

# 基于毕达哥拉斯犹豫模糊的可靠性分配研究

吕靖雯

西安建筑科技大学管理学院, 陕西 西安

收稿日期: 2023年9月22日; 录用日期: 2023年12月1日; 发布日期: 2023年12月11日

## 摘要

可靠性分配是系统可靠性设计的关键任务之一, 其结果直接影响产品的质量和系统的稳定性。针对一般传统可靠性分配方法没有考虑影响因素之间相关关系, 以及无法解决机械系统设计阶段模糊区间信息导致分配结果出现偏差等缺陷, 提出一种改进的可靠性分配方法。综合考虑多种可靠性分配影响因素, 并利用最优最劣法(BWM)确定因素权重, 采用毕达哥拉斯犹豫模糊数建立决策矩阵, 利用一种可以考虑不同影响因素相关关系的毕达哥拉斯犹豫模糊加权Maclaurin对称几何算子(PHWFMSG)融合评价结果, 完成对可靠性分配系数的确定。以数控磨床为例, 分别使用FOO法和改进方法进行可靠性分配, 对结果进行比较分析, 证明了改进方法的有效性。

## 关键词

可靠性分配, 毕达哥拉斯犹豫模糊集, 最优最劣法, 机械系统

# Research on Reliability Allocation Method Based on Pythagorean Hesitation Fuzzy Set

Jingwen Lyu

School of Management, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an Shaanxi

Received: Sep. 22<sup>nd</sup>, 2023; accepted: Dec. 1<sup>st</sup>, 2023; published: Dec. 11<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

Reliability assignment is one of the key tasks of system reliability design, and its result directly

affects the quality of the product and the stability of the system. Aiming at the defects that the general traditional reliability allocation method does not consider the correlation relationship between the influencing factors and cannot solve the defects that the fuzzy interval information in the design stage of the mechanical system leads to the deviation of the allocation results, an improved reliability allocation method is proposed. A variety of reliability allocation influencing factors are considered comprehensively, and the optimal worst method (BWM) is used to determine the factor weights, the Pythagorean hesitation fuzzy number is used to establish the decision matrix, and a Pythagorean hesitation fuzzy weighted Maclaurin symmetric geometric operator (PHWFMSG), which can take into account the correlation of the different influencing factors, is utilized to fuse the evaluation results to complete the determination of the reliability allocation coefficients. Taking the CNC grinding machine as an example, the reliability allocation is carried out using the FOO method and the improved method respectively, and the results are compared and analyzed to prove the effectiveness of the improved method.

## Keywords

Reliability Allocation, Pythagorean Hesitant Fuzzy Set, Best Worst Method, Mechanical System

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

本可靠性分配是产品设计和开发阶段最重要的任务之一，通过将整个系统的可靠性目标分配给子系统及各部件来完成，其结果直接影响产品质量。传统的可靠性分配方法包括：等分配法、评分分配法、AGREE 分配法和 FOO 法等，在实际生产中均有广泛的应用[1] [2] [3] [4]。机械系统设计阶段可靠性分配实际上是多属性决策问题[5]。近年来，国内外学者对可靠性分配方法进行了大量研究。Di Bona G 等[6]在模糊层次分析法的基础上将其与综合因子评价法结合，提出一种改进的可靠性分配方法。黄洪钟等人[7]利用模糊综合评价法对工业机器人进行可靠性分配和预测，使用最优最劣法确定影响因素的最优权重。赵永胜等[8]提出一种直觉模糊熵权-TOPSIS 方法对数控机床进行可靠性分配，并与两种传统方法进行比较。张玉刚等[9]将系统可靠性分配影响因素分为直接和间接两类，提出一种考虑不同失效相关性的可靠性分配方法。

上述方法可靠性分配方法都存在一个共同缺陷，没有综合考虑各影响因素之间的相关关系，影响机械系统可靠性的因素众多，各因素之间密切相关，因此在进行可靠性分配时考虑各影响因素之间的相关关系很有必要。另外，一般的模糊综合分配方法在构建评价矩阵时多是采用梯形模糊数[8] [9] [10]，对于一些较为模糊、难以判断的情况，决策者常会表现出犹豫不决，此时若采用梯形模糊数将对分配结果造成偏差。因此，本文在这些研究的基础上采用毕达哥拉斯犹豫模糊数对影响因素进行评价，可以更加灵活地建立评价矩阵，考虑多种可靠性分配影响因素，采用最优最劣法确定影响因素的最优权重减小主观错误造成分配结果的偏差，利用 PHWFMSG 算子综合决策结果并计算得分函数，进一步计算可靠性分配系数，完成机械系统的可靠性分配。利用该方法对某型数控磨床进行可靠性分配，并将结果与 FOO 法比较。

## 2. 背景

### 2.1. 毕达哥拉斯犹豫模糊集

毕达哥拉斯犹豫模糊集作为一种新兴的模糊概念，包含可能的隶属度集和可能的非隶属度集，更能反映专家的实际意愿。文献[11]给出了具体定义及毕达哥拉斯犹豫模糊数得分函数的定义：

定义 1 [11]: 设  $X$  为论域，称

$$A = \left\{ \langle x, \Gamma_A(x), \Psi_A(x) \mid x \in X \rangle \right\} \quad (1)$$

为论域  $X$  上的一个  $q$ -阶犹豫模糊集，其中  $\Gamma_A(x)$ 、 $\Psi_A(x)$  为  $[0, 1]$  上的非空有限子集， $\Gamma_A(x)$  表示元素  $x$  属于  $A$  的隶属度， $\Psi_A(x)$  表示元素  $x$  属于  $A$  的非隶属度，并且  $0 \leq \mu_A(x)^2 + \nu_A(x)^2 \leq 1$ ， $\forall x \in X$ ， $\mu_A(x) \in \Gamma_A(x)$ ， $\nu_A(x) \in \Psi_A(x)$ ，称  $\langle \Gamma_A(x), \Psi_A(x) \rangle$  为毕达哥拉斯犹豫模糊数(PHFN)。

定义 2 [11]:  $\alpha = \langle \Gamma_\alpha, \Psi_\alpha \rangle \in PHFN$  设，定义  $S(\alpha)$  为  $\alpha$  的得分函数，则：

$$S(\alpha) = \frac{1}{\#\Gamma_\alpha} \sum_{\mu \in \Gamma_\alpha} \mu^2 - \frac{1}{\#\Psi_\alpha} \sum_{\nu \in \Psi_\alpha} \nu^2 \quad (2)$$

$\#\Gamma_\alpha$ 、 $\#\Psi_\alpha$  分别表示  $\Gamma_\alpha$ 、 $\Psi_\alpha$  中的元素个数。

### 2.2. 毕达哥拉斯犹豫模糊加权 Maclaurin 对称几何算子

毕达哥拉斯犹豫模糊加权 Maclaurin 对称几何算子将毕达哥拉斯犹豫模糊数与 Maclaurin 对称几何算子融合，可以通过改变算子中参数  $k$  的值考虑多种属性值之间的相关关系。根据文献[12]定义如下：

定义 3 [12]: 设  $\alpha = \langle \Gamma_\alpha, \Psi_\alpha \rangle \in PHFN$ ，毕达哥拉斯犹豫模糊加权 Maclaurin 对称几何算子(PHFWMSG)可以定义如下：

$$\begin{aligned} & PHFWMSG^{(k)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \\ &= \frac{1}{k} \left( \bigoplus_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_k \leq n} \left( \bigotimes_{j=1}^k (\alpha_{i_j})^{n\omega_{i_j}} \right)^{1/C_n^k} \right) \\ &= \left\langle \bigcup_{\mu_{\alpha_i} \in \Gamma_{\alpha_i}} \left\{ \left[ 1 - \left( 1 - \prod_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_k \leq n} \left( 1 - \prod_{j=1}^k (1 - \mu_{i_j})^{2n\omega_{i_j}} \right) \right)^{1/C_n^k} \right]^{1/k} \right\}, \right. \\ & \quad \left. \bigcup_{\nu_{\alpha_i} \in \Psi_{\alpha_i}} \left\{ 1 - \prod_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_k \leq n} \left( 1 - \prod_{j=1}^k \left( 1 - (1 - (\nu_{i_j})^2)^{n\omega_{i_j}} \right)^{1/C_n^k} \right)^{1/2k} \right\} \right\rangle \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $(i_1, i_2, \dots, i_n)$  遍历  $(1, 2, \dots, n)$  所有的  $k$  元组合， $C_n^k$  是二项式系数。

### 2.3. 最优最劣法

最优最劣法[13]由 Jafar 提出，是进行多属性决策时确定最优权重的一种有效方法，利用最优最劣法对确定可靠性分配影响因素权重可以在一定程度上减小主观错误造成分配结果的偏差，具体步骤如下：

- 1) 构建评价指标集合  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ ，确定最重要的指标  $C_B$  和最不重要的指标  $C_W$ 。
- 2) 将最重要的指标与其余指标进行比较，用 1~9 量表确定相对重要程度，得到判断向量  $A_B = (a_{B1}, a_{B2}, \dots, a_{Bn})$ ；将其余指标和最不重要的指标进行比较，得到判断向量  $A_W = (a_{1W}, a_{2W}, \dots, a_{nW})^T$ 。
- 3) 根据判断向量及式(4)计算各指标的最优权重：

$$\begin{cases} \min \xi \\ s.t. \\ \left| \frac{\omega_B}{\omega_j} - a_{Bj} \right| \leq \xi^* \\ \left| \frac{\omega_j}{\omega_W} - a_{jW} \right| \leq \xi^* \\ \sum_{j=1}^n \omega_j = 1 \\ \omega_j \geq 0, j=1,2,\dots,n \end{cases} \tag{4}$$

最优权重为  $(\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_n^*)$ ， $\xi^*$  一致性指标。

### 3. 毕达哥拉斯犹豫模糊可靠性分配方法

一般传统可靠性分配方法考虑的可靠性分配影响因素较少且没有考虑各因素之间的相关关系，另外一般采用梯形模糊数建立评价矩阵，对于较为模糊的情况评价结果会出现偏差。为此，给出一种基于 PHFWMSG 算子的可靠性分配方法，来提高产品可靠性分配的准确性。

该可靠性分配方法步骤如下：

步骤一：根据系统的运行原理，对系统划分各子系统。

步骤二：确定系统的可靠性要求和运行时间。

步骤三：确定可靠性分配影响因素集；对机床可靠性分配产生影响的主要因素有：运行时间( $T$ )、技术水平( $S$ )、复杂度( $K$ )、维修性( $M$ )、成本( $Co$ )、重要程度( $Cr$ )。

步骤四：对因素重要程度进行比较，应用最优最劣法计算最优权重，在进行重要度比较时采用表 1 所示的九标度法。

**Table 1.** Specific meaning of the nine scales

**表 1.** 九标度具体含义

标度	含义
1	$i$ 和 $j$ 同等重要
3	$i$ 比 $j$ 稍显重要
5	$i$ 比 $j$ 明显重要
7	$i$ 比 $j$ 强烈重要
9	$i$ 比 $j$ 极端重要
2、4、6、8	介于上述情况之间

步骤五：根据表 2 建立毕达哥拉斯犹豫模糊专家评价矩阵。应用毕达哥拉斯犹豫模糊数的评价过程为：首先评价某一可靠性分配影响因素对某一子系统的影响程度等级，然在该语言变量对应的可能的隶属度集和非隶属度集中给出相应的隶属度和非隶属度。对每个子系统重复上述评价过程。

为使专家决策结果更为合理，各专家将匿名进行评价，在同一影响因素下同一子系统的评价结果中取三位专家的不同结果，若有重复则只记一次。

**Table 2.** Language variable transformation table  
**表 2.** 语言变量转化表

语言变量	隶属度集	非隶属度集
高	{0.8,0.9,1.0}	{0.0,0.1,0.2}
比较高	{0.6,0.7,0.8}	{0.2,0.3,0.4}
中等	{0.4,0.5,0.6}	{0.4,0.5,0.6}
比较低	{0.2,0.3,0.4}	{0.6,0.7,0.8}
低	{0.0,0.1,0.2}	{0.8,0.9,1.0}

步骤六：利用式(3) PHFWMSG 算子将各影响因素评价值与权重融合，构建综合评价矩阵，为综合各影响因素之间的相关关系，对算子中的取参数  $k = 6$  进行计算。

步骤七：根据式(2)计算各子系统得函数值  $S$ 。

步骤八：根据式(5)计算可靠性分配系数  $Z$ 。

$$Z_k = \frac{\zeta_k}{\sum_{i=1}^n \zeta_k} \quad (5)$$

其中  $\zeta_k = 1 - S_k$ 。

步骤九：确定可靠性分配结果。根据式(6)对系统可靠性进行分配，得到各子系统的可靠性指标

$$R_k = R_S^{Z_k} \quad (6)$$

其中， $R_S$  为整机可靠度； $R_k$  为第  $k$  个子系统的可靠度。

#### 4. 实例分析

以文献[4]中数控磨床为例进行验证与分析，根据要求规定机床整机可靠度为 0.9，运行时长为 2000 h。将机床划分为 8 个子系统分类如表 3 所示。

**Table 3.** Subsystem division  
**表 3.** 机床子系统划分

编号	子系统	缩写
1	基础系统	BS
2	数控系统	NC
3	主轴系统	SD
4	进给系统	FD
5	伺服系统	SV
6	电控系统	EC
7	液压系统	HY
8	冷却系统	CL
9	头架系统	HS
10	量仪系统	MI

现有三位可靠性专家分别为  $T_1, T_2, T_3$ , 三位专家根据以往故障情况和专业知识对各子系统进行评价。

### 4.1. FOO 法分析

运用 FOO 方法时, 其分配因子根据系统的复杂度( $I$ )、技术水平( $S$ )、性能时间( $P$ )和工作环境( $E$ )。根据专家意见和工程设计需要, 分别确定  $I, S, P, E$  的值。四个分配因子的取值等级为 1~10, 然后子系统的四个标准值相乘从而得出总体等级  $ISPE = I \times S \times P \times E$ 。

假设要完成分配的子系统有  $N$  个。 $\lambda_1$  为整个系统的故障率;  $\bar{\lambda}_k$  为第  $k$  个子系统的分配失效率;  $R$  为整个系统的可靠性目标;  $T$  为系统持续运行的时间。 $w'_k$  为第  $k$  个子系统的评价等级,  $r'_{Ik}, r'_{Sk}, r'_{Pk}, r'_{Ek}$  为第  $k$  个子系统的  $I, S, P, E$  值。 $C'_k$  为第  $k$  个子系统的权重因子,  $R_k$  为第  $k$  个子系统分配的指标。其表达式如下:

$$\lambda_1 T = \sum_{k=1}^N \bar{\lambda}_k T \tag{7}$$

$$\bar{\lambda}_k = C'_k \lambda_1, \forall k \tag{8}$$

$$w' = \sum_{k=1}^N w'_k \tag{9}$$

$$w'_k = r'_{Ik} \times r'_{Sk} \times r'_{Pk} \times r'_{Ek} \tag{10}$$

$$C'_k = \frac{w'_k}{w'}, \forall k \tag{11}$$

$$R_k = R^{C'_k} \tag{12}$$

在对系统进行 ISPE 评价时, 通常遵循以下规则: 复杂度( $I$ )越高的系统评价等级越高; 技术水平( $S$ )越不发达的评价等级越高; 工作时间( $P$ )越长的系统评价等级越高; 工作环境越恶劣( $E$ )评价等级越高。根据式(7)~(12)计算得到的各子系统可靠度分配结果如表 4 所示。

**Table 4.** FOO method reliability allocation results

**表 4.** FOO 方法可靠性分配结果

子系统	I	S	P	E	总体评级	权重因子	分配可靠度
BS	8	9	9	9	5832	0.2529	0.9737
NC	6	8	8	6	2304	0.0999	0.9895
SD	4	7	5	7	980	0.0425	0.9955
FD	6	7	6	8	2016	0.0874	0.9908
SV	8	9	8	8	4608	0.1998	0.9792
EC	5	4	6	5	600	0.0260	0.9972
HY	9	5	6	6	1620	0.0702	0.9926
CL	7	6	4	7	1176	0.0510	0.9946
HS	7	4	6	5	840	0.0364	0.9962
MI	9	7	7	7	3087	0.1339	0.9860
总计					23,063	1	

## 4.2. 基于 PHFWMSM 算子的可靠性分配

步骤一：根据该型号数控机床的结构原理，将机床划分为 9 个子系统，分别为：主轴系统、进给系统、刀架系统、装夹系统、数控系统、液压系统、排屑系统、冷却系统、润滑系统。其对应子系统分配为表 1。

步骤二：确定系统的可靠性要求和运行时间。根据专家意见整机 MTBF 为 1500 h，可靠度为 0.975。

步骤三：确定机床系统的可靠性分配的影响因素集。对数控机床可靠性分配产生影响的主要因素有：运行时间( $T$ )、技术水平( $S$ )、复杂度( $K$ )、维修性( $M$ )、成本( $Co$ )、重要程度( $Cr$ )。因此，影响数控机床可靠性的因素集  $A = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6) = (\text{运行时间}, \text{技术水平}, \text{重要程度}, \text{复杂度}, \text{维修性}, \text{成本})$ 。

由文献[4]分析可知，系统可靠度与上述影响因素之间存在以下关系。系统的复杂度、成本和维修性与可靠度成反比，系统的重要程度、技术水平和运行时间与可靠度成正比。即当某一子系统复杂程度较低、成本较低、维修性较低、重要程度较高、技术水平较高且运行时间较长时，应对其分配较高的可靠度。

步骤四：对因素重要程度进行比较，利用表 1 九标度法对各影响因素进行比较，通过最优最劣法计算权重向量。

经分析可得，最重要的影响因素为故障危害，最不重要的影响因素为复杂程度。将最重要因素  $A_6$  分别与其他因素进行比较，采用最优最劣法，依据故障情况和专家经验得判断向量  $(a_{61}, a_{62}, a_{63}, a_{64}, a_{65}, a_{66}) = (3, 2, 8, 4, 2, 1)$ 。

将其余因素与最不重要因素  $A_3$  进行比较，判断向量为  $(a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{35}, a_{36}) = (3, 4, 1, 4, 2, 8)$ 。

求解式(4)，得到影响因素权重向量为  $\varphi = (0.1294, 0.1821, 0.0453, 0.0920, 0.1820, 0.3693)$ 。

$\xi^*$  值为 0.1459，一致性比率  $CR = \frac{\xi^*}{\max \xi} = 0.0326$ ，通过一致性检验。

步骤五：三位专家根据表 2 对各子系统进行评价，建立毕达哥拉斯犹豫模糊评价矩阵，如表 5 所示。

Table 5. Expert evaluation results

表 5. 专家评价结果

子系统	$T$	$S$	$Cr$
BS	$\langle\{0.6\},\{0.4,0.5\}\rangle$	$\langle\{0.6\},\{0.5,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.7\},\{0.4,0.6\}\rangle$
NC	$\langle\{0.5\},\{0.5,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.6\},\{0.2,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.2,0.6\},\{0.6\}\rangle$
SD	$\langle\{0.7\},\{0.3,0.4\}\rangle$	$\langle\{0.8\},\{0.3,0.4\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.6\},\{0.4\}\rangle$
FD	$\langle\{0.3,0.5\},\{0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5\},\{0.4,0.5,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.3,0.4\},\{0.7\}\rangle$
SV	$\langle\{0.6\},\{0.3,0.5\}\rangle$	$\langle\{0.6\},\{0.2,0.5\}\rangle$	$\langle\{0.4,0.6\},\{0.4\}\rangle$
EC	$\langle\{0.8,0.9\},\{0.2,0.3\}\rangle$	$\langle\{0.7\},\{0.2,0.3,0.4\}\rangle$	$\langle\{0.6,0.8\},\{0.4\}\rangle$
HY	$\langle\{0.4\},\{0.6,0.8\}\rangle$	$\langle\{0.4\},\{0.6,0.8\}\rangle$	$\langle\{0.5\},\{0.5,0.6\}\rangle$
CL	$\langle\{0.6,0.7\},\{0.4\}\rangle$	$\langle\{0.7\},\{0.3,0.4\}\rangle$	$\langle\{0.4,0.5\},\{0.5,0.6\}\rangle$
HS	$\langle\{0.7,0.8,0.9\},\{0.2,0.5\}\rangle$	$\langle\{0.3,0.6\},\{0.4\}\rangle$	$\langle\{0.4\},\{0.7,0.8\}\rangle$
MI	$\langle\{0.5,0.6\},\{0.3\}\rangle$	$\langle\{0.4,0.6\},\{0.5,0.6,0.7\}\rangle$	$\langle\{0.4,0.5,0.6\},\{0.4,0.5\}\rangle$

Continued

子系统	$T$	$S$	$Cr$
BS	$\langle\{0.7,0.8\},\{0.4\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.6\},\{0.5\}\rangle$	$\langle\{0.6\},\{0.3,0.5\}\rangle$
NC	$\langle\{0.6\},\{0.3,0.5\}\rangle$	$\langle\{0.6\},\{0.3,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.6\},\{0.5\}\rangle$
SD	$\langle\{0.3,0.4\},\{0.6\}\rangle$	$\langle\{0.4,0.5\},\{0.6\}\rangle$	$\langle\{0.4\},\{0.6,0.8\}\rangle$
FD	$\langle\{0.7\},\{0.2,0.4\}\rangle$	$\langle\{0.6\},\{0.4,0.5\}\rangle$	$\langle\{0.6,0.8\},\{0.4\}\rangle$
SV	$\langle\{0.4,0.5,0.6\},\{0.4\}\rangle$	$\langle\{0.4,0.6\},\{0.4\}\rangle$	$\langle\{0.2,0.6\},\{0.6\}\rangle$
EC	$\langle\{0.2\},\{0.8,0.9\}\rangle$	$\langle\{0.3\},\{0.7,0.8\}\rangle$	$\langle\{0.1,0.4\},\{0.6\}\rangle$
HY	$\langle\{0.2,0.6\},\{0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.7\},\{0.3,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.6,0.8\},\{0.3\}\rangle$
CL	$\langle\{0.3\},\{0.6,0.7\}\rangle$	$\langle\{0.4\},\{0.6,0.8\}\rangle$	$\langle\{0.2,0.3\},\{0.7\}\rangle$
HS	$\langle\{0.5,0.6\},\{0.4\}\rangle$	$\langle\{0.7\},\{0.3,0.4\}\rangle$	$\langle\{0.8,0.9\},\{0.2,0.3\}\rangle$
MI	$\langle\{0.6\},\{0.3,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5\},\{0.4,0.6\}\rangle$	$\langle\{0.5,0.7\},\{0.4\}\rangle$

步骤六：利用 PHFWMSG 算子对评价结果进行集成，以 BS 为例得到综合各子系统综合决策为：

$$\alpha_{BS} = \langle\{0.6743,0.6841,0.6998,0.7087,0.7104,0.7189,0.7325,0.7402\}, \\ \{0.3735,0.4031,0.4027,0.4347,0.3848,0.4154,0.4149,0.4478,0.3880, \\ 0.4188,0.4184,0.4516,0.3998,0.4315,0.4311,0.4653\}\rangle$$

步骤七：计算各子系统得分函数值如表 6 所示。

**Table 6.** Subsystem score function values  
**表 6.** 子系统得分函数值

子系统	BS	NC	SD	FD	SV	EC	HY	CL	HS	MI
$S$	0.4080	0.5748	0.6413	0.5979	0.5435	0.6886	0.6057	0.6104	0.6723	0.5737

步骤八：根据式(5)计算可靠性分配系数  $Z$  如表 7 所示。

**Table 7.** Reliability allocation factors  
**表 7.** 可靠性分配系数

子系统	BS	NC	SD	FD	SV	EC	HY	CL	HS	MI
$Z$	0.1450	0.1041	0.0879	0.0985	0.1118	0.0763	0.0966	0.0954	0.0802	0.1044

步骤九：确定可靠性分配结果。根据式(12)对系统可靠性进行分配，得到各子系统的可靠性指标如表 8 所示。



**Table 8.** Reliability allocation results  
**表 8.** 可靠性分配结果

子系统	BS	NC	SD	FD	SV	EC	HY	CL	HS	MI
<i>R</i>	0.9848	0.9891	0.9908	0.9897	0.9883	0.9920	0.9899	0.9900	0.9916	0.9891

### 4.3. 方法比较讨论

将三种方法可靠性分配结果汇总如表 9，对该数控磨床 10 个子系统进行对比分析，电控系统和头架系统与其他子系统相比需要分高的技术水平和制造水平，需要花费较高的成本才可以满足所需的可靠性指标，因此在保证整机可靠度的前提下，对电控系统的可靠性分配应适当减低。基础系统作为数控磨床的支撑框架，技术水平和制造难度较低，一旦发生故障对整个磨床的正常运行影响不大且易修复，因此基础系统的可靠性分配应适当降低。从分配结果可以看出，满足了提高电控系统和头架系统可靠性分配指标、降低基础系统可靠性分配指标的要求。同时计算②和③可靠性分配结果差异率，范围在 0%~0.22% 之间。结果表明该方法比文献[14]方法更为合理看，可以提高可靠性非配精度。

**Table 9.** Comparison of results  
**表 9.** 结果对比

	FOO 法①	文献[4]方法②	改进方法③	②和③差异率/(%)
BS	0.9737	0.9870	0.9848	0.22
NC	0.9895	0.9881	0.9891	0.1
SD	0.9955	0.9908	0.9908	0
FD	0.9908	0.9889	0.9897	0.08
SV	0.9792	0.9875	0.9883	0.08
EC	0.9972	0.9930	0.9920	0.1
HY	0.9926	0.9889	0.9899	0.1
CL	0.9946	0.9907	0.9900	0.07
HS	0.9962	0.9927	0.9916	0.11
MI	0.9860	0.9878	0.9891	0.13
专家决策者	$T_1$		$T_1, T_2, T_3$	
整机目标可靠度	0.9	0.9	0.9	

通过对比 FOO 法、文献[14]方法及改进方法的优缺点得到表 10。可以看出改进方法考虑多方面的影响因素从复杂度、维修性、技术水平、重要程度、成本、运行时间等 6 个方面考虑对子系统的影响，而 FOO 方法与文献[14]都只考虑了 4 种影响因素，不够全面；FOO 法没有考虑多位专家的意见并且语言变量上只是单个数值，不能很好的表达专家意见，容易使分配结果产生偏差，本文方法考虑了多位专家的决策信息，采用毕达哥拉斯犹豫模糊数构建决策矩阵，专家根据语言变量在可能的隶属度集和可能的非隶属度集中确定评价结果，相比于一般的采用梯形模糊数评价方法而言，该方法更加灵活，可以适用于

更为模糊不确定的机械系统。改进方法在计算专家对子系统评价结果时采用 PHFWMSG 算子，综合考虑了六种可靠性分配影响因素之间的相关关系，因此可靠度分配的更符合实际。

**Table 10.** Advantages and disadvantages of the methods  
**表 10.** 方法优缺点

方法	考虑的影响因素			
	有序权重	犹豫程度	影响因素	相关性
FOO 法	无	无	不全面	无
文献[4]方法	有	无	有	无
改进方法	有	有	有	有

## 5. 结论

针对一般传统可靠性分配方法没有考虑影响因素之间相关关系，以及无法解决机械系统设计阶段模糊区间信息导致分配结果出现偏差等缺陷，提出一种改进的可靠性进行分配方法。以数控磨床可靠性分配为例，对方法进行验证。主要结论如下：

1) 针对可靠性分配过程中信息模糊、专家评价过程犹豫不定的情况，引入了毕达哥拉斯犹豫模糊数，一定程度上提高了评价结果的准确性。

2) 利用 PHFWMSG 算子计算综合评价结果，利用 Maclaurin 对称几何算子的特点，综合考虑各可靠性分配影响因素之间的相关关系，传统的模糊综合评价法往往默认各可靠性分配影响因素之间相互独立，应用该算子可以一定程度上减小因该假设造成的可靠性分配误差，具有很强的决策柔性和灵活性，适用范围更加广泛。

## 参考文献

- [1] Silvestri, A., Falcone, D., Di Bona, G., *et al.* (2015) A New Method for Reliability Allocation: Critical Flow Method. *Lecture Notes in Control & Information Sciences*, **20**, 249-261. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-15536-4\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-319-15536-4_21)
- [2] 张锐, 李波. 无人机系统可靠性分配方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(S1): 106-108.
- [3] 贾鹏, 刁飞, 王洪海, 等. 全电式阀门执行器可靠性设计[J]. 机械设计与制造, 2019(7): 29-33, 38.
- [4] 范晋伟, 刘会普, 秦池, 等. 基于改进模糊——熵权数控磨床可靠性分配优化研究[J]. 制造业自动化, 2022, 44(11): 109-113+140.
- [5] 黄洪钟. 机械系统可靠性分配的模糊方法[J]. 机械科学与技术, 1996(2): 182-186.
- [6] Di Bona, G., Silvestri, A., Forcina, A., *et al.* (2017) AHP-IFM Target: An Innovative Method to Define Reliability Target in an Aerospace Prototype Based on Analytic Hierarchy Process. *Quality and Reliability Engineering International*, **33**, 1731-1751. <https://doi.org/10.1002/qre.2140>
- [7] 黄洪钟, 邓哲, 黄山, 黄鹏, 李彦锋. 基于改进 FCEM 的工业机器人可靠性分配与预测[J]. 电子科技大学学报, 2023, 52(1): 132-139.
- [8] 赵永胜, 丁紫远, 杨聪彬, 程强, 刘志峰. 直觉梯形模糊数与熵权-TOPSIS 的可靠性分配[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2022(1): 76-80+84.
- [9] 张玉刚, 孙杰, 喻天翔. 考虑不同失效相关性的系统可靠性分配方法[J]. 机械工程学报, 2018, 54(24): 206-215.
- [10] 胡启国, 赵胜东, 李致明, 等. 基于综合因子模糊层次分析法的机械系统可靠性分配研究[J]. 制造技术与机床, 2023(5): 159-165.
- [11] 刘卫锋, 何霞. 毕达哥拉斯犹豫模糊集[J]. 模糊系统与数学, 2016, 30(4): 107-115.
- [12] 徐韧, 朱峰. Pythagorean 犹豫模糊语言 Maclaurin 集结算子及其应用[J]. 模糊系统与数学, 2021, 35(2): 85-92.

- 
- [13] Rezaei, J. (2015) Best-Worst Multi-Criteria Decision-Making Method. *Omega*, **53**, 49-57.  
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2014.11.009>
- [14] Sriramdas, V., Chaturvedi, S.K., Gargama, H. (2014) Fuzzy Arithmetic Based Reliability Allocation Approach during Early Design and Development. *Expert Systems with Applications*, **41**, 3444-3449.  
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.10.048>