

基于三种数学模型的药用甘草种子灌浆特性研究

袁菲菲¹, 邱黛玉^{1*}, 王雪¹, 包芳²

¹甘肃农业大学农学院, 甘肃省干旱生境作物学国家重点实验室, 甘肃 兰州

²中国中药有限公司, 北京

收稿日期: 2024年2月17日; 录用日期: 2024年3月8日; 发布日期: 2024年4月16日

摘要

为了能够更准确地获取灌浆特征参数反映种子灌浆特性, 用于描述甘草籽粒灌浆过程。选用Cubic多项式、Richards和Logistic方程三种数学模型, 建立3种药用甘草(甘草、胀果甘草和光果甘草)的种子灌浆表达式。结果表明, 用DPS (Date Processing System)软件建立的Richards方程拟合效果最好, 其决定系数 R^2 高于其他方法。此外, 假设药用甘草籽粒起始粒重达到最大理论粒重的1.61%为籽粒灌浆起始期, Richards方程建立得到的理论最大粒重与实际灌浆终止粒重值最为相近。最大灌浆速率到达时间 T_{max} 和最大灌浆速率 V_{max} 在三种数学模型下较为接近, 其他参数存在差异。3种药用甘草的灌浆特性有所不同, 但在不同数学模型下其各自的灌浆规律基本一致。相关性分析表明3种药用甘草的粒重与快增期持续天数呈显著正相关关系。

关键词

甘草, 胀果甘草, 光果甘草, 籽粒灌浆, Cubic多项式, Logistic方程, Richards方程

Study on Filling Characteristics Medicinal Licorice Seeds Based on Three Mathematical Models

Feifei Yuan¹, Daiyu Qiu^{1*}, Xue Wang¹, Fang Bao²

¹State Key Laboratory of Aridland Crop Science, College of Agriculture, Gansu Agricultural University, Lanzhou Gansu

²China Traditional Chinese Medicine Co., Ltd., Beijing

Received: Feb. 17th, 2024; accepted: Mar. 8th, 2024; published: Apr. 16th, 2024

*通讯作者。

文章引用: 袁菲菲, 邱黛玉, 王雪, 包芳. 基于三种数学模型的药用甘草种子灌浆特性研究[J]. 运筹与模糊学, 2024, 14(2): 410-420. DOI: 10.12677/orf.2024.142146

Abstract

In order to obtain the filling characteristic parameters more accurately and reflect the filling characteristics of seeds, it can be used to describe the filling process of licorice grain. The Cubic polynomial, Richards and Logistic equations were used to establish the mathematical expressions of seed filling of three kinds of medicinal glycyrrhiza (*Glycyrrhiza liquorice*, *Glycyrrhiza inflata*, *Glycyrrhiza glabra*). The results show that the Richards equation established by DPS (Date Processing System) software has the best fitting effect, and its coefficient R^2 is higher than other methods. Furthermore, assuming that the initial grain weight of medicinal liquorice was 1.61% of the maximum theoretical grain weight, the theoretical maximum grain weight established by Richards equation was the closest to the actual grain weight at the end of filling. The maximum grouting rate arrival time T_{\max} and maximum grouting rate V_{\max} are similar under the three mathematical models, but other parameters are different. The grouting characteristics of the three kinds of medicinal licorice were different, but their grouting rules were basically the same under different mathematical models. Correlation analysis showed that the grain weight of three kinds of medicinal liquorice was significantly positively correlated with the duration of rapid growth period.

Keywords

Glycyrrhiza liquorice, *Glycyrrhiza inflata*, *Glycyrrhiza glabra*, Grain Filling, Polynomial Regression, Logistic Equation, Richards Equation

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

甘草为豆科多年生药用、食用、饲用和防风固沙植物，从播种到开花结籽需要 4~5 年时间，其常规育种周期较长。研究籽粒灌浆特性，掌握甘草种子灌浆规律，对种子的质量产量及后续种子种苗繁育具有重要影响。多种植物籽粒干物质积累过程呈“S”型曲线，目前在中草药种子灌浆研究中，多采用 Logistic 方程模拟籽粒灌浆，通过计算灌浆参数描述整个灌浆过程[1] [2] [3]。在小麦、水稻等作物研究籽粒灌浆中，通常使用 3 种数学模型：三次多项式 Cubic、Richards 方程和 Logistic 方程。其中，Cubic 三次多项式和 Richards 方程的数学表达式中有 4 个未知参数，Logistic 方程有 3 个未知参数，这些参数均具有生物学意义[4]。通过建立数学模型确定未知参数，进而算得灌浆特征参数来描述种子灌浆增重过程。

Cubic 多项式求极值即可确定灌浆起始期和终止期。Logistic 方程和 Richards 方程通过计算 t_1 、 t_2 、 t_3 三个时间点划分灌浆过程，灌浆起始期需要实际观测，灌浆终止期通过规定粒重达到的理论最大粒重比例来确定[5]。Richards 方程中的参数 N 为环境充分系数，它能够区分籽粒灌浆速率起势的高低[6]。当 $0 < N < 1$ ，灌浆速率曲线偏左，起势高为强势粒。当 $N > 1$ ，灌浆速率曲线偏右，起势低为弱势粒。Logistic 生长方程其实是 Richards 方程参数 $N = 1$ 的一种特殊形式，由于 Logistic 方程把环境充分系数 N 武断为 1，而 Richards 方程使环境充分系数依数据而定，理论上将会比 Logistic 方程具有更强的客观性。Cubic 多项式和 Logistic 通过线性化处理，建立方程以及检验拟合度较为简便，用 excel 处理即可，故 Cubic 多项式和 Logistic 方程模型被广泛选用。然而 Richards 方程属于非线性回归方程，它通过算法迭代得到 Q 值稳定并且最小的参数，选择合适的初始参数值是建立 Richards 方程过程中较为重要的一步[6] [7]。

本研究用 Logistic、Richards 方程和 Cubic 三次多项式三种数学模型模拟 3 种药用甘草籽粒灌浆过程，比较 3 种数学模型的拟合情况，通过分析灌浆参数对 3 种药用甘草籽粒增重动态进行数学演绎，以期为中草药种子籽粒灌浆模型的选择提供参考。

2. 材料与方法

2.1. 试验地概况

本研究于 2016~2022 年在甘肃酒泉巨龙科技示范农场(N39°57', E98°90')进行，试验区地处祁连山北麓，海拔 1430 m，年降水量 80 mm，年平均气温 8.2℃，全年无霜期 140 d。该地区为典型的大陆性气候，夏热冬寒秋凉春旱，气候干燥多风沙，日照长昼夜温差大，光热条件良好。土壤为棕漠土和风沙土，灌溉条件便利，属绿洲农业类型，适宜甘草生长。

2.2. 供试材料

供试的药用甘草为 6 年生的甘草(*Glycyrrhiza uralensis* Fisch.)、胀果甘草(*Glycyrrhiza inflata* Bat.)和光果甘草(*Glycyrrhiza glabra* L.)。

2.3. 测定项目与方法

根据前期开花特性研究结果，于甘草盛花期(6 月 10 日)、胀果甘草和光果甘草的盛花期(6 月 18 日)，选取长势一致的 3 种药用甘草开花植株挂牌标记。自开花第 5 天起(刚长出小荚果)，每次定点下午 16:00 采种，由植株下部往上采摘 15 个果穗，3~5 天采收 1 次。将果穗随机分成 3 组，剥出籽粒计数后立即称取鲜重，用牛皮纸袋存放，烘干后称取干重[8]。将籽粒干鲜重换算成籽粒千粒重，计算灌浆特征参数[3][9]。

2.4. 三种数学模型模拟籽粒灌浆

经查阅文献整理 3 种数学模型的灌浆特征参数计算公式。使用 DPS 软件，输入种子干鲜重的原始数据得到灌浆表达式，使用表达式中的相应参数，代入公式中得出灌浆特征参数。本篇中 3 种数学模型均采用 DPS 软件进行数据处理，Logistic 又另外使用公式计算 y' 和 k 。

2.4.1. 三次多项式(Cubic)模型

Cubic 多项式回归[5][6]:

$$y = at^3 + bt^2 + ct + d \quad (1)$$

(1)式中 y 为籽粒千粒重， t 是开花后天数，设甘草 t : 6 月 9 日 $t = -1$ ，6 月 10 日 $t = 0$ ，日期以此类推；胀果甘草和光果甘草 t : 6 月 18 日 $t = 0$ ，6 月 19 日 $t = 1$ ，往后以此类推。 a 、 b 、 c 、 d 为 Cubic 多项式的参数。对(1)式求导得灌浆速率方程:

$$V_t = 3at^2 + 2bt + c \quad (2)$$

V_t 为籽粒灌浆速率(g/d, 1000-grain seeds)。当 $V_t = 0$ 时，得到灌浆起始期和终止期 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3ac}}{3a}$ ，

解出 x_1 ， x_2 ($x_2 > x_1$)，灌浆持续期 $S = x_2 - x_1 = \frac{2\sqrt{b^2 - 3ac}}{3a}$ 。对(1)式求二阶导数且令其为零

$d^2y/dt^2 = 2b + 6at = 0$ ，得到最大灌浆速率到达时间 $T_{\max} = \frac{-b}{3a}$ ，将 T_{\max} 代入(2)式，得最大灌浆速率

$V_{\max} = c - \frac{b^2}{3a}$ 。当 $dy/dt = \bar{V}$ 时, 计算出 2 个时间转折点 $t_1, t_2 = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2/3) - ac}}{3a}$, 将灌浆过程划分为渐增期、快增期和缓增期[10]。快增期 $T_2 = t_2 - t_1$, 快增期灌浆平均速率 $V_2 = \frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1}$ 。将籽粒灌浆终止时间 x_2 代入粒重增长方程得到理论最大粒重 $W = ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d$, 平均灌浆速率 $V = W/S$ 。

2.4.2. Richards 数学模型

Richards 方程:

$$y = A / (1 + B^{-kt})^{1/N} \quad (3)$$

参数 A, B, k, N , 其中 A 为最大理论粒重。(3)式求导, 得灌浆速率方程

$$V_t = \frac{AKBe^{-kt}}{N(1 + Be^{-kt})^{(1+1/N)}} \quad (4)$$

求(3)式的二阶导数并令其为零, 得出灌浆速率方程的两个拐点处灌浆时间 t_1 和 t_2 ,

$$t_1 = -\ln \left[\frac{N^2 + 3N - N\sqrt{N^2 + 6N + 5}}{2B} \right] / K, \quad t_2 = -\ln \left[\frac{N^2 + 3N + N\sqrt{N^2 + 6N + 5}}{2B} \right] / K, \quad \text{快增期 } T_2 = t_2 - t_1。$$

设定以 99% K 作为实际灌浆终期 t_3 , $t_3 = -\ln \left[\frac{\left(\frac{100}{99}\right)^N - 1}{B} \right] / K$ 。最大灌浆速率到达时间为

$$T_{\max} = \frac{\ln B - \ln N}{K}, \quad \text{最大灌浆速率 } V_{\max} = AK(1 + N)^{-(1+N)/N}。$$

2.4.3. Logistic 数学模型

Logistic 方程[9] [11]:

$$y = k / (1 + e^{A+Bx}) \quad (5)$$

它是 Richards 模型中默认 $N = 1$ 的特殊状态。 y 为观测时的粒重, x 为开花后天数, 参数有 3 个 k, A, B , 其中 k 为理论最大粒重。

第一种方法: 用 DPS 软件建立出 Logistics 数学表达式, 根据公式提供的参数, 代入下式①~③, 在 Excel 中计算得到灌浆特征参数。

$$\textcircled{1} \text{ 灌浆高峰期起始和结束时间[9], } t_1 = [A - \ln(2 + 1.732)] / (-B), t_2 = [A + \ln(2 + 1.732)] / (-B)$$

$$\textcircled{2} \text{ 假定 } Y \text{ 达 } 99\% K \text{ 时为灌浆终期[9], } t_3 = -(4.59512 + A) / B$$

$$\textcircled{3} \text{ 最大灌浆速率到达时间和最大灌浆速率[9], } T_{\max} = -A/B, \quad V_{\max} = -BK/A$$

第二种方法: 用公式计算两个常数 y' 和 k , $y' = \ln[(k - y)/y]$, $k = [y_2^2(y_1 + y_3) - 2y_1y_2y_3] / (y_2^2 - y_1y_3)$, 其中 y_1, y_2, y_3 分别是等间隔开花后天数 (x) 对应的籽粒千粒干重值, 做散点图得到趋势线, 即直线化方程 $y' = A' + B'x$, 由 $A' = A, B' = B$, 代入上式①~③, 求出 Logistic 方程灌浆参数。

2.5. 数据处理

数据统计分析用软件 DPS (Date Processing System)完成[12], 部分数据采用 Excel 处理。

3. 结果与分析

3.1. 三种数学模型灌浆参数及拟合度比较

使用 3 种数学模型建立药用甘草籽粒灌浆方程(表 1)。3 组方程的决定系数 R^2 均在 0.96 以上(表 2)。其中, Richards 和 Logistic 方程模型的决定系数 R^2 高于 Cubic 三次多项式模型的, 离回归平方差值低于 Cubic 三次多项式。三种数学模型均可对药用甘草种子灌浆过程进行拟合, 而 Richards 和 Logistic 方程模型的拟合效果更好。参数 N 可确定灌浆速率起势的高低, 本研究中甘草和光果甘草的参数 N 值 > 1 , 起势低, 属于弱势粒。胀果甘草的 N 值在 0 到 1 之间, 起势高, 籽粒属于强势粒。采用两种方式建立的 Logistic 方程 $y = k / (1 + e^{A+Bx})$, 所得到的表达式在参数 k 、 A 、 B 上十分接近, 决定系数 R^2 均在 0.98 以上且较为相近, 使用 DPS 软件建立 Logistic 方程模拟灌浆过程效果更优。

Table 1. Expressions of grain filling equations for three kinds of medicinal licorice
表 1. 三种药用甘草籽粒灌浆方程表达式

数学模型	甘草	胀果甘草	光果甘草
Logistic (公式)	$y = 9.2411 / (1 + e^{4.7694 - 0.1818x})$	$y = 10.3312 / (1 + e^{3.9473 - 0.1238x})$	$y = 6.2319 / (1 + e^{4.6921 - 0.1796x})$
Logistic	$y = 9.2607 / (1 + e^{(4.3 - 0.159666x)})$	$y = 10.4829 / (1 + e^{(3.701 - 0.115954x)})$	$y = 6.264 / (1 + e^{(5.3425 - 0.196137x)})$
Richards	$y = 9.2367 / (1 + 135.8496e^{(-0.171647x)})^{1/1.2077}$	$y = 10.8193 / (1 + 4.5301e^{(-0.086552x)})^{1/0.360133}$	$y = 6.2003 / (1 + 22523.4914e^{(-0.307888x)})^{1/2.4297}$
Cubic	$y = -0.0001x^3 + 0.0079x^2 + 0.058185x - 0.749619$	$y = -0.000059x^3 + 0.004492x^2 + 0.065209x - 0.740341$	$y = -0.000059x^3 + 0.004492x^2 + 0.065209x - 0.740341$

Table 2. Comparison of fitting degree of three mathematical models
表 2. 三种数学模型拟合度比较

拟合度	决定系数 R^2				离回归平方和 Q			
	Logistic (公式)	Logistic	Richards	Cubic	Logistic (公式)	Logistic	Richards	Cubic
甘草 liquorice	0.9916	0.9917	0.9918	0.9865	1.4583	2.1378	2.1207	3.4836
胀果甘草 inflata	0.9925	0.9947	0.9958	0.9919	0.8666	1.5961	1.2710	2.4486
光果甘草 glabra	0.9890	0.9977	0.9997	0.9681	2.0019	0.2872	0.0377	4.0449
均值 means	0.9910	0.9947	0.9958	0.9822	1.4423	1.3404	1.1431	3.3257

3.2. 三种数学模型灌浆起始期和起始粒重

Logistic 和 Richards 模型的灌浆起始期是实际观测得到的, Cubic 三次多项式模型则是通过计算得出的模拟灌浆初始值。其中, 胀果甘草的起始期模拟值与实际观测值基本一致, 甘草的起始期模拟值比实际情况早 3 d, 光果甘草比实际的早 6 d。Cubic 模型建立的 3 种药用甘草灌浆起始期的标准差在 3.17, 变异系数为 99.8% (表 3)。

Logistic 和 Richards 将 1 d 代入模型方程表达式中得到灌浆起始期的粒重值, 而 Cubic 代入计算的灌浆起始天数或天数 1 d 得到的数据均为负值。Logistic 模型建立的 3 种药用甘草起始粒重比例的均值为 1.61%, 标准差较小, 变异系数为 65.73%。Richards 模型中起始粒重比例均值是 1.62%, 和 Logistic 较为

接近, 标准差为 0.49, 变异系数 30.44% (表 3)。在 Logistic 方程的 2 种建立方法下, 3 种药用甘草起始期粒重比例不同, 公式计算所得的变异系数比 DPS 软件所得值小, 主要是两种方式下的数学表达式所得起始粒重数据不同带来的差异。

Table 3. Simulation of the initial grouting period of three mathematical models

表 3. 三种数学模型灌浆起始期模拟

种质	起始期观测值 (月-日)	起始粒重比例			起始日期模拟值(月-日)	模拟值与观测值差值 Cubic
		Logistic(公式)	Logistic	Richards		
甘草 liquorice	6-11	1.0075	1.5668	1.9607	6-08	-3.33
胀果甘草 inflata	6-19	2.1382	2.6987	1.0527	6-19	0.0691
光果甘草 glabra	6-19	1.0847	0.5779	1.8354	6-13	-6.2599
平均值 means		1.4101	1.6145	1.6163		-3.1736
标准差 SD		0.6317	1.0612	0.4921		3.167397
变异系数 CV/%		44.7975	65.7309	30.4447		99.8046

起始粒重比例[5] = 起始期粒重/理论最大粒重 × 100%。起始期粒重为起始日期观测值代入各模型方程计算得到的粒重。

3.3. 三种数学模型理论最大粒重与灌浆终止粒重比较

选用最后一次采样所得籽粒干重实际观测数据为灌浆终止粒重。k 值代表理论最大千粒干重, 不同数学模型下的 3 种药用甘草种子理论最大粒重值基本相近, 变异系数较小, 均在 4% 以下。从数据上看, 胀果甘草种子粒重理论最大值最大, 其次是甘草, 光果甘草最小。这与实际观测到的灌浆终止粒重的 3 种药用甘草粒重关系一致, 即胀果甘草 > 甘草 > 光果甘草。在同一数学模型下, Cubic 三次多项式的变异系数为 22.67%, 相比于 Logistic 和 Richards 小一些。3 种数学模型的理论最大粒重的变异系数, 都较灌浆终止粒重的变异系数小。采用两种方式得到的 Logistic 方程最大理论粒重值很贴近, 采用公式的变异系数为 24.68%, 使用 DPS 建立的变异系数为 25.04%。终止期粒重比例差别较小, 变异系数也较小 (表 4)。

Table 4. Theoretical maximum grain weight and grouting end grain weight of three mathematical models

表 4. 三种数学模型理论最大粒重与灌浆终止粒重

种质	理论最大粒重					终止粒重比例/%					灌浆终止粒重
	Logistic (公式)	Logistic	Richards	Cubic	CV/%	Logistic (公式)	Logistic	Richards	Cubic	CV/%	
甘草 liquorice	9.2411	9.2607	9.2367	9.7215	2.5403	90.6927	90.5007	90.7359	86.2109	2.4778	8.3810
胀果甘草 inflata	10.3312	10.4829	10.8193	10.4709	1.969	104.9249	103.4065	100.1913	103.5250	1.9443	10.8400
光果甘草 glabra	6.2319	6.264	6.2003	6.6447	3.2824	99.7288	99.2178	100.2371	93.5332	3.1831	6.2150
变异系数 CV/%	24.6844	25.0399	26.8201	22.6662		7.3154	6.7384	5.6384	9.2046		27.2926

终止粒重比例[5] = 灌浆终止粒重/理论最大粒重 × 100%。

在同一甘草种质下, 胀果甘草的变异系数最小, 光果甘草的变异系数最大。在同一数学模型下, 3种甘草终止粒重比例的变异系数在 5.7%~9.2%之间, Cubic 模型的变异系数为 9.2%, 相较另外两种模型偏大。Richards 模型所得终止粒重比例的变异系数为 5.64%, 其模拟结果最好。

3.4. 三种数学模型灌浆时间参数比较

由于数学模型表达式性质不同, 3种药用甘草在灌浆起始期 $t_{\text{起始}}$ 、灌浆时间转折点 t_1 , 灌浆过程的三个阶段渐增期持续天数 T_1 、快增期持续天数 T_2 和缓增期持续天数 T_3 的数据差异较大, 变异系数在 18%以上。Logistics 是 Richards 表达式的一种特殊形式, 故两者的时间参数较为相近, 与 Cubic 模型模拟的灌浆时间参数有明显差异。灌浆时间转折点 t_2 、灌浆终止期 $t_{\text{终止}}$ 、最大灌浆速率到达时间 T_{max} 以及灌浆持续期 $T_{\text{持续}}$ 这四组数据, 在不同数学模型下数值相近, 变异系数在 16%以下。3种药用甘草的最大灌浆速率到达时间 T_{max} 对应的变异系数均较小, 甘草最大灌浆速率到达时间 T_{max} 在花后 27 d, 胀果甘草最大灌浆速率到达时间 T_{max} 在花后 32 d, 光果甘草最大灌浆速率到达时间在花后 27 d。甘草的灌浆快增期持续天数在 Logistic 模型中为 16.5 d, Richards 模型为 16 d, Cubic 模型为 34 d; 胀果甘草的灌浆快增期持续天数在 Logistic 模型为 23 d, Richards 模型为 26 d, Cubic 模型为 37 d; 光果甘草的灌浆快增期持续天数在 Logistic 模型中为 13 d, Richards 模型为 11 d, Cubic 模型为 37 d。Logistic 和 Richards 模型建立的灌浆过程时间划分, 在渐增期、快增期和缓增期三个阶段中, 时间长短占比大致相近。而在 Cubic 三次多项式模型中, 呈现快增期阶段时间较长, 渐增期和快增期持续时间占比较少的特点。用公式建立的 Logistic 方程的灌浆快增期持续天数, 甘草是 14.5 d, 胀果甘草 21 d, 光果甘草 15 d。两种建立方式得到的灌浆时间参数略有差异, 其中最大灌浆速率到达时间 T_{max} 的变异系数最小, 其他参数的变异系数偏大, 大小在 44%以内(表 5)。

Table 5. Comparison of grouting time parameters of three mathematical models

表 5. 三种数学模型灌浆时间参数比较

种质	模型(model)	$t_{\text{起始}}$	t_1	t_2	$t_{\text{终止}}$	T_{max}	T_1	T_2	T_3	$T_{\text{持续}}$
甘草	Logistic (公式)	0	18.99	33.48	51.51	26.23	18.99	14.49	18.03	51.51
	Logistic	0	18.68	35.18	55.71	26.93	18.68	16.50	20.53	55.71
	Richards	0	19.50	35.53	54.28	27.51	19.50	16.02	18.75	54.28
	Cubic	-3.46	9.13	43.53	56.12	26.33	12.59	34.40	12.59	59.58
	CV/%	-200	30.01	12.16	3.83	2.22	18.64	46.21	19.58	6.08
胀果甘草	Logistic (公式)	0	21.25	42.52	69.00	31.88	21.25	21.28	26.48	69.00
	Logistic	0	20.56	43.28	71.55	31.92	20.56	22.71	28.27	71.55
	Richards	0	16.45	42.06	82.38	29.25	16.45	25.62	40.32	82.38
	Cubic	-0.07	13.39	50.16	63.62	31.78	13.46	36.77	13.46	63.69
	CV/%	-200	20.57	8.55	11.01	4.19	20.39	26.39	40.52	10.97
光果甘草	Logistic (公式)	0	18.79	33.46	51.71	26.13	18.79	14.67	18.25	51.71
	Logistic	0	20.52	33.95	50.67	27.24	20.52	13.43	16.71	50.67
	Richards	0	24.29	35.05	44.57	29.67	24.29	10.76	9.52	44.57
	Cubic	-6.44	7.01	43.75	57.20	25.38	13.45	36.74	13.45	63.64
	CV/%	-200	42.25	13.25	10.14	6.91	23.38	63.52	26.7	15.15
总体 Total	CV/%	-243.89	29.33	14.04	18.11	8.63	19.58	42.99	43.09	17.87

$t_{\text{起始}}$ 和 $t_{\text{终止}}$ 分别代表灌浆起始期和灌浆终止期, t_1 、 t_2 为 2 个灌浆时间拐点, T_{max} 为最大灌浆速率到达时间, T_1 、 T_2 、 T_3 分别是灌浆渐增期、快增期和缓增期, $T_{\text{持续}}$ 是灌浆持续期。

3.5. 三种数学模型灌浆速率参数比较

灌浆三阶段平均灌浆速率通过计算得到, 例如快增期灌浆平均速率 $V_2 = \frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1}$ 。三种数学模型

在最大灌浆速率 V_{\max} 和灌浆三阶段的灌浆速率参数均有差异, 变异系数总体偏小, 变异系数在 12.18%~26.51%之间, 总体变异系数为 20.33% (表 6)。3 种药用甘草的最大灌浆速率 V_{\max} 平均值呈现出甘草 > 胀果甘草 > 光果甘草, 其中甘草的最大灌浆速率 V_{\max} 在 Richards 中数值最大, Cubic 中的数值最小; 在胀果甘草中, 最大灌浆速率 V_{\max} 大小呈现 Logistic > Richards > Cubic, 光果甘草呈现出 Richards > Logistic > Cubic。渐增期、快增期和缓增期三阶段的平均灌浆速率, 总体变异系数在 14.97%~22.79%之间, 变异系数较小。3 种药用甘草快增期平均灌浆速率均值可达 0.2366~0.3092 g/d, 渐增期和快增期的平均灌浆速率均值处于 0.0703~0.1002 g/d 之间。快增期平均灌浆速率 V_2 平均值呈现出甘草 > 胀果甘草 > 光果甘草。在不同的数学模型下, 甘草和光果甘草的快增期平均灌浆速率 V_2 大小为 Richards > Logistic > Cubic, 胀果甘草则表现出 Logistic > Richards > Cubic。两种方式建立的 Logistic 方程, 最大灌浆速率 V_{\max} 相近, 快增期平均灌浆速率 V_2 存在一定差异。

Table 6. Comparison of grouting rate parameters of three mathematical models

表 6. 三种数学模型灌浆速率参数比较

种质	模型	V_{\max}	V_1	V_2	V_3
甘草	Logistic (公式)	0.3523	0.1028	0.3683	0.1032
	Logistic	0.3439	0.1047	0.3241	0.0908
	Richards	0.3728	0.1108	0.3274	0.0926
	Cubic	0.2662	0.0823	0.2171	0.0967
	均值 means	0.3338	0.1002	0.3092	0.0958
	CV/%	13.9822	12.3611	20.8984	5.7414
胀果甘草	Logistic (公式)	0.3240	0.1028	0.2804	0.0786
	Logistic	0.3284	0.1077	0.2664	0.0747
	Richards	0.2931	0.0848	0.2548	0.0692
	Cubic	0.2495	0.0823	0.2215	0.0906
	均值 means	0.2988	0.0944	0.2558	0.0783
	CV/%	12.183	13.4832	9.8262	11.5956
光果甘草	Logistic (公式)	0.2385	0.0701	0.2453	0.0687
	Logistic	0.2300	0.0645	0.2693	0.0755
	Richards	0.3352	0.0869	0.2966	0.0880
	Cubic	0.1792	0.0599	0.1351	0.0651
	均值 means	0.2457	0.0703	0.2366	0.0743
	CV/%	26.5105	16.7666	29.9363	13.5689
总体 Total	CV/%	20.331	19.8005	22.7959	14.9723

V_{\max} 为最大灌浆速率, V_1 、 V_2 、 V_3 是渐增期、快增期和缓增期对应的平均灌浆速率。

3.6. 三种药用甘草籽粒灌浆参数与粒重的相关性

相关分析(表 7)表明, 药用甘草的粒重 Y 与快增期持续天数 T_2 呈显著正相关关系; 渐增期持续天数 T_1 与快增期持续天数 T_2 为极显著负相关, 与快增期平均灌浆速率 V_2 为显著正相关关系; 快增期持续天数 T_2 与快增期平均灌浆速率 V_2 呈极显著负相关; 渐增期平均灌浆速率 V_1 与快增期平均灌浆速率 V_2 呈显著正相关关系, V_1 和 V_2 与最大灌浆速率 V_{\max} 均呈极显著正相关关系。

Table 7. Correlation between grout parameters and grain weight of three kinds of medicinal licorice under different mathematical models

表 7. 三种药用甘草在不同数学模型下的灌浆参数与粒重的相关性

相关性 Correlation	Y	T_1	T_2	T_3	T_{\max}	V_1	V_2	V_3	V_{\max}
Y	1								
T_1	-0.661	1							
T_2	0.758*	-0.933**	1						
T_3	-0.111	0.038	-0.056	1					
T_{\max}	0.458	0.269	-0.033	0.281	1				
V_1	-0.070	0.377	-0.383	0.306	0.372	1			
V_2	-0.426	0.723*	-0.841**	0.184	0.210	0.742*	1		
V_3	0.259	0.011	-0.131	-0.476	0.026	0.470	0.474	1	
V_{\max}	-0.263	0.601	-0.633	0.247	0.307	0.927**	0.887**	0.499	1

*为 $P < 0.05$ 水平下的显著性, **为 $P < 0.0$ 水平下的显著性。Y 表示粒重。

4. 讨论

种子灌浆特性研究主要是通过设置不同品种或环境条件, 模拟籽粒干重增重过程得到灌浆特征参数, 用这些参数与粒重作相关性或遗传变异分析, 从而表明灌浆参数由不同品种的基因型控制, 或者受到环境条件限制。但粒重与灌浆持续期、灌浆速率的相关性研究结果不一致, 影响籽粒干重的主要因素不同[4]。这不仅存在于小麦[13][14]、玉米[15][16]、水稻[17][18]等作物, 同样的情况出现在中草药种子灌浆上。中药材使用种子干鲜重数据得出灌浆参数, 可描述中草药种子灌浆时间和灌浆速率等方面的特性, 再结合灌浆速率和平均灌浆速率、含水量和脱水速率以及发芽状况来反映籽粒灌浆特性[19][20][21]。大多中草药种子灌浆文献在相关性分析部分, 未涉及灌浆速率与种子粒重的相关性。而桔梗[22]、柴胡[23]和党参[21]种子灌浆研究中发现, 种子灌浆速率和其他灌浆参数对粒重不存在显著相关关系, 桔梗籽粒干物质的积累主要取决于灌浆持续时间, 灌浆速率对干物质积累的影响较小, 这可能与桔梗“库-源关系”有关[22]。红芪[24]种子灌浆速率与平均灌浆速率呈极显著正相关。3 种药用甘草的千粒干重值与平均灌浆速率、灌浆持续期均呈现出极显著正相关关系, 与含水量存在极显著负相关关系。表明 3 种药用甘草籽粒干物质积累主要取决于灌浆持续期, 而灌浆速率对干物质积累影响较小。本文中使用的 3 种数学模型得到的药用甘草种子灌浆特征参数与粒重的相关性表明, 粒重与快增期持续天数呈显著正相关关系。

采用 3 种数学模型 Cubic 多项式回归、Logistic 和 Richards 方程, 对 3 种药用甘草(甘草、胀果甘草和光果甘草)的籽粒灌浆过程进行探究, 其每种甘草各自的灌浆规律在不同的数学模型下基本一致, 且均可用三种数学模型建立, 拟合程度较好。其中, 选用 Richards 方程的拟合效果最好, 能更好地描述种子

灌浆过程的动态变化, 研究结果与薛香[6]的研究相一致。薛香[6]选用小麦品种“矮抗 58”建立灌浆方程, 三种数学模型 Cubic 三次多项式、Richards 方程和 Logistic 方程的拟合度均较好。其中 Richards 方程拟合效果最好, 决定系数 R^2 最大, 离回归平方和 Q 最低, 能更好地反映该品种的灌浆特性。冯伟[7]尝试选配不同曲线 Cubic 三次多项式、Quadratic 二次多项式和 Logistic 方程模拟小麦籽粒灌浆增重动态, 他认为通常状况下选用 Cubic 三次多项式, 比 Quadratic 二次多项式和 Logistic 方程更适合更精确些。

Cubic 模拟的灌浆起始期由计算得出, 与观测值存在差异, 但这可能是研究种子灌浆起始期的一个重要切入点, 灌浆起始期的确定可进一步探究。王珂[5]研究发现可用 Logistic 模型规定起始粒重比例在 2.76% 左右时为小麦的灌浆起始期, 这种方法的可行性还在进一步探究。而本研究中的 3 种药用甘草在 Logistic 和 Richards 方程建立下, 起始粒重比例均值处于 1.61% 左右, 可以设定籽粒起始粒重达到最大理论粒重的 1.61% 为籽粒灌浆起始期。3 种药用甘草的理论最大粒重呈现胀果甘草>甘草>光果甘草, Richards 模拟的终止粒重比例的变异系数为 5.64%, Richards 所得出的理论最大粒重值与灌浆终止期的粒重值最相近, 与其他学者研究作物使用 Cubic 模型, 所得的理论最大粒重值最能反映实际灌浆终止粒重[5]的结果不同, 再次证明 Richards 模型在中药种子灌浆特性研究的可行性。三种数学模型建立的灌浆时间参数存在差异, 其中最大灌浆速率达到时间 T_{max} 的变异系数最小, 3 种药用甘草的最大灌浆速率到达时间 T_{max} 相近, 说明不同模型可以反映出相同的结果。Logistic 和 Richards 方程模拟的灌浆时间参数较为相近, 与 Cubic 模型的参数值相差较大。主要原因是 Cubic 的灌浆起始期和终止期是方程参数计算所得, 其他两种为实际观测值。因为灌浆起始期和终止期的确定方法不同, 所得渐增期和缓增期的特征参数值存在较大差异。

5. 结论

使用三种数学模型建立药用甘草籽粒灌浆表达式, Richards 方程的拟合度最好, 决定系数 R^2 最大。Richards 可用 N 值大小反映籽粒灌浆起势高低; 用 DPS 软件建立 Richards 和 Logistic 方程的起始粒重比例在 1.61% 左右, 用公式计算 y' 、 k 所得 Logistic 的起始粒重比例为 1.41%, 可假定达到最大理论粒重的 1.61% 为籽粒灌浆起始期。Cubic 回归可通过计算直接得到灌浆起始期; Richards 方程建立得到的理论最大粒重与实际灌浆终止粒重值相近, 终止粒重比例的变异系数为 5.64%, 这也说明使用 Richards 方程描述种子灌浆具有一定的科学性。用 DPS 建立的 Cubic 回归、Logistic 和公式计算的 Logistic 的终止粒重比例变异系数分别为 9.20%、6.74%、7.32%; 三种数学模型下, 3 种药用甘草的最大灌浆速率到达时间 T_{max} 相近, 最大灌浆速率 V_{max} 和各时期的平均灌浆速率差异不大; 相关性分析表明, 3 种药用甘草的粒重与快增期持续天数存在显著正相关关系。

基金项目

国家自然科学基金(31960395); 国家中药材产业技术体系建设专项资金(CARS-21)。

参考文献

- [1] 郭凤霞, 常彦莉, 林玉红, 等. 甘肃贝母种子灌浆特性研究[J]. 草业学报, 2010, 19(2): 97-102.
- [2] 蔡子平, 王宏霞, 王国祥, 等. 濒危药用植物秦艽种子的灌浆特性[J]. 江苏农业科学, 2017, 45(23): 143-146.
- [3] 石有太, 陈垣, 郭凤霞, 等. 掌叶大黄种子灌浆动态及其发芽特性研究[J]. 草业学报, 2009, 18(3): 178-183.
- [4] 李世清, 邵明安, 李紫燕, 等. 小麦籽粒灌浆特征及影响因素的研究进展[J]. 西北植物学报, 2003(11): 2030-2038.
- [5] 王珂, 杨娜, 席吉龙, 等. 三种数学模型模拟不同播期小麦籽粒灌浆过程的比较分析[J]. 麦类作物学报, 2022, 42(11): 1398-1407.
- [6] 薛香, 吴玉娥, 陈荣江, 等. 小麦籽粒灌浆过程的不同数学模型模拟比较[J]. 麦类作物学报, 2006(6): 169-171.

- [7] 冯伟, 李晓, 郭天财, 等. 氮用量对不同穗型小麦品种籽粒灌浆及穗部性状的影响[J]. 干旱地区农业研究, 2005(4): 22-25.
- [8] 荆志宇. 蒙古黄芪适宜施肥量及种子采收期研究[D]: [硕士学位论文]. 兰州: 甘肃农业大学, 2012.
- [9] 周国勤, 张应香, 李宇峰, 等. 信阳 234 的籽粒灌浆特性及蛋白质、淀粉积累动态研究[J]. 山东农业科学, 2008(1): 51-54.
- [10] 朱志敏, 张建诚. 三次多项式生长曲线拓展研究[J]. 山西师范大学学报(自然科学版), 2013, 27(2): 55-59.
- [11] 曹师. 唐古特大黄有性繁育系统及种子灌浆特性研究[D]: [硕士学位论文]. 兰州: 甘肃农业大学, 2015.
- [12] 车永和, 杨燕萍, 刘丽红, 等. 黑小麦籽粒灌浆动态变化研究[J]. 河南农业科学, 2008(11): 33-36.
- [13] 姜泮益, 王犇, 任开明, 等. 沿淮稻茬麦区小麦的产量及籽粒灌浆特性[J]. 安徽农业大学学报, 2022, 49(3): 395-399.
- [14] 程晓明, 王慧, 陈树林, 等. 不同小麦品种籽粒灌浆、脱水特性及其与产量和品质的关系[J]. 河南农业大学学报, 2023, 57(2): 197-206+230.
- [15] 贾波, 谢庆春, 倪向群. 玉米籽粒灌浆特性研究进展[J]. 江西农业学报, 2015, 27(12): 15-18.
- [16] 姚丹丹, 王健, 王文颇. 冀东地区 3 个主栽春玉米品种的灌浆特性[J]. 河北科技师范学院学报, 2019, 33(1): 8-15.
- [17] 施伟, 朱国永, 孙明法, 等. 水稻籽粒灌浆的影响因子及其机制研究进展[J]. 中国农学通报, 2020, 36(8): 1-7.
- [18] 杨占烈, 林泽川, 戴高兴, 等. 水稻籽粒灌浆充实研究进展[J]. 西南农业学报, 2013, 26(3): 1286-1290.
- [19] 王宏霞, 蔡子平, 王国祥, 等. 板蓝根种子灌浆特性研究[J]. 时珍国医国药, 2018, 29(12): 3036-3038.
- [20] 孙亚鹏, 陈垣, 郭凤霞, 等. 忍冬种子灌浆特性的研究[J]. 中国野生植物资源, 2022, 41(4): 16-21.
- [21] 刘慧莉, 陈垣, 郭凤霞, 等. 党参种子灌浆特性研究[J]. 中国野生植物资源, 2023, 42(5): 39-43+49.
- [22] 刘自刚, 张雁, 沈冰. 桔梗种子灌浆特性研究[J]. 西北农业学报, 2012, 21(10): 95-99.
- [23] 晋昕, 任兵, 曹爱农, 等. 柴胡种子灌浆动态及发芽特性研究[J]. 中国中药杂志, 2014, 39(19): 3731-3735.
- [24] 孙连虎, 郭凤霞, 陈垣, 等. 红芪种子灌浆特性研究[J]. 甘肃农业大学学报, 2014, 49(3): 37-42.