

# 接种率受媒体报道影响的手足口病模型的分析

董家兴, 邓佳宁, 王建华, 杜嘉鑫, 李姝奇, 刘璐菊\*

河南科技大学数学与统计学院, 河南 洛阳

收稿日期: 2022年7月11日; 录用日期: 2022年8月4日; 发布日期: 2022年8月15日

## 摘要

为研究媒体报道对手足口病的影响, 建立了一类接种率受媒体报道影响的  $SEI_1 I_2 R$  手足口病常微分方程组模型。文中通过再生矩阵的方法计算出模型的基本再生数  $R_0$ , 结果表明, 当  $R_0 < 1$  时, 模型始终存在无病平衡点; 当  $R_0 > 1$  时, 模型存在唯一的地方病平衡点。通过Hurwitz判据分析得出无病平衡点的局部渐近稳定性, 然后构造适当的Lyapunov函数得出无病平衡点的全局渐近稳定性, 最后利用数值模拟说明了地方病平衡点的稳定性。

## 关键词

手足口病模型, 接种率, 媒体报道, Lyapunov函数, 渐近稳定性

# Analysis of a Model of Hand-Foot-Mouth Disease with Vaccination Rate Related to Media Coverage

Jiaxing Dong, Jianing Deng, Jianhua Wang, Jiaxin Du, Shuqi Li, Lujun Liu\*

School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science Technology, Luoyang Henan

Received: Jul. 11<sup>th</sup>, 2022; accepted: Aug. 4<sup>th</sup>, 2022; published: Aug. 15<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

In this paper, to study the influence of media coverage on hand-foot-mouth disease (HFMD), a kind of  $SEI_1 I_2 R$  epidemic model with vaccination rate related to media coverage has been established. The basic reproduction number  $R_0$  of the system has been calculated by the method of

\*通讯作者。

the next generation Matrix. The results show that the model always has a disease-free equilibrium when  $R_0 < 1$ , and there is a unique endemic equilibrium when  $R_0 > 1$ . First, the local asymptotic stability of the disease-free equilibrium is obtained by the Hurwitz criterion analysis, and then the global stability of disease-free equilibrium is obtained by constructing the appropriate Lyapunov function. Finally, the stability of the endemic equilibrium is verified by the numerical simulation.

## Keywords

Hand-Foot-Mouth Disease Model, Vaccination Rate, Media Coverage, Lyapunov Function, Asymptotic Stability

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

手足口病(Hand-Foot-Mouth Disease, HFMD)是一种全球性的急性传染病[1]。引发手足口病的肠道病毒有 20 多种,其中主要以柯萨奇病毒(Coxsackie virus),肠道病毒 71 型(EV71) [2]和埃可病毒(ECHO viruses)最为常见。手足口病于 1957 年首次在新西兰报导,1958 年分离出柯萨奇病毒,1959 年以“HFMD”命名。美国、澳大利亚等国家之后也相继出现了手足口病,我国在 1981 年首次发现手足口病[3]。手足口病主要传染人群为 10 岁以下的婴幼儿童,其感染途径包括消化道,呼吸道及接触传播。大部分的患者会伴有食欲不振、恶心、呕吐、头疼等症状,少数人会出现严重症状,甚至导致死亡,还有些患者则不表现任何症状(文中称这一部分为隐性患者),目前缺乏有效治疗药物。个体在感染手足口病病毒后一般在 3 到 7 天后表现出症状,发病后 7 到 10 天完全恢复,手足口病病人在恢复后,只对特定病毒有免疫力,还可能被肠道病毒组的一种病毒再次感染。换句话说,感染 CoxA16 的手足口病人在恢复后还可能被 EV71 或其他肠道病毒再次感染。

当今是一个信息化的时代,广播、电视、网络等媒体报道加快了信息的传播,随着社会网络媒体对传染病的传播途径和防治手段的宣传使得人们对疾病的传播方式有了进一步了解,使公众提高意识、加强防备,从而有效地控制了疾病的发展。因此,在传染病的研究过程中考虑到媒体报道对手足口病的影响更符合实际。传染病一旦爆发,媒体报道的信息主要分为两种影响方式:一种是对人们行为的直接影响,例如减少外出,戴口罩等[4],由此减小有效接触率;另一种是对接种的影响,父母会根据媒体对传染病的报道判断是否让自己的孩子进行接种,从而影响接种率。事实上,在自愿接种的前提下,当媒体对传染病的报道较少时,人类预测到的感染风险也较低,导致接种的可能性降低[5]。

手足口病是由多种肠道病毒引起的一种儿童常见传染病[6],致死率不高,大多数患者症状轻微。到目前为止,仍然没有一种专门的药物来治疗此病。由此可见对 HFMD 的发病机理,传染规律、影响其传播的因素和预防策略研究的重要性和紧迫性日益突出,且已成为当今世界需要迫切解决的一个重大问题。数学模型的建立始终是从理论上预测和控制传染病传播的重要方法[7]。而利用动力学知识建立手足口病传播的常微分方程模型,有效地分析其传播规律,对手足口病的预防和其传播感染的控制将是十分有意义的。为研究媒体报道对手足口病的影响,本文建立了一类接种率受媒体报道影响的手足口病常微分方程模型,其媒体报道的信息量只与当前疾病的流行率相关,首先利用再生矩阵方法计算出基本再生数,

然后分别讨论了模型中无病平衡点和地方病平衡点的存在性和稳定性。由于人们获取到的信息会流失，同时考虑到报道对手足口病接种率的影响，本文建立如下模型。

## 2. 建立模型

如图 1 所示，在本文中设十岁以下的人口总数为  $N(t)$ ，把总人群分为 5 个仓室：易感者，潜伏者，显性患者，隐性患者，恢复者，其人口数量分别记为  $S(t)$ ， $E(t)$ ， $I_1(t)$ ， $I_2(t)$ ， $R(t)$ 。假设  $\Lambda$  为成年人群每年的出生率， $\beta k$  和  $\beta$  分别表示显性患者和隐性患者的传染率， $d$  表示儿童的自然死亡率， $\sigma$  表示儿童从潜伏期到染病者的转化系数， $r_1, r_2$  分别表示为显性患者和隐性患者的恢复率， $\alpha_1, \alpha_2$  分别表示为显性隐性患者的因病死亡率， $p$  表示儿童中显性患者所占的比例 ( $0 \leq p \leq 1$ )， $F_0$  表示不受媒体报道影响的接种率， $F(M)$  表示与媒体报道相关的接种率， $\lambda_0$  表示信息的流失率， $M(t)$  为  $t$  时刻媒体报道的信息量， $\eta_1 I_1 + \eta_2 I_2$  表示媒体依据传染病的流行情况而报道的信息增长量，所有的参数都是非负的。

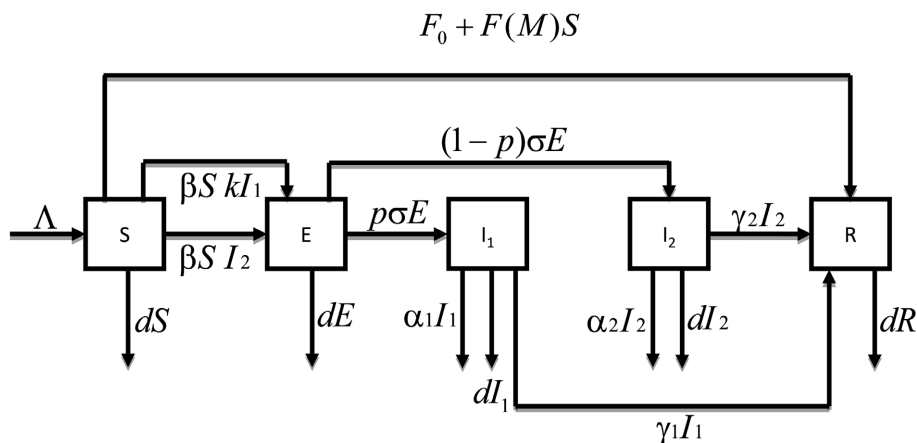


Figure 1. The transmission flowchart of  $SEI_1I_2R$  model

图 1.  $SEI_1I_2R$  模型传播流程图

根据以上假设和图 1，得到如下手足口病模型：

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Lambda - \beta S(kI_1 + I_2) - (F_0 + F(M))S - dS \\ \frac{dE}{dt} = \beta S(kI_1 + I_2) - (\sigma + d)E \\ \frac{dI_1}{dt} = p\sigma E - (\gamma_1 + \alpha_1 + d)I_1 \\ \frac{dI_2}{dt} = (1-p)\sigma E - (\gamma_2 + \alpha_2 + d)I_2 \\ \frac{dR}{dt} = \gamma_1 I_1 + \gamma_2 I_2 + (F_0 + F(M))S - dR \\ \frac{dM}{dt} = \eta_1 I_1 + \eta_2 I_2 - \lambda_0 M \end{cases} \quad (1)$$

在本文的研究中，初始值条件为：

$$S(0) = S_0 \geq 0, \quad E(0) = E_0 \geq 0, \quad I_1(0) = I_{01} \geq 0, \quad I_2(0) = I_{02} \geq 0, \quad R(0) = R_0 \geq 0, \quad M(0) \geq 0.$$

设  $F(M)$  为非负连续函数且  $F(0) = 0$ ，当  $M > 0$  时， $F'(M) > 0$ 。

因为总人口  $N(t) = S(t) + E(t) + I_1(t) + I_2(t) + R(t)$ , 则有

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - dN - \alpha_1 I_1 - \alpha_2 I_2 \leq \Lambda - dN$$

因此  $\limsup_{t \rightarrow \infty} N(t) \leq \frac{\Lambda}{d}$ 。模型(1)中的  $R$  不在其余方程中出现, 从而在以下研究中, 可把关于  $R$  的方程从模型(1)中去掉, 则模型的正向不变集为

$$\Omega = \left\{ (S, E, I_1, I_2, M) \in \mathbb{R}_+^5 \mid S + E + I_1 + I_2 \leq \frac{\Lambda}{d}, M \geq 0 \right\}。$$

### 3. 解的正性和有界性

定理 1 系统(1)的解具有非负性和有界性。

证明: 由系统(1)的第一式可得

$$S' = -\alpha(t)S + \Lambda, \text{ 其中 } \alpha(t) = \beta(kI_1 + I_2) + F_0 + F(M) + d。$$

过  $(0, S_0)$  的解为:

$$S(t) = e^{\int_0^t -\alpha(\xi) d\xi} \left[ S_0 + \int_0^t \Lambda e^{\int_0^\xi \alpha(\eta) d\eta} d\xi \right]$$

因为  $S_0 > 0$ ,  $\Lambda > 0$ , 故  $S(t) \geq 0$ 。

记  $t_1 = \inf \{t : t > 0, I_1(t) = 0\}$ ,  $t_2 = \inf \{t : t > 0, I_2(t) = 0\}$ ,  $t_3 = \inf \{t : t > 0, E(t) = 0\}$ , 不失一般性, 不妨假设  $t_1 < t_2 < t_3$ , 则有  $I_1(t_1) = 0$ ;  $I_2(t_1) > 0$ ;  $E(t_1) > 0$ ;  $I_1'(t_1) = p\sigma E(t_1) > 0$ 。又因为  $I_1'(t_1) > 0$ , 从而存在充分小的  $\varepsilon_1 > 0$ , 在  $(t_1 - \varepsilon_1, t_1)$  上有  $I_1(t) < 0$ , 这与当  $0 \leq t \leq t_1$  时,  $I_1(t) \geq 0$  矛盾, 从而当  $t \geq 0$  时, 有  $I_1(t) \geq 0$ 。

同理可证, 当  $t \geq 0$  时,  $I_2(t) \geq 0$ ,  $E(t) \geq 0$ , 显然  $M(t) \geq 0$ 。

下证解的有界性。

显然有

$$S' < \Lambda - (F_0 + d)S, \quad N' \leq \Lambda - dN$$

由比较定理[8]得

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} S(t) \leq \frac{\Lambda}{F_0 + d}, \quad \limsup_{t \rightarrow \infty} N(t) \leq \frac{\Lambda}{d}$$

由系统(1)的第六式可知

$$M' \leq (\eta_1 + \eta_2) \frac{\Lambda}{d} - \lambda_0 M$$

因此

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} M \leq \frac{(\eta_1 + \eta_2) \Lambda}{\lambda_0 d}$$

解的有界性得证, 定理 1 成立。

### 4. 基本再生数和地方病平衡点的存在性

模型(1)始终存在无病平衡点  $P_0 = (S_0, 0, 0, 0, M_0)^T$ , 其中  $S_0 = \frac{\Lambda}{F_0 + d}$ ,  $M_0 = \frac{(\eta_1 + \eta_2) \Lambda}{\lambda_0 d}$ 。

依据再生矩阵的方法可以计算出系统(1)的基本再生数  $R_0$  [9],

$$R_0 = \frac{\beta k S_0 p \sigma}{(\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)} + \frac{\beta S_0 (1 - p) \sigma}{(\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d)} \quad (2)$$

接下来说明地方病平衡点的存在性。

定理 2 如果基本再生数大于 1, 系统(1)仅有一个地方病平衡点  $P^*$  为  $(S^*, E^*, I_1^*, I_2^*, M^*)^T$ 。

其中  $S^* = \frac{S_0}{R_0}$ ,  $E^* = \frac{\beta S^* k I_1^*}{\sigma + d} + \frac{\beta S^* I_1^* (\gamma_1 + \alpha_1 + d)(1 - p)}{(\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d)p}$ 。

证明: 显然系统(1)的地方病平衡点满足以下方程组

$$\begin{cases} \Lambda = \beta S^* (k I_1^* + I_2^*) - (F_0 + F(M)) S^* - d S^* \\ \beta S^* (k I_1^* + I_2^*) = (\sigma + d) E^* \\ p \sigma E^* = (\gamma_1 + \alpha_1 + d) I_1^* \\ (1 - p) \sigma E^* = (\gamma_2 + \alpha_2 + d) I_2^* \\ \eta_1 I_1^* + \eta_2 I_2^* = \lambda_0 M \end{cases} \quad (3)$$

由式子(3)中第二式可得

$$E^* = \frac{\beta S^* k I_1^*}{\sigma + d} + \frac{\beta S^* I_2^*}{\sigma + d} \quad (4)$$

由式子(3)中第三式和式子(3)中第四式可得

$$\frac{p}{1 - p} = \frac{\gamma_1 + \alpha_1 + d}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} \frac{I_1^*}{I_2^*}$$

即

$$I_2^* = \frac{\gamma_1 + \alpha_1 + d}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} \frac{1 - p}{p} I_1^* \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式可得

$$E^* = \frac{\beta S^* k I_1^*}{\sigma + d} + \frac{\beta S^* I_1^* (\gamma_1 + \alpha_1 + d)(1 - p)}{(\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d)p} \quad (6)$$

将(6)式代入式子(3)中第三式, 整理得

$$S^* \left[ \frac{p \sigma \beta k}{(\gamma_1 + \alpha_1 + d)(\sigma + d)} + \frac{\beta (1 - p)}{(\gamma_2 + \alpha_2 + d)(\sigma + d)} \right] = 1$$

即

$$S^* = \frac{S_0}{R_0} \quad (7)$$

将(5)式和(7)代入式子(3)中第一式得

$$\Lambda = \frac{\beta k I_1^* S_0}{R_0} + \frac{\beta S_0}{R_0} \frac{\gamma_1 + \alpha_1 + d}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} \frac{1 - p}{p} I_1^* + \frac{(F_0 + F(M)) S_0}{R_0} + \frac{d S_0}{R_0} \quad (8)$$

令

$$g(I_1^*) = R_0\Lambda - \beta k I_1^* S_0 - \frac{\beta S_0(\gamma_1 + \alpha_1 + d)1-p}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} I_1^* - (F_0 + F(M))S_0 - dS_0 \quad (9)$$

因为  $R_0 > 1$ ，将(5)式代入式子(3)中第五式可得

$$\frac{\eta_1}{\lambda_0} I_1^* + \frac{\eta_2}{\lambda_0} \frac{\gamma_1 + \alpha_1 + d}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} \frac{1-p}{p} I_1^* = M$$

故  $M = f(I_1^*)$ ，因此

$$g(0) = R_0\Lambda - (F_0 + d)S_0 > \Lambda - (F_0 + d)S_0 = \Lambda - \Lambda = 0$$

因为  $F'(M) > 0, M > 0$  故

$$g'(I_1) = -\beta k S_0 - \frac{\beta S_0(\gamma_1 + \alpha_1 + d)1-p}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} - F'(M)S_0 \left[ \frac{\eta_1}{\lambda_0} + \frac{\eta_2}{\lambda_0} \frac{1-p}{p} \frac{\gamma_1 + \alpha_1 + d}{\gamma_2 + \alpha_2 + d} \right] < 0$$

得出

$$\lim_{I_1^* \rightarrow \infty} g(I_1^*) = -\infty$$

因此，当  $R_0 > 1$  时，由零点存在定理知，方程(9)存在唯一的正实根，则系统(1)存在唯一的地方病平衡点，故定理 2 成立。

## 5. 平衡点的稳定性分析

定理 3 当  $R_0 < 1$  时，系统(1)的无病平衡点  $P_0$  是局部渐近稳定；当  $R_0 > 1$  时， $P_0$  不稳定。

证明：系统(1)在  $P_0$  处的线性化模型的系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} -F_0 - d & 0 & -\beta S_0 k & -\beta S_0 & -F'(0)S_0 \\ 0 & -(\sigma + d) & \beta S_0 k & \beta S_0 & 0 \\ 0 & p\sigma & -(\gamma_1 + \alpha_1 + d) & 0 & 0 \\ 0 & (1-p)\sigma & 0 & -(\gamma_2 + \alpha_2 + d) & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 & \eta_2 & -\lambda_0 \end{bmatrix}$$

矩阵 A 的特征方程的两个根为  $-(F_0 + d) < 0$  及  $-\lambda_0 < 0$ ；另三个特征根是以下方程的解：

$$\begin{vmatrix} \lambda + (\sigma + d) & -\beta S_0 k & -\beta S_0 \\ -pE & \lambda + (\gamma_1 + \alpha_1 + d) & 0 \\ -(1-p)E & 0 & \lambda + (\gamma_2 + \alpha_2 + d) \end{vmatrix} = 0$$

即

$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0 \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= (\sigma + d) + (\gamma_1 + \alpha_1 + d) + (\gamma_2 + \alpha_2 + d) > 0 \\ a_2 &= (\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d) + (\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d) + (\gamma_1 + \alpha_1 + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d) - (1-p)\sigma\beta S_0 - p\sigma k\beta S_0 \\ a_3 &= (\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d) - (1-p)\sigma\beta S_0(\gamma_1 + \alpha_1 + d) - p\sigma k\beta S_0(\gamma_2 + \alpha_2 + d) \\ &= (\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d)(1 - R_0) \end{aligned}$$

当  $R_0 > 1$  时， $a_3 < 0$ ，则方程(10)有正根，从而  $P_0$  是不稳定的。

当  $R_0 < 1$  时， $a_3 > 0$

$$\begin{aligned}
 a_1 a_2 - a_3 = & [(\sigma + d) + (\gamma_1 + \alpha_1 + d) + (\gamma_2 + \alpha_2 + d)] [(\sigma + d)\gamma_2 + \alpha_2 + d + (\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d) \\
 & + (\gamma_1 + \alpha_1 + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d) - (1-p)\sigma\beta S_0 - \beta S_0 k p \sigma] - (\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d) \\
 & + (1-p)\sigma\beta S_0 + (\gamma_1 + \alpha_1 + d) + p\sigma k \beta S_0 (\gamma_2 + \alpha_2 + d)
 \end{aligned}$$

当  $R_0 < 1$  时, 有

$$\beta S_0 k p \sigma < (\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d), \quad (1-p)\sigma\beta S_0 < (\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d)$$

整理得

$$a_1 a_2 - a_3 > (\gamma_1 + \alpha_1 + d) + (\gamma_2 + \alpha_2 + d) + (1-p)\sigma\beta S_0 (\gamma_1 + \alpha_1 + d) + p\sigma k \beta S_0 (\gamma_2 + \alpha_2 + d)$$

显然  $a_1 a_2 - a_3 > 0$ 。

由 Hurwitz 判据[10]可知方程(10)的所有根均有负实部, 从而  $P_0$  是局部渐近稳定的, 故定理 3 成立。

定理 4 当  $R_0 < 1$  时, 系统(1)的无病平衡点  $P_0$  是全局渐近稳定的。

证明: 当  $R_0 < 1$  时, 构造以下的 Lyapunov 函数[11]:

$$v = E + A_1 I_1 + A_2 I_2$$

其中

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{\sigma + d}{p\sigma} - \frac{\beta S_0 (1-p)}{p(\gamma_2 + \alpha_2 + d)} \\
 A_2 &= \frac{\beta S_0}{\gamma_2 + \alpha_2 + d}
 \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dv}{dt} \right|_{(1)} &= E' + A_1 I_1' + A_2 I_2' \\
 &= \beta S (k I_1 + I_2) - (\sigma + d)E + A_1 p \sigma E - A_1 I_1 (\gamma_1 + \alpha_1 + d) \\
 &\quad + A_2 (1-p)E - A_2 I_2 (\gamma_2 + \alpha_2 + d)
 \end{aligned}$$

由定理 1 中  $\limsup_{t \rightarrow \infty} S(t) \leq \frac{\Lambda}{F_0 + d}$  得  $S(t) \leq S_0$  代入上式可得

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dv}{dt} \right|_{(1)} &\leq \beta S_0 k I_1 + \beta S_0 I_2 - (\sigma + d)E + A_1 p \sigma E - A_1 I_1 (\gamma_1 + \alpha_1 + d) + A_2 (1-p)E - A_2 I_2 (\gamma_2 + \alpha_2 + d) \\
 &= [A_1 p \sigma + A_2 (1-p) - (\sigma + d)]E + [\beta S_0 k - A_1 (\gamma_1 + \alpha_1 + d)]I_1 + [\beta S_0 - A_2 (\gamma_2 + \alpha_2 + d)]I_2
 \end{aligned}$$

将  $A_1, A_2$  代入上式得  $E, I_2$  的系数为 0, 即有

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dv}{dt} \right|_{(1)} &\leq \left[ \beta S_0 k - \frac{(\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)}{p\sigma} - \frac{(1-p)\beta S_0 (\gamma_1 + \alpha_1 + d)}{p(\gamma_2 + \alpha_2 + d)} \right] I_1 \\
 &= \frac{(\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)}{p\sigma} \left[ \frac{\beta k S_0 p \sigma}{(\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)} - 1 - \frac{(1-p)\beta S_0 \sigma}{(\sigma + d)(\gamma_2 + \alpha_2 + d)} \right] I_1 \\
 &= \frac{(\sigma + d)(\gamma_1 + \alpha_1 + d)}{p\sigma} (R_0 - 1) I_1
 \end{aligned}$$

由  $R_0 < 1$ , 故  $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{(1)} \leq 0$ , 根据 LaSalle 不变集原理[12]得,  $P_0$  在  $\Omega$  内是全局渐近稳定的。

## 6. 数值模拟

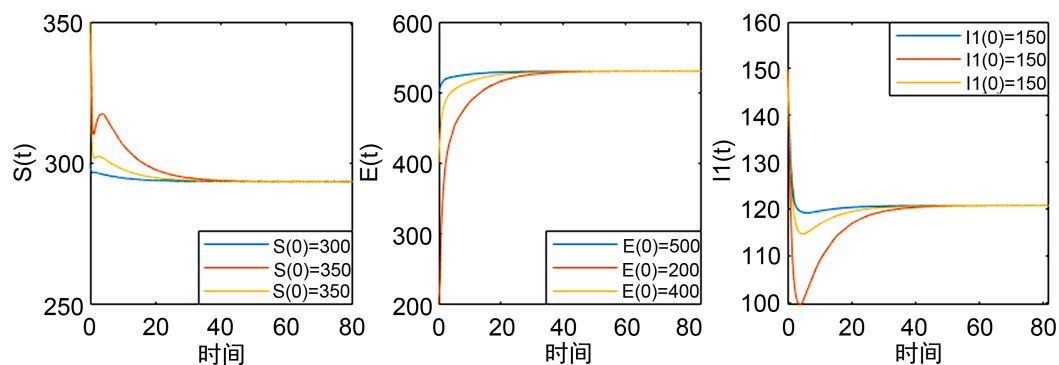
在定理 2 中证明了当基本再生数大于 1 时, 系统(1)仅有一个地方病平衡点  $P^* = (S^*, E^*, I_1^*, I_2^*, M^*)^T$ , 取  $F(M) = \frac{a_0 M}{1 + b_0 M}$ , 为验证  $P^*$  的稳定性, 故通过 MATLAB 进行数值模拟。

**Table 1.** Parameter estimation and source of  $SEI_1 I_2 R$  model

**表 1.**  $SEI_1 I_2 R$  模型的参数估计及来源

参数		来源
$\Lambda$	1000	估计
$p$	0.2	估计
$d$	0.3	估计
$\beta_k$	0.00003	估计
$\beta$	0.0018	估计
$\sigma$	0.7	估计
$r_1$	0.3	估计
$r_2$	0.2	估计
$\alpha_1$	0.3	估计
$\alpha_2$	0.2	估计
$a_0$	1	估计
$b_0$	0.5	估计
$\lambda_0$	0.01	估计
$\eta_1$	0.1	估计
$\eta_2$	0.5	估计
$F_0$	0.1	估计

由表 1 可以得出  $1 \leq R_0 = 3.6117$ , 从图 2 中可以看出, 潜伏者(E)的人群密度不断增加最后趋于平稳; 其它仓室的人口最后都趋于平稳, 所以此时, 经验证得到当  $R_0 > 1$  时, 唯一的地方病平衡点  $P^*$  是稳定的, 横轴时间单位为天。





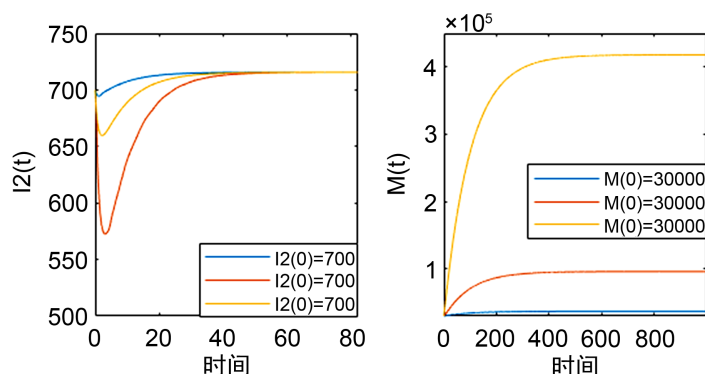


Figure 2. The stability of  $P^*$   
图 2.  $P^*$  的稳定性

## 7. 结论

传染病动力学模型为人类预防和控制传染病提供了有力的理论依据和指导, 本文建立并讨论了一类具有媒体报道影响的  $SEI_1I_2R$  手足口病常微分方程模型, 文中分析了模型平衡点的存在性及无病平衡点的全局稳定性, 最后通过数值模拟得到唯一的地方病平衡点是全部渐近稳定的。

## 基金项目

河南科技大学 SRTP 基金项目(2021174), 河南科技大学博士启动基金项目(09001535)。

## 参考文献

- [1] 李兰娟, 任红, 高志良, 牛俊奇. 传染病学[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2018: 57-62.
- [2] 周崇臣, 成怡冰. 肠道病毒(EV) 71 型手足口病护理手册[M]. 郑州: 河南科学技术出版社, 2017: 17-31.
- [3] 吴艳玲, 丛黎明, 张文, 等. 手足口病新进展[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2015: 47-55.
- [4] 张建军, 黄儒婷, 李晓桂, 等. 手足口病家庭消毒指导手册[M]. 北京: 人民卫生出版, 2015: 16-21.
- [5] 宋春兰, 成怡冰, 李鹏. 手足口病科学防控 100 问[M]. 郑州: 河南科学技术出版社, 2021: 54-61.
- [6] 方峰, 俞蕙. 传染病学[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2020: 57-61.
- [7] 河南省疾病预防控制中心. 手足口病[M]. 郑州: 河南科学技术出版社, 2012: 45-52.
- [8] 马知恩, 周义仓, 李承治. 常微分方程稳定性与稳定性方法[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 13-21.
- [9] Driessche, P.V.D. and Watmough, J. (2002) Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, **180**, 29-48.  
[https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6)
- [10] 马知恩, 周义仓, 李承治. 常微分方程稳定性与稳定性方法[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 79-81.
- [11] 东北师范大学微分方程教研室. 常微分方程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018: 229-234.
- [12] Lasalle, J.P. (1976) The Stability of Dynamical Systems. SIAM, Philadelphia, 78-95.  
<https://doi.org/10.21236/ADA031020>