

防疫措施下SIR网络的新型冠状病毒传播预测

严沛文^{1*}, 吴 珂², 姜玉山¹

¹东北大学秦皇岛分校数学与统计学院, 河北 秦皇岛

²东北大学秦皇岛分校控制工程学院, 河北 秦皇岛

收稿日期: 2022年5月27日; 录用日期: 2022年6月19日; 发布日期: 2022年6月28日

摘 要

文章考虑到人与人接触的复杂性以及不完全随机性, 利用SIR网络在模拟数据集上对疫情趋势进行30天预测。同时画出感染者、易感者和康复者的数量随时间的变化趋势以及新型冠状病毒在整个人群接触关系网络中的传播情况。然后, 分别结合四种常见的防疫措施, 通过与无任何防疫措施的情况进行对比分析, 得出防疫措施在阻止疫情在人群中扩散和恶化起到了关键作用。对比在不同的防疫措施下感染者、易感者、康复者和累计确诊病例的数量以及分析病毒在人群接触关系网络中的传播情况, 得出不同防疫措施对疫情的影响不尽相同, 其中对抑制病毒在人群中扩散最有效的是运用行程码的防疫措施。但总体来说, 各种防疫措施均对控制疫情扩散起到积极作用。

关键词

COVID-19, SIR网络模型, 防疫措施

Prediction of COVID-19's Transmission Based on SIR Network Model under Epidemic Prevention Measures

Peiwen Yan^{1*}, Ke Wu², Yushan Jiang¹

¹School of Mathematics and Statistics, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao Hebei

²School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao Hebei

Received: May 27th, 2022; accepted: Jun. 19th, 2022; published: Jun. 28th, 2022

Abstract

Considering the complexity and incomplete randomness of human contact, this paper uses the SIR

*通讯作者 Email: 1823808034@qq.com

文章引用: 严沛文, 吴珂, 姜玉山. 防疫措施下 SIR 网络的新型冠状病毒传播预测[J]. 应用数学进展, 2022, 11(6): 3891-3902. DOI: 10.12677/aam.2022.116416

network model to predict the epidemic trend for 30 days on the simulated data set. At the same time, the trend of the number of infections, susceptible people, and recovered people over time and the spread of COVID-19 in the whole population contact network are drawn. Then, combined with four common epidemic prevention measures, through the comparative analysis of the situation without any epidemic prevention measures, it is concluded that epidemic prevention measures have played a key role in preventing the spread and deterioration of the epidemic in the population. Comparing the number of infections, susceptible people, recovered people, and cumulative confirmed cases under different epidemic prevention measures, and analyzing the transmission of the virus in the population contact network, it is concluded that different epidemic prevention measures have different effects on the epidemic situation. Among them, the most effective epidemic prevention measure to inhibit the spread of the virus in the population is the epidemic prevention measure using a travel code. However, in general, various epidemic prevention measures have played a positive role in controlling the spread of the epidemic.

Keywords

COVID-19, SIR Network Model, Epidemic Prevention Measures

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

新型冠状病毒(COVID-19)是在 2019 年于武汉首先发现的引起严重传染性呼吸道疾病的病毒。新型冠状病毒如今已经历了 Alpha、Beta、Gamma、Delta 和奥密克戎五次变异,对人类生命安全和全球经济发展造成了严重威胁[1]。截止至 2022 年 5 月,根据联合国的调查数据,全球共有 5 亿累计新型冠状病毒确诊病例。新型冠状病毒对我国的经济[2]和全球经济[3]造成了极大影响。

运用数学建模的方式对疾病的传播和发展进行模拟和预测是研究传染性疾病的一种重要方式。通过对以往文献资料整理和分析,常见的模型有 SIR 模型[4]和 SEIR 模型[5]。文章在 SIR 模型的基础上,取消了随机接触而考虑个体之间存在的接触,同时结合常见防疫措施形成了常见防疫措施下的 SIR 网络模型。

2. 模拟数据集

数据集介绍

模拟数据集中共有 100 个结点,设置其中每一个结点最多能与除自己外的 18 个结点相连,最少可以不与其余结点相连。按照相连接点数进行分组,首先形成各组中结点的数量服从正态分布的模拟数据集。结合实际,考虑到拥有很多接触关系,即人际资源非常丰富的人在整个人群中的数量较少。所以在正态分布的基础上加以扰动,使模拟数据集呈现轻微右偏的趋势。将模拟数据集按相连接点个数进行分类,统计各组中所包含的结点的个数,将统计结果用直方图的形式进行展示。各组所包含的结点个数如图 1,其中孤立结点个数为 5。

3. 模型建立

3.1. SIR 网络模型的模型假设和模型说明

我们做出以下假设以方便模型建立:

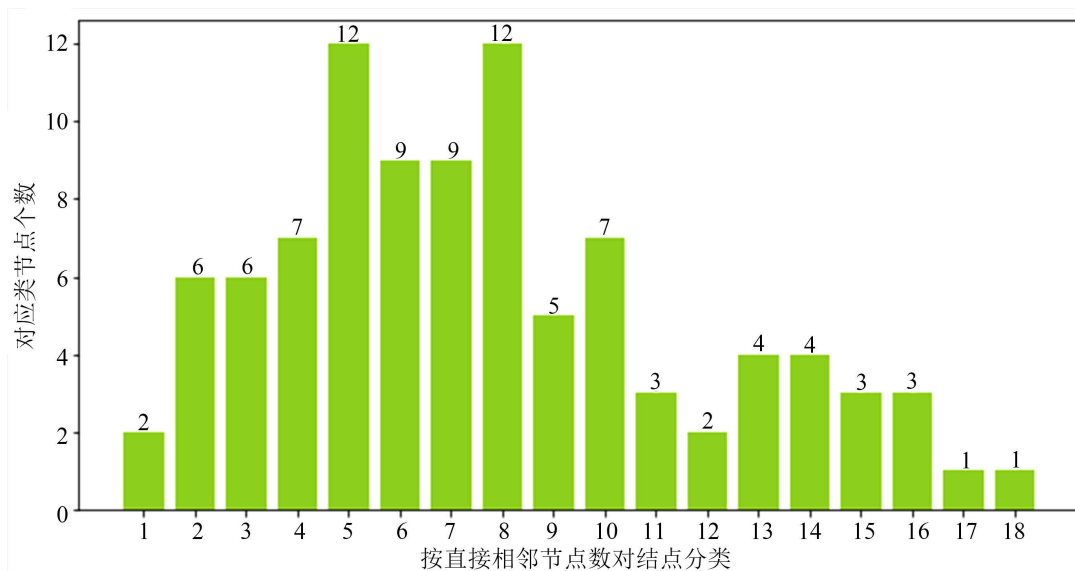


Figure 1. Histogram of the distribution of the node

图 1. 结点分布直方图

- 1) 一个新型冠状病毒感染者住院或隔离后，不会再感染易感者；
- 2) 假设人群中所有人的健康状态更新周期为 1 天，记为 t_1 ；
- 3) 假设新型冠状病毒最长潜伏期为 15 天，记为 t_2 ；
- 4) 假设所有新型冠状病毒感染者被发现后，经过治疗能被治愈；
- 5) 假设康复者不具备感染性也不具备被感染性；
- 6) 假设所选范围中总人数不变，即不考虑个体出生率和死亡率。总人数记为 N 。

SIR 模型将考察范围内的人群划分为三类， S ：易感者， I ：感染者， R ：康复者。从而衍生出 6 种情况。分别为： $S-S$ ， $S-I$ ， $S-R$ ， $I-S$ ， $I-I$ ， $I-R$ 。一个易感者在接触到一个新型冠状病毒感染者后被感染的概率为 α ，一个新型冠状病毒感染者通过治疗恢复为康复者的概率为 β 。在 SIR 模型中，当接触到多名新型冠状病毒感染者后，易感者的被感染概率记为 p 。而在 SIR 网络模型中，当接触到多名新型冠状病毒感染者后，易感者的被感染概率记为 p' 。结合人群中所有人的健康状态更新周期 t_1 以及新冠最长潜伏期 t_2 ，对每个新冠病毒感染者设一个剩余潜伏期 t_3 。每经过一个更新周期，剩余潜伏期数量减一。

模型说明：

- 1) 易感者(Susceptible)指的是从未被感染新型冠状病毒的人，其数量记为 $S(t)$ ，表示 t 时刻易感者人数；
- 2) 感染者(Infection)指的是感染新型冠状病毒的人，其数量记为 $I(t)$ ，表示 t 时刻感染者人数；
- 3) 康复者(Recovered)指的是通过治疗得到恢复的人，其数量记为 $R(t)$ ，表示 t 时刻康复者人数。

3.2. SIR 网络模型的建立

SIR 模型假设人之间的接触是随机的，且与感染者接触后存在一定概率被感染。考虑 S ：易感者总人数， I ：感染者总人数， N ：区域总人数， α ：接触到一个新型冠状病毒感染者后被感染的概率。记接触到多个感染者后感染的概率为 p 。 p 如下：

$$p = S \frac{I}{N} \alpha \quad (1)$$

考虑到 SIR 模型中第二个重要参数, β : 感染者通过治疗恢复为康复者的概率。结合之前对接触到多个感染者后感染的概率 p 的分析, 我们建立易感者人数、感染者人数和康复者人数随时间变化的微分方程。微分方程如下:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -S \frac{I}{N} \alpha \\ \frac{dI}{dt} = S \frac{I}{N} \alpha - I \beta \\ \frac{dR}{dt} = I \beta \end{cases} \quad (2)$$

但在实际生活中人与人之间的接触关系并不完全是随机的, 而是形成了一个接触网络。在这个网络中, 每个人接触到新型冠状病毒感染者的概率不再相同, 而与人在网络中的位置相关。我们构建了一个基于 SIR 模型的 SIR 网络模型。我们将人群中的每个人抽象为无向图中的一个结点, 用结点之间的边来代表两人之间存在接触关系。人群接触网络可以表示成无向图 $G=(V, E)$, 其中 V 是结点集合, E 表示边集合, 其中每条边由 V 中两个点相连接所构成。图中的结点表示人, 边则表示人与人之间的接触关系。依据模拟数据画出整个人群的接触关系图, 如图 2。

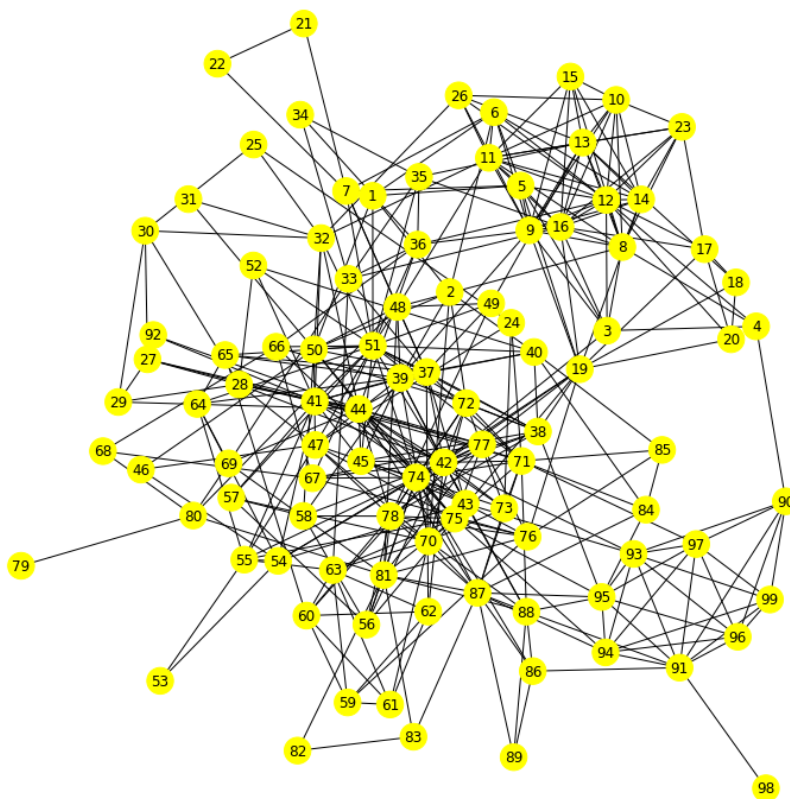


Figure 2. Diagram of the connection between the crowd
图 2. 人群接触关系示意图

考虑到每个人的差异性, 我们不采用设置阈值的方式结合被感染的概率来判断易感者是否被感染。我们将生成的在 0~1 之间的随机数与被感染的概率进行对比。随机数小于被感染的概率则判定易感者将被感染, 成为新型冠状病毒感染者。反之, 随机数大于被感染的概率则判定易感者不会被感染。

由于取消了随机接触，而是考虑人与人之间存在的接触，所以 p' 与 p 并不相同。若易感者与一个感染者接触以后被感染的概率为 a ，那么易感者与 k 个感染者接触后，不被感染的概率是与每一名感染者接触后不被感染概率的乘积 $(1-\alpha)^k$ ，被感染的概率是 $1-(1-\alpha)^k$ 。

SIR 网络模型考虑到人群中人与人之间的接触具有多样性和复杂性， a ：接触到一个新型冠状病毒感染者后被感染的概率， n ：易感者接触到的新型冠状病毒感染者的数目。记接触到多个感染者后感染的概率为 p' 。 p' 如下：

$$p' = 1 - (1 - \alpha)^n \tag{3}$$

与 SIR 模型类似，我们建立易感者人数、感染者人数和康复者人数随时间变化的微分方程。微分方程如下：

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -1 + (1 - \alpha)^n \\ \frac{dI}{dt} = 1 - (1 - \alpha)^n - I\beta \\ \frac{dR}{dt} = I\beta \end{cases} \tag{4}$$

文章用模拟数据集进行模拟仿真。设置 a 为 0.1， β 为 0.3。在模拟仿真开始阶段，我们需要先随机生成一些感染者，然后进行 30 天的模拟仿真。接着，根据模拟仿真情况画出 30 天内感染者、易感者和康复者各群体的数量变化情况。具体见图 3，其中 S 代表易感者， I 代表感染者， R 代表康复者。

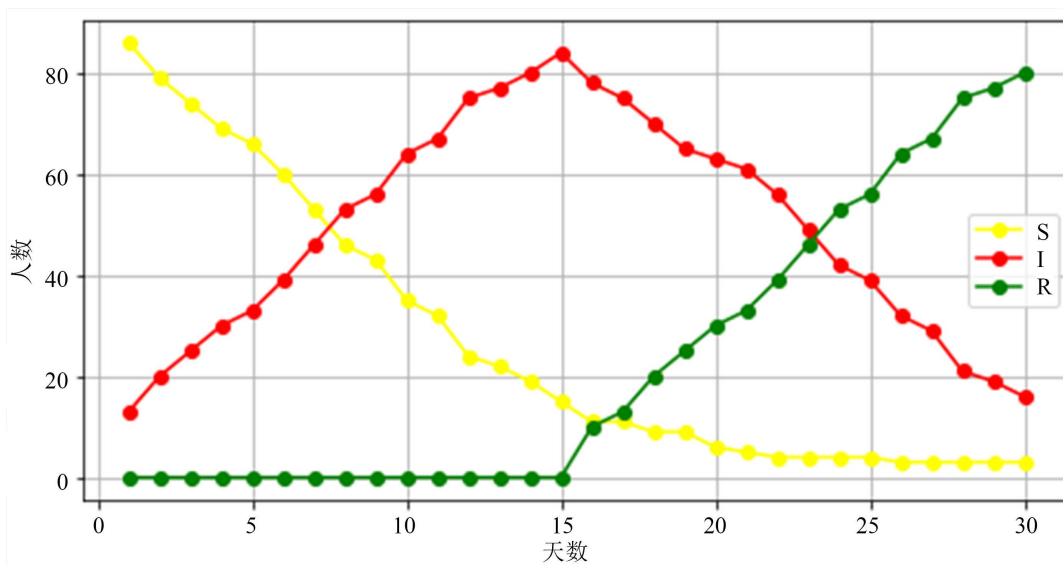


Figure 3. Diagram of the number of different groups without epidemic prevention measures
图 3. 未采取防疫措施的不同人群数量图

通过图 3 我们清楚看到，如果不采取任何防疫措施，经过 30 天，模拟数据集给出的 100 人几乎所有人都感染过新型冠状病毒。在第十五天时，确诊病人人数超过总人数的 80%。在第三十天考虑经过治疗的康复者和感染者的数目和，得出累计确诊病例数为 95。

虽然最后在人群中的感染者数量不多，但考虑到第 15 天时有超过总人数的 80% 的人被感染，这会造成医疗资源严重短缺的现象。可能会在整体人群中引起恐慌，甚至引起更严重的后果。同时考虑到累计

确诊病例由感染者和康复者共同组成，虽然在第 30 天，感染者数目不多，但康复者数量高达 80 人。累计确诊病例占到总人口数的 95%，所以我们将这种情况归为失败的疫情防控措施。

3.3. 常见防疫措施下的 SIR 网络模型

在实际情况下，考虑到全球已经经历了多轮严重疫情的考验。世界各国现在已有成熟的疫情防御和治理措施。我国作为最早受到新型冠状病毒疫情冲击的国家，在很早就已经总结出了充分的防控经验，并与世界其他国家进行分享。通过对之前的文献资料进行整理，已有大量文献通过科学验证等手段，证实了某些防疫措施在疫情防控中的有效性[6] [7] [8]，比如：居家隔离、核酸检测、行程码和疫苗接种。

文章通过在模拟数据集上利用 SIR 网络模型结合常见的 4 种不同的防疫措施进行模拟仿真。画出感染者、易感者和康复者的数量随时间的变化趋势以及新型冠状病毒在整个人群接触关系网络中的传播情况。对比在不同的防疫措施下感染者、易感者和康复者和累计确诊病例的数量以及分析病毒在人群接触关系网络中的传播情况，来证明上述四种措施对疫情防控的有利影响。

3.3.1. 居家隔离

在模拟仿真中，每天随机抽取 30% 的个体，强制要求这些个体居家不出行。这时，在人群接触网络中相当于消除这些个体的编号以及与其相连的边。这样，居家不出行的易感者仍然安全，感染者也因居家隔离所以在当天不具备传染能力。在这样的措施下，就减少了新增感染者的数量。

采取居家隔离的举措后，通过对模拟数据集进行模拟仿真，30 天内各群体数量变化情况如图 4 所示。

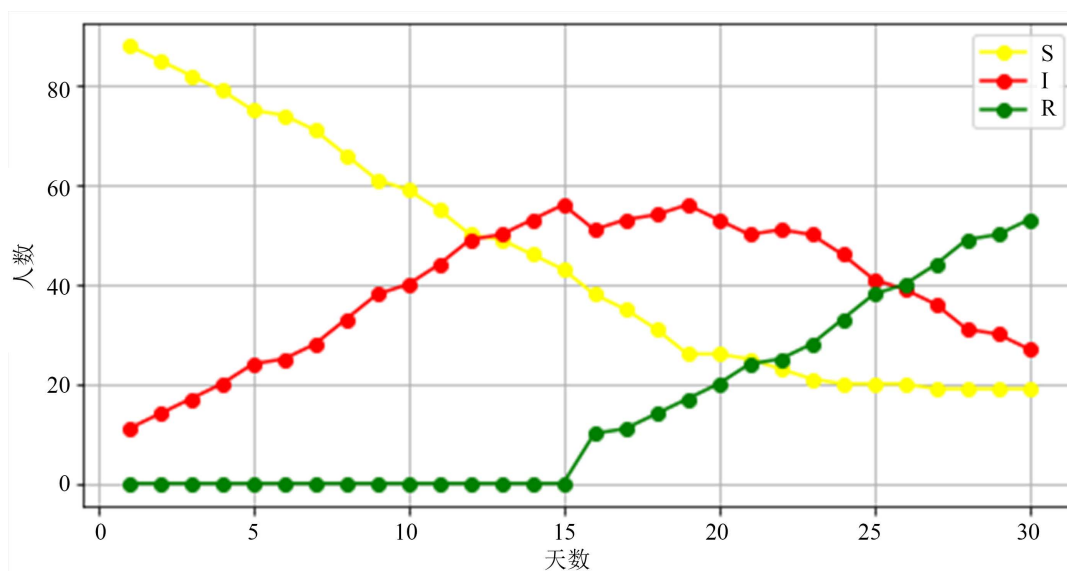


Figure 4. Diagram of the number of different groups with home quarantine

图 4. 实施居家隔离措施的不同人群数量图

通过对比图 4 和图 3 我们清楚看到，与无任何防疫措施下的未感染新型冠状病毒的易感者的数量进行对比，在实施居家隔离的防疫措施后未感染新型冠状病毒的易感者的数量明显增多，人数由 5 人增长为 20 人。在第三十天的累计确诊病例数为 80，与无任何防疫措施下的 95 例确诊病例相比，疫情传播得到控制。与无任何防疫措施相比，居家隔离对疫情防控有积极的作用。

为了研究新型冠状病毒在模拟人群中的传播，文章对比在无任何防疫措施和采取居家隔离的防疫措施两种情况在第 20 天和第 30 天的人群接触关系示意图，如图 5。

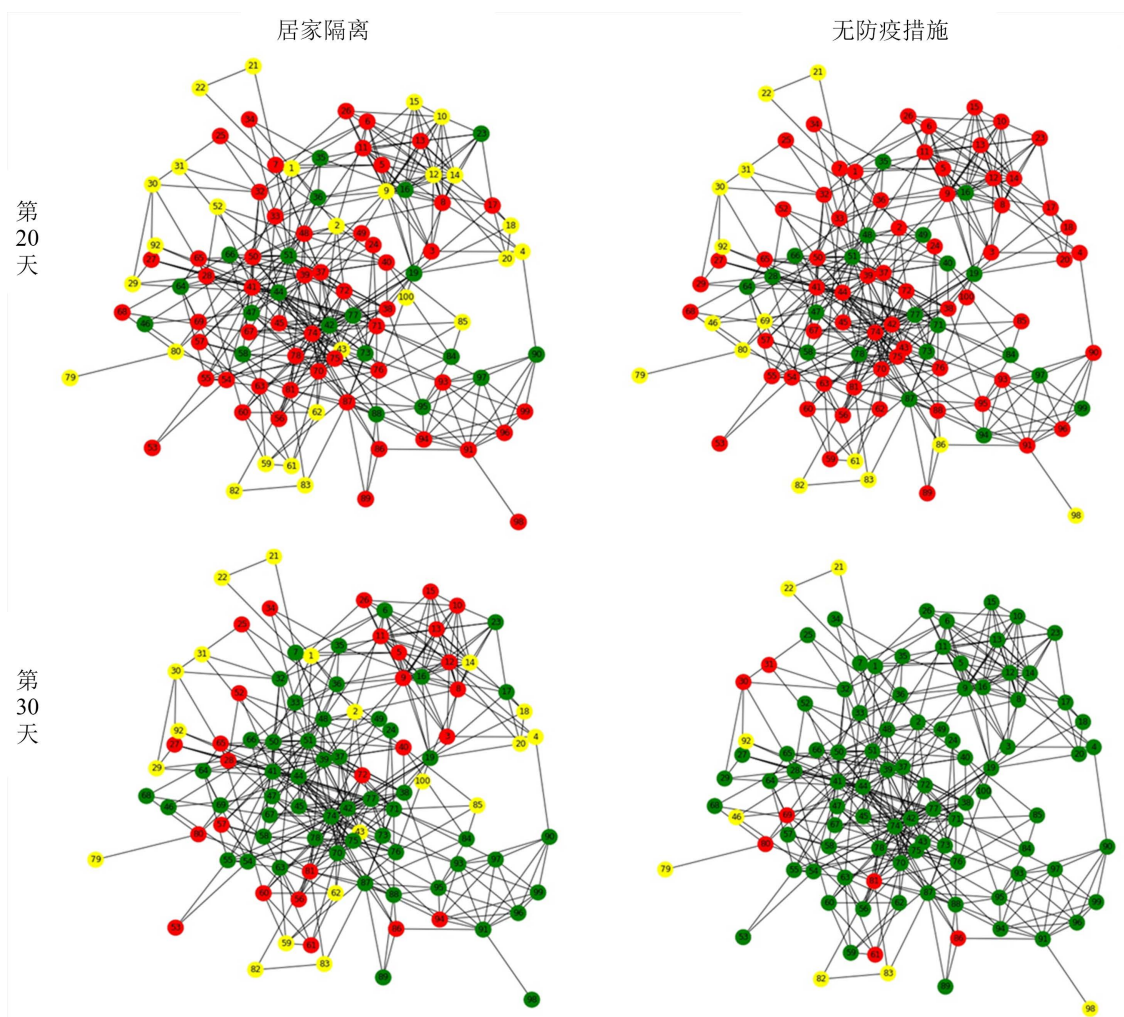


Figure 5. Diagram of comparison between home quarantine and no epidemic prevention measures

图 5. 居家隔离和无任何措施对比示意图

图中黄色结点代表易感者，红色结点代表感染者，绿色结点代表康复者。通过图 5，易观察到在第 20 天和第 30 天在居家隔离措施下感染者的人数略少于无任何防疫措施的情况。

3.3.2. 核酸检测

在疫情爆发后，由于医疗资源有限，不能立即全范围全员核酸检测。在模拟仿真中，采取每隔七天随机抽取 10 人做核酸检测的方法，同时不考虑核酸检测得到结果所需要的时间。如果通过核酸检测发现某个体感染病毒，则立即将其带走治疗。经过治疗该感染者就变为康复者。反之，不对该个体采取任何措施也不改变其属性。

通过核酸检测的措施，可以及时发现人群中的感染者，并结合隔离措施使其失去传播病毒的能力。采取核酸检测的措施后，30 天内各群体数量变化情况如图 6 所示。

通过对比图 3 和图 6，明显看出感染者数量大大减少。经过 30 天，未感染新型冠状病毒的易感者的数量为 36 人。在第三十天的累计确诊病例数为 64。与无任何防疫措施相比，实施核酸检测防疫措施对阻断病毒在人群中的传播有着重要作用。

无任何防疫措施和实施核酸检测的防疫措施在第 20 天和第 30 天的人群接触关系示意图，见图 7。

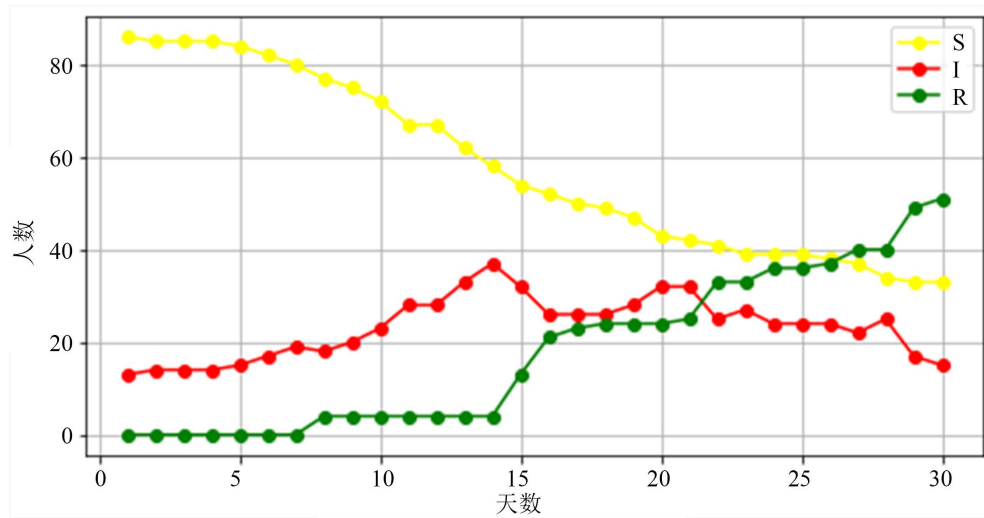


Figure 6. Diagram of the number of different groups with nucleic acid test
 图 6. 实施核酸检测措施的不同人群数量图

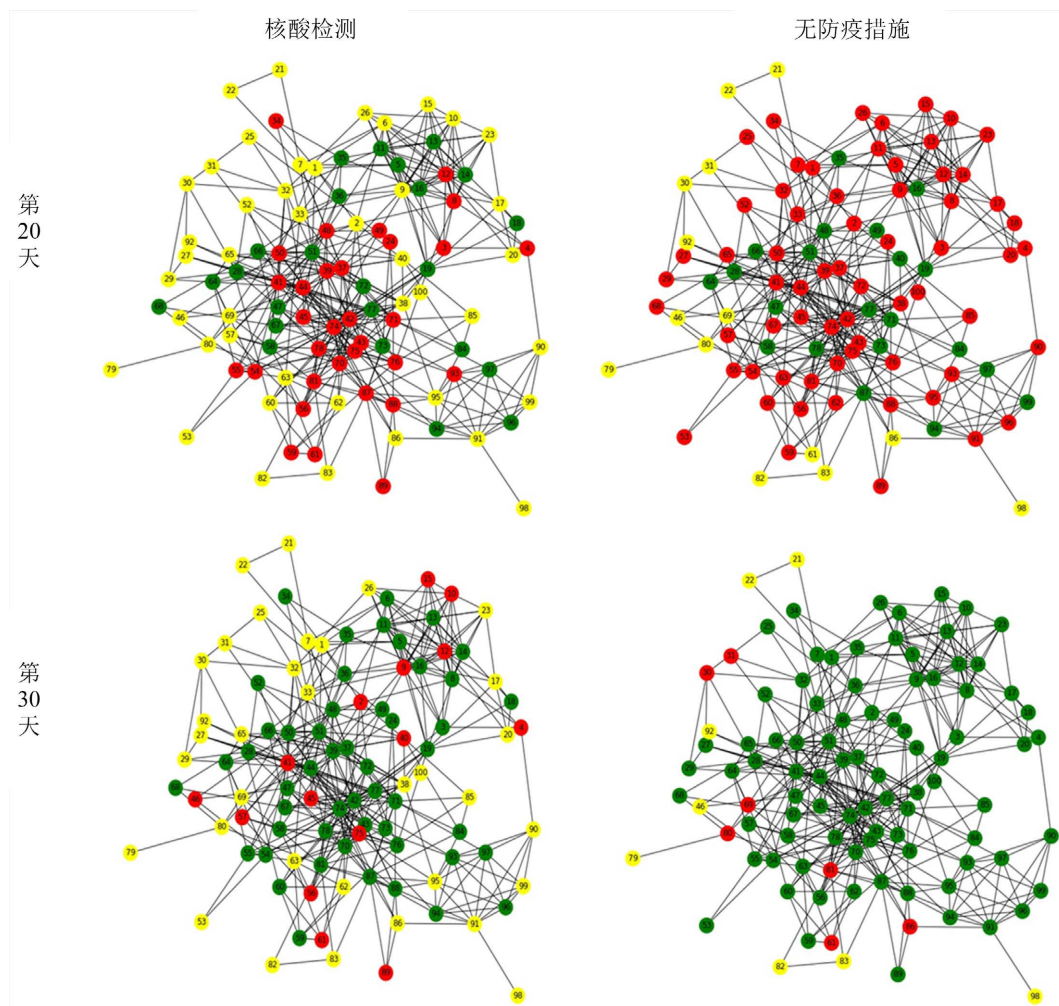


Figure 7. Diagram of comparison between nucleic acid test and no epidemic prevention measures
 图 7. 核酸检测和无任何措施对比示意图

根据图 7, 我们可以清晰看出病毒在模拟人群中的传播情况。在第 20 天, 实施核酸检测的防疫措施情况下的红色结点数量小于无防疫措施情况下的红色结点数量, 分析出实施核酸检测的防疫措施情况下的感染者数量小于无防疫措施情况下的感染者数量。在第 30 天, 实施核酸检测的防疫措施情况下的红色结点和绿色结点数量之和小于无防疫措施情况下的红色结点和绿色结点数量之和, 判定实施核酸检测的防疫措施情况下的累计确诊病例数比无任何防疫措施情况下的少。通过上述分析得出实施核酸检测对阻止疫情扩散有着重要作用。

3.3.3. 行程码

将运用行程码的防疫措施与实施核酸检测的防疫措施结合。若检测到某个个体为感染者, 那么将其行程码标记为危险, 并采取强制措施, 禁止自由活动。然后对与其直接接触的所有个体也进行核酸检测, 检测是否通过该个体感染了病毒。这样, 通过追踪, 可以找到许多被感染的个体, 然后对所有感染个体进行隔离, 使其丧失了传播能力, 降低病毒传播风险。

运用行程码的防疫措施后, 30 天内各群体数量变化情况如图 8 所示。

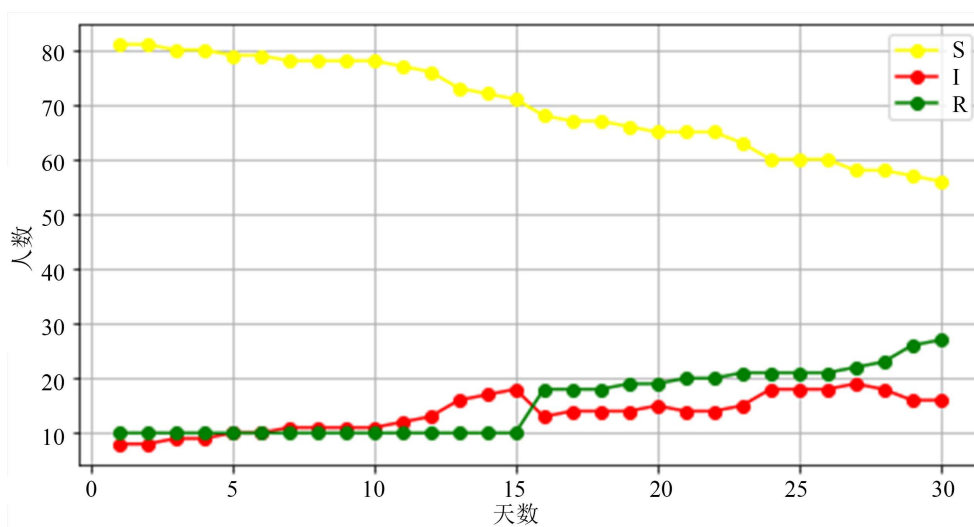


Figure 8. Diagram of the number of different groups with travel code
图 8. 运用行程码措施的不同人群数量图

根据图 8, 经过 30 天, 未感染新型冠状病毒的易感者的数量为 58 人, 感染者为 16 人, 康复者为 26 人。在第三十天的累计确诊病例数为 42。运用行程码防疫措施在疫情防控中起到了关键作用, 大大降低了感染新型冠状病毒的风险。

同样, 文章对比在无任何防疫措施和运用行程码的防疫措施两种情况在第 20 天和第 30 天的人群接触关系示意图, 如图 9。

根据图 9, 清晰看出在第 20 天时, 运用行程码的防疫措施情况下的黄色结点数量明显大于无防疫措施情况下的黄色结点数量, 分析出运用行程码的防疫措施情况下的感染者数量小于无防疫措施情况下的感染者数量。在第 30 天, 运用行程码的防疫措施情况下的红色结点和绿色结点数量之和小于无防疫措施情况下的红色结点和绿色结点数量之和, 判定运用行程码的防疫措施情况下的累计确诊病例数比无任何防疫措施情况下的少。证明运用行程码的防疫措施在阻止疫情扩散中发挥了作用。

单独分析运用行程码的防疫措施在第 20 天和第 30 天的人群接触关系示意图时, 能够明显看出黄色结点的数量远远大于其余结点的数量。再次证明了运用行程码的防疫措施在阻止疫情扩散中发挥了关键

作用。

将图 9 与之前基于居家隔离防疫措施的图 5 和基于核酸检测防疫措施的图 7 进行对比, 发现不论是第 20 天的感染者数量还是第 30 天的累计确诊病例数均远远小于另外两种情况。充分证明了运用行程码防疫措施在抑制病毒在人群中扩散非常有效。

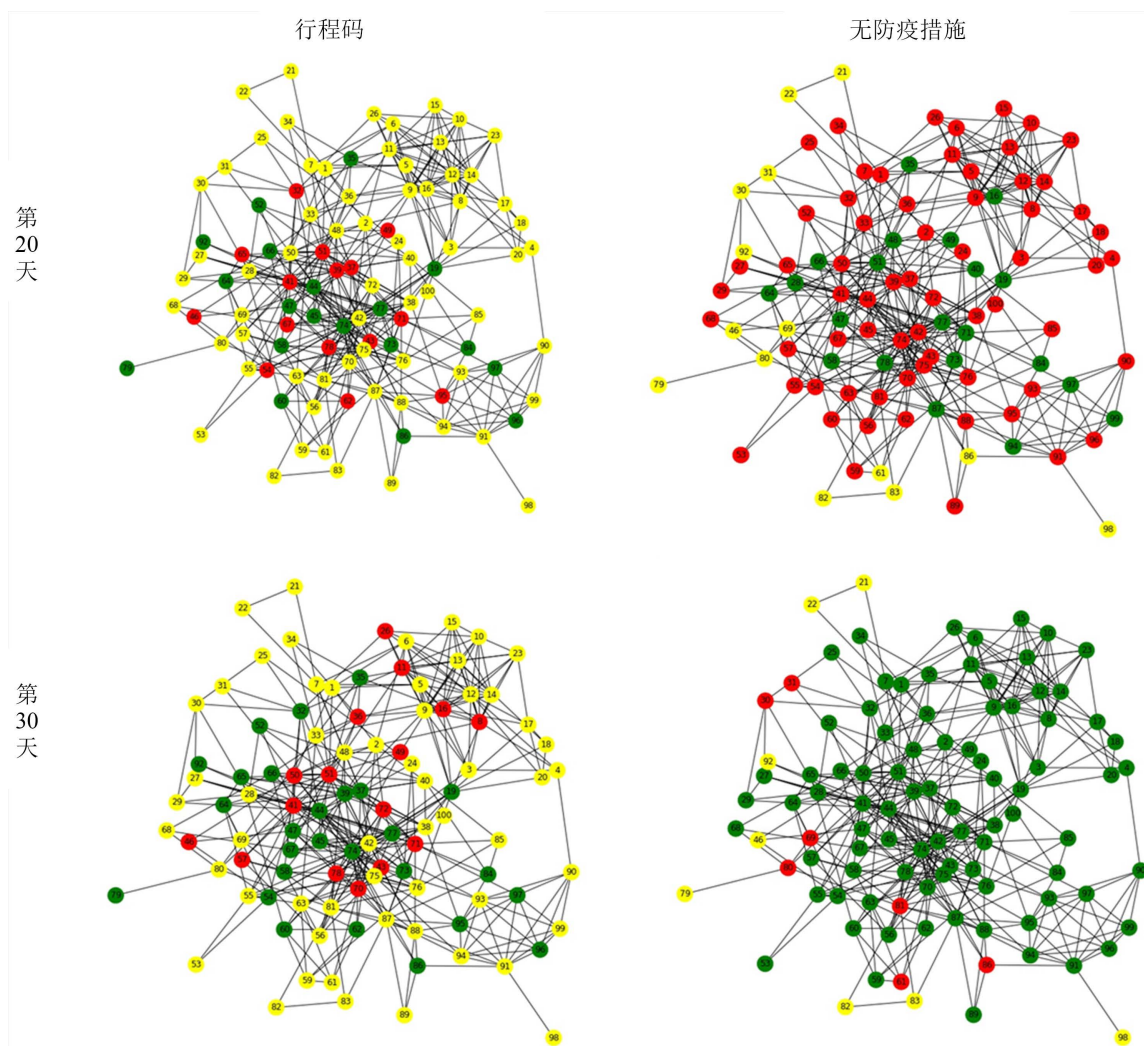


Figure 9. Diagram of comparison between travel code and no epidemic prevention measures
图 9. 行程码和无任何措施对比示意图

3.3.4. 疫苗接种

由于疫情期间医疗资源有限, 同时在实际情况中, 疫苗也只能在固定时间段内接种。因此, 在 30 天内, 我们只在开始阶段随机给 10 个个体接种疫苗。假设接种疫苗的个体对病毒已经有了免疫能力, 相当于康复者。之后, 若与感染者接触也不会被感染, 同时也不会携带病毒传染给其他个体。

通过给部分个体接种疫苗后, 30 天内各群体数量变化情况如图 10。

根据图 10, 在第 30 天, 未感染新型冠状病毒的易感者的数量为 30 人。在第三十天的累计确诊病例数为 70。与之前的运用行程码的防疫措施相比效果较差。但对比无任何防疫措施的情况, 累计确诊病例数也得到了较大减少。

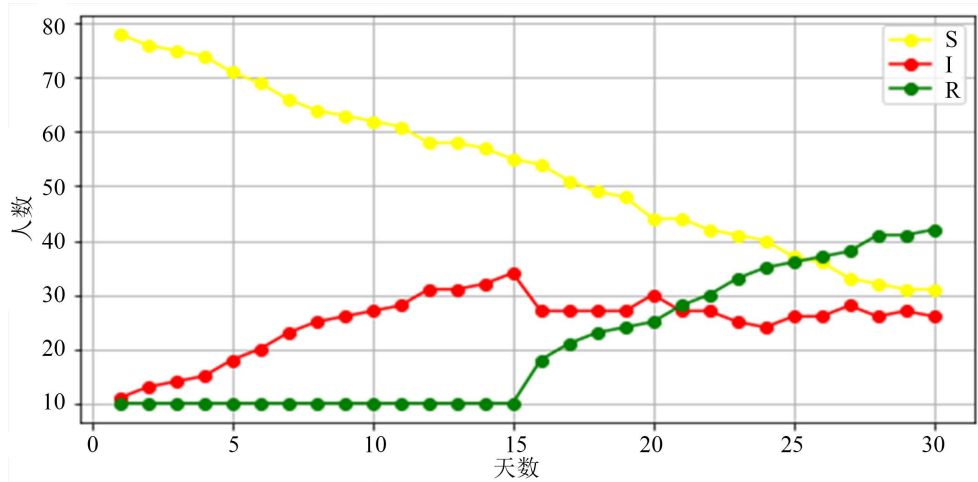


Figure 10. Diagram of the number of different groups with vaccination
 图 10. 实施疫苗接种措施的不同人群数量图

对比在无任何防疫措施和实施疫苗接种的防疫措施两种情况在第 20 天和第 30 天的人群接触关系示意图，来观察新型冠状病毒在模拟人群中的传播，如图 11。

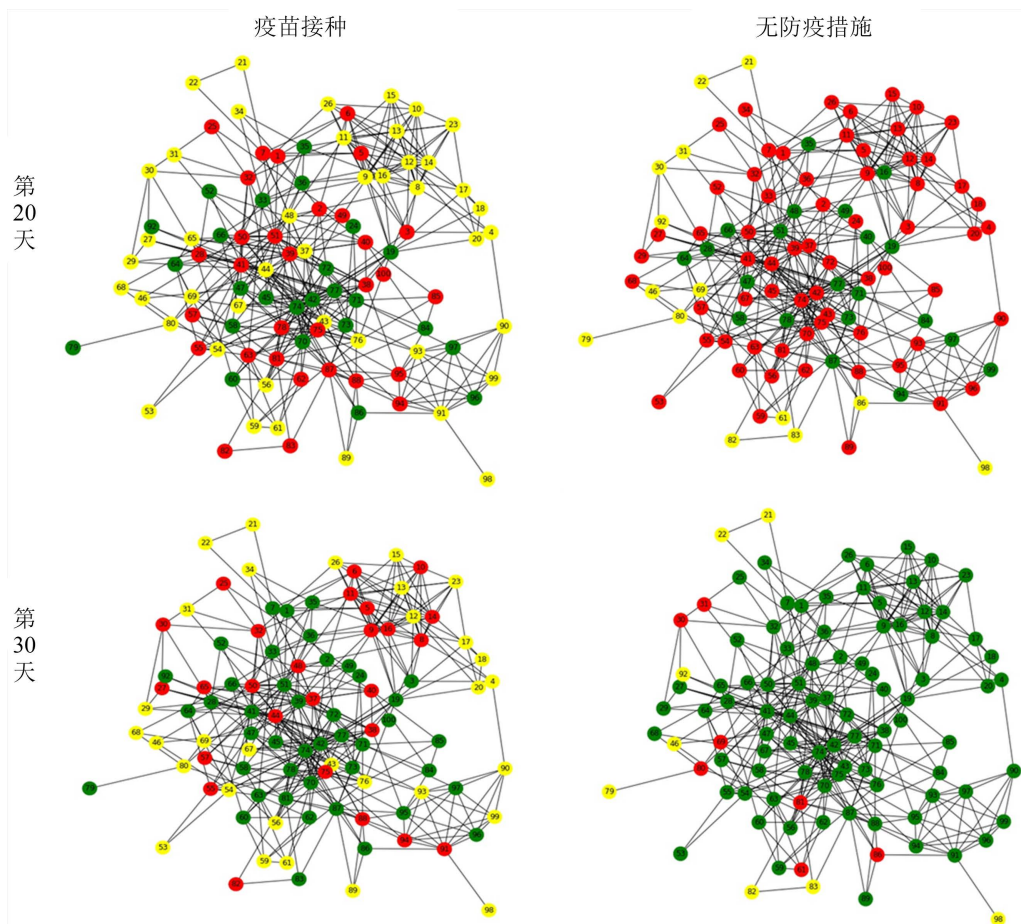


Figure 11. Diagram of comparison between vaccination and no epidemic prevention measures
 图 11. 疫苗接种和无任何措施对比示意图

根据图 10 和图 11, 我们判断实施疫苗接种的防疫措施与之前的实施核酸检测的防疫措施在阻止疫情扩散中的效果大致相同, 均能有效控制疫情扩散, 降低病毒在整个人群中的传播风险。但与运用行程码的防疫措施相比效果较差。

4. 结论

考虑到在实际生活中人与人之间的接触并不是完全随机的, 而是由每个人在接触关系网络中的位置所决定的。文章对原来的 SIR 模型进行优化, 取消了随机接触, 而是考虑人与人之间实际存在的接触, 从而提出 SIR 网络模型。考虑到各个国家在防御和治理疫情方面均有非常成熟的经验和高效的方法。文章结合常见的四种防疫措施, 在 SIR 网络模型的基础上进行深入分析。通过将四种常见防疫措施与无任何防疫措施下的不同人群的数量进行对比, 证明防疫措施在控制疫情扩散中的实际作用。通过对比在人群接触关系示意图中不同人群的分布和数量, 再次证明防疫措施的实施在阻止疫情恶化中的重要作用。不同防疫措施下的感染者、易感者、康复者和累计确诊病例数量见表 1。

Table 1. Result data of simulation

表 1. 模拟仿真结果数据

防疫措施	感染者数量	易感者数量	康复者数量	累计确诊病例
无措施	15	5	80	95
居家隔离	24	20	56	80
核酸检测	18	36	46	64
行程码	16	58	26	42
疫苗接种	28	30	42	70

最后我们呼吁大家积极服从防疫相关政策, 在实际中要将多种防疫措施结合使用, 在有效保护自身安全的同时也能最大程度减少疫情在整个社会扩散恶化的可能性。

参考文献

- [1] 李士雪, 单莹. 新型冠状病毒肺炎研究进展述评[J]. 山东大学学报(医学版), 2020, 58(3): 19-25.
- [2] 张璐, 李焯. 新型冠状病毒疫情对我国经济的影响[J]. 经营管理者, 2020(6): 60-61.
- [3] 李云. 浅谈新型冠状病毒肺炎(COVID-19)对经济的影响[J]. 中小企业管理与科技(中旬刊), 2020(1): 46-47.
- [4] 应毅, 黄慧, 任凯, 刘定一. 基于易感-感染-恢复(SIR)模型的 2019 冠状病毒病早期传播分析及政府防控措施研究[J]. 科技促进发展, 2020, 16(10): 1213-1220.
- [5] 杜燕飞, 肖鹏, 曹慧. 具有阶段结构的周期 SEIR 传染病模型的动力学性态[J]. 四川师范大学学报(自然科学版), 2017, 40(1): 73-77.
- [6] 马亮, 杨妹, 艾川, 朱正秋, 陈海亮, 朱蒙娜, 段伟, 邱晓刚, 吕欣, 陈彬. 基于 ACP 方法的新型冠状病毒肺炎疫情管控措施效果评估[J]. 智能科学与技术学报, 2020, 2(1): 88-98.
- [7] 田峰, 黄丽, 朱仁义. 医疗机构内智能化疫情防控流调系统的应用[J]. 中国安全防范技术与应用, 2021(6): 63-66.
- [8] 陈沐, 周圆明, 彭辉, 巫培连, 莫晓能. 接种灭活疫苗后的境外输入性新冠肺炎患者临床特征[J]. 中国感染控制杂志, 2021, 20(7): 586-591.