([x'], [y']) + \alpha(1-\beta)t([x'] + 1, [y']) \\ & + (1-\alpha)\beta t([x'], [y'] + 1) + \alpha\beta t([x'] + 1, [y'] + 1) \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)中 $\alpha = x' - [x'], \beta = y' - [y']$ 。

5. 实验和讨论

测量系统如图 2 所示, 参考平面上的虚线表示正

弦光栅模板。考虑 CCD 的离散探测特点, 实验中基准光栅条纹像的 $f_0 = \sqrt{f_{0x}^2 + f_{0y}^2} = 10$ 个像素点, 满足光栅条纹像的周期至少要达到 4 个像素点以上的采样

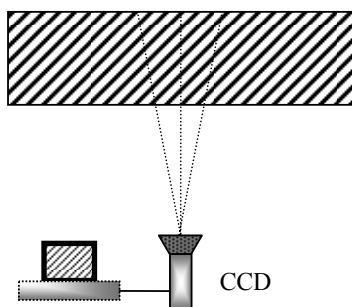


Figure 2. A schematic of measuring system
图 2. 系统示意图

要求：透镜焦距为 3 mm。调整光轴垂直参考平面的方法是：通过计算机程序在显示器上的图像观察窗口增加一个通过图像中心的可视虚拟十字线；移动参考平面使参考平面上的十字线和显示器上观察窗口的十字线重合^[7]。

采用 Gabor 变换分析提取畸变条纹相对于理想条纹的包裹相位后还需要经过相位展开，才能获得畸变相位分布。图 3 是成像系统获得的畸变图(640 × 480 pixels)，中心点像素坐标位于(320, 240)。由于沿轴方向的像素点密度最高，分辨率最好，故本实验选取过中心点、方向满足 $\tan \theta = k = 0$ 的直线 OAB 上的像素点提取畸变调制相位；图 4 表示就是相应方向上各个像素点的相位调制量分布，折线为实际测量数据，点线是经过三次多项式拟合的曲线；噪声干扰使图 4 中原始数据曲线出现起伏，数据拟合可以平滑这种干扰；实际上直线 OAB 中心点 O 两侧像素点的相位调制量是左右对称的(图 4 中必须将中心点左侧的调制相位取反号才左右对称；对于径向畸变而言，畸变条纹左移和右移的位置畸变量是一样的；而对相位分析，变形条纹左移和右移的调制相位值符号相反)，把位于中心点 O 左侧像素点 $[x \in (1, 320)]$ 的相位调制量取反号与右侧对称点 $[x \in (321, 640)]$ 的相位调制量求平均值，作为校正图像用的径向相位畸变量。作为本方法的应用，图 5 和图 6 分别一般的畸变图像和校正图像。由于 CCD 器件的测量精度至少可以达到半个像素，因而条纹位置测量精度将小于 0.5 个像素点。

6. 结论

基于 Gabor 窗口傅立叶变换联合一维倾斜载频条纹相位分析提出一种测量成像系统径向畸变的新方法：以任意方向一维载频条纹作为成像系统径向畸变

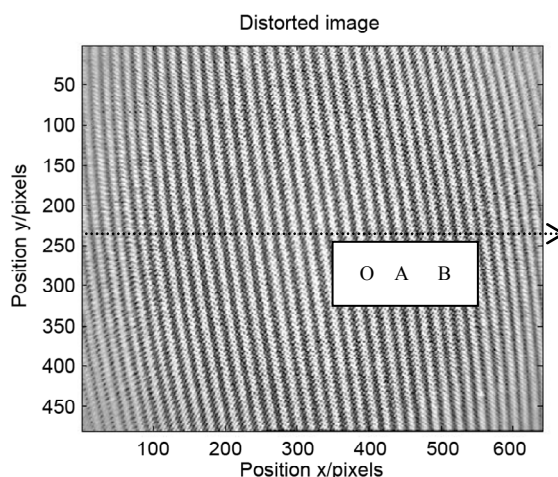


Figure 3. Distorted fringe pattern
图 3. 畸变光栅条纹

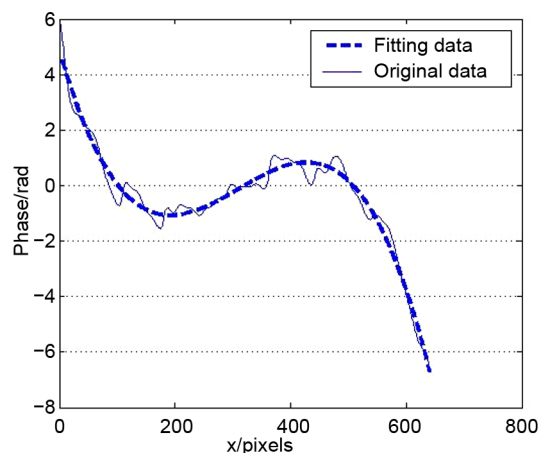


Figure 4. Phase distribution of radial distortion (solid line: measuring data; dash line: fitting data using a polynomial of degree 3)
图 4. 径向畸变相位分布(折线为实际测量数据；点线为三次多项式拟合数据)

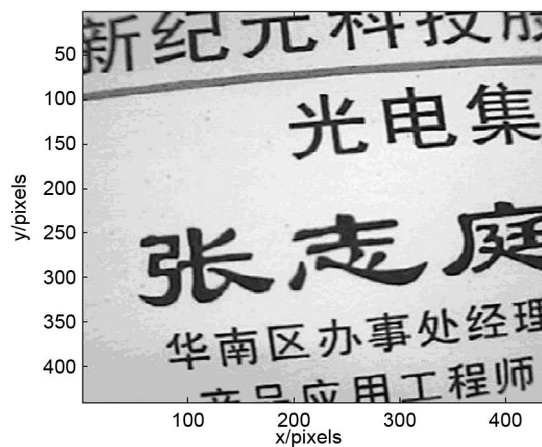


Figure 5. Distorted image
图 5. 畸变图像

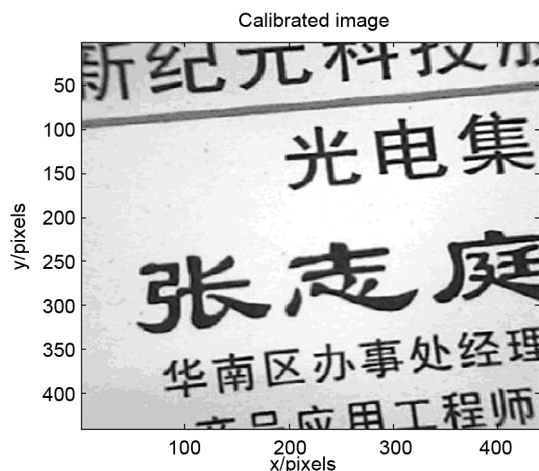


Figure 6. Calibrated image
图 6. 校正图像

测量模板，径向上的每一个像素点都可以用来测量径向位置畸变分布，无需专门设置和提取畸变测量特征点位置；直接从畸变图像中提取理想像信息，重构无畸变理想光栅像，无须计算理想像点位置；采用 Gabor 窗口傅立叶条纹相位分析，逐点提取变形各个局部的基频成分，获得畸变光栅图像相对于无畸变/理想条纹

图像在径向每一个像素点的径向畸变相位调制量；多项式拟合后计算出径向位置畸变量分布，实现对畸变图像的校正。

参考文献 (References)

- 余俊, 林家明, 杨建宇, 张旭升, 沙定国. 基于新型靶的 CCD 摄像系统畸变测量与校正[J]. 光学学报, 2007, 27(8): 1440-1442. %%%J. M. Lin, M. L. Xing, D. G. Sha, et al. Distortion measurement of CCD imaging system with short focal length and large-field objective. Optics and Lasers in Engineering, 2005, 43(10): 1137-1144. %%%J. Y. Weng, P. Cohen and M. Herniou. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10): 965-980. %%%牛建军, 刘上乾, 姚荣辉, 郑毅, 冀芳等. 高准确度光电成像测量系统图像畸变校正算法[J]. 光子学报, 2006, 35(9): 1317-1819. %%%孔斌, 方廷健. 一种简单而精确的径向畸变标定方法[J]. 中国图像图形学报, 2004, 9(4): 429-434. %%%行麦玲, 刘贱平, 林家明, 沙定国, 苏大图. 大视场短焦距镜头 CCD 摄像系统的畸变校正[J]. 光学技术, 2003, 29(3): 377-379. %%%王占斌, 赵辉, 陶卫, 唐燕. 广角桶形畸变的样条函数修正方法[J]. 光电工程, 2008, 35(4): 140-144. %%%J.-G. Zhong, J.-W. Weng. Dilating gabor transform for the fringe analysis of 3-D shape measurement. Optical Engineering, 2004, 43(4): 895-899. %%%毛先富, 陈文静, 苏显渝. 傅里叶变换轮廓术新理论研究[J]. 中国激光, 2007, 34(1): 97-102. %%%M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. Applied Optics, 1983, 22(24): 3977-3982. %%%