

三维环境下采用势函数对AUV进行路径规划

雷梦婷

长沙理工大学数学与统计学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2024年3月9日; 录用日期: 2024年4月8日; 发布日期: 2024年4月15日

摘要

本文研究了在三维环境下利用改进势函数对自主式水下潜航器(AUV)的路径规划。在传统三维绕球流动中, 是将均匀流与偶极流进行叠加, 但这种叠加只能适用于同一方向水流速度相同时对AUV进行路径规划, 且无法设置目标点, 从某点出发只能到达该流线的终点。为了加强普适性, 考虑将三维偶极流与三维点汇进行叠加, 使得能在规划空间内各处流速都不同时对AUV进行路径规划, 且能设置固定目标点。同时, 对障碍物形状进行改进, 考虑了椭球形障碍物的绕流流动。仿真结果表明, 改进的势函数能够在不同环境下为AUV规划出一条可行的航路。

关键词

路径规划, 势函数, 三维, 椭球障碍物

The Potential Function Is Used to Plan the Path of AUV in 3D Environment

Mengting Lei

School of Mathematics and Statistics, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan

Received: Mar. 9th, 2024; accepted: Apr. 8th, 2024; published: Apr. 15th, 2024

Abstract

The present study focuses on the path planning of an Autonomous Underwater Vehicle (AUV) in a three-dimensional environment using an improved potential function. In the traditional three-dimensional flow around a sphere, the superposition of uniform flow and dipole flow is limited to scenarios where the flow velocity remains constant in one direction, making it impossible to set a target point and only allowing for reaching the end of a flow line from a certain point. To enhance versatility, we propose superimposing three-dimensional dipole flows and three-dimensional point sinks, enabling AUV path planning even when there are varying flow velocities within the planning space and allowing for setting fixed target points. Additionally, we improve upon obstacle representation by considering ellipsoidal obstacles and their corresponding flows. Simulation results demonstrate that this improved potential function can effectively plan feasible routes for AUV in different environments.

Keywords

Path Planning, Potential Function, Three-Dimensional, Ellipsoidal Obstacle

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

AUV是一种无人操控、能在水下独立完成预定任务的机器。AUV的设计和功使其能在深海、湖泊或其他水域环境中执行各种任务，具有很好的应用前景。三维路径规划在提高AUV性能和拓展其应用领域中发挥着关键作用。多年来众多学者提出的三维路径规划方法大致分为图搜索方法(A*算法 [1]、Dijkstra算法 [2])、采样方法(快速随机树 [3,4]、概率路线图 [5])、人工势场法 [6,7]、遗传算法 [8,9]、模糊逻辑控制 [10]、神经网络 [11,12]等等。

对于利用势场法解决智能体的三维路径规划，文献 [13]提出了利用简化为流函数的洋流特征设计一个具有避障功能的最佳三维轨迹，同时还提出了一种基于虚拟障碍物方法的路径变形方法来克服传统的基于流函数的避障中固有的滞点问题。文献 [14]提出的避障流函数构造方法是由于球体障

碍物是立体对称的, 所以将球形障碍物用不同的Z值平面去切割成一个不同半径的圆形障碍物, 通过该方法求出对应不同Z坐标的圆形障碍物的流函数分布, 同时通过将圆形轨迹调整为椭圆形轨迹来克服滞点问题. 文献 [15]利用三维绕球流动的启发, 将三维均匀流与位于原点处的三维偶极流势函数进行叠加, 从而求得圆形障碍物位于原点处的绕流流动, 再利用旋转平移矩阵求得各来流方向的绕流流线.

事实上, 在利用势场法解决智能体的三维路径规划时, 都是在均匀流的环境下进行考虑的, 这只能适用于同一方向水流速度相同时的路径规划, 与实际情况不符, 且无法设置目标点, 从某点出发只能到达该流线的终点. 故本文考虑将三维偶极子流与三维点汇进行叠加, 使得能在规划空间内各处流速都不同的环境下考虑AUV的路径规划, 且能够设置固定目标点. 同时, 为了加强普适性, 在规划空间内还加入了椭球形障碍物来考虑AUV的绕流流动.

本文的其余部分组织如下. 在第2节中, 我们介绍了三维绕球流动的相关概念. 在第3节中给出了不同环境下的AUV 路径规划. 在第4节中给出了不同障碍物形状的AUV绕流流动. 相关数值模拟展示在第5节中. 最后一部分对所得到的结论进行了总结并对后续研究方向进行展望.

2. 预备知识

定义2.1. 偶极子流: 等强度源流和汇流的一种组合, 其中点源和点汇无限接近并保持强度和距离的乘积等于一常数值.

在三维情况下, 若将位于 $A(-a, 0, 0)$ 的点源, 强度为 m , 与位于 $B(a, 0, 0)$ 等强度的点汇叠加, 令 ϕ_1 和 ϕ_2 分别是点汇和点源的速度势, 将点源与点汇进行叠加, 则得三维偶极子流的速度势:

$$\begin{aligned}\phi &= \lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ m \rightarrow 0}} (\phi_1 + \phi_2) = \lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ m \rightarrow 0}} \left[-\frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2 + z^2}} \right) \right] \\ &= -\frac{M}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{M}{4\pi} \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{4\pi} \frac{x}{r^3} = \frac{M \cos \theta}{4\pi r^2}\end{aligned}$$

其中,

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, x = r \cos \theta, \lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ m \rightarrow \infty}} m \cdot 2a = M$$

M 为偶极子矩.

定义2.2. 不可压流体势流的运动学条件 (物面条件): 在流体与物体表面接触时, 流体的速度分量必须与该物体表面的法线方向相切.

具体来说, 可以表述为:

(i) 正交条件: 流体的速度矢量在固体边界上必须与边界表面的法线方向垂直. 这意味着流体不能穿透固体表面, 流体的正常速度分量 (相对于物面的垂直分量) 必须等于物面的正常速度分量.

(ii) 无穿透条件: 流体粒子不能穿透固体边界, 即流体在边界上的速度分量必须等于边界本身在该点的速度分量. 对于固定不动的物体, 这意味着流体在边界上的正常速度分量必须为零.

这些条件确保了流体流动时, 物体表面的完整性得以保持, 且流体不会在物体表面产生任何不

现实的穿透或分离现象.

定义2.3. 绕三维球的势流流动: 三维均匀流和三维偶极子流的叠加.

叠加后的速度势为:

$$\phi = Ux + \frac{m \cos \theta}{4\pi r^2}$$

速度场为:

$$V_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \cos \theta \left(U - \frac{m}{2\pi r^3} \right)$$

为了满足物面条件, 需要在 a (a 为球半径) 上, $V_r = 0$, 即:

$$\begin{aligned} V_r|_{r=a} &= \cos \theta \left(U - \frac{m}{2\pi r^3} \right)_{r=a} = 0 \\ \Rightarrow a &= \sqrt[3]{\frac{m}{2\pi U}} \text{ 或 } m = 2\pi U a^3 \end{aligned}$$

因此, 绕三维球的势流流动的速度势为:

$$\phi = U \cos \theta \left(r + \frac{a^3}{2r^2} \right)$$

其中, U 为均匀流的强度.

3. 不同环境下考虑 AUV 路径规划

3.1. 单障碍物避障航路计算

在三维绕球流动中, 是将三维均匀流与三维偶极子流叠加, 从而形成了绕三维球体的均匀流动. 但因为利用的是均匀流, 使得只能适用于同一方向水流速度相同时对 AUV 进行路径规划, 与实际不符, 且无法设置目标点, 从某点出发只能到达该流线的终点. 为了加强普适性, 故考虑将三维偶极子流与三维点汇进行叠加, 使得能在规划空间内各处流速都不同的环境下考虑 AUV 的路径规划同时能够设置固定目标点. 其中, 三维点汇势函数为:

$$\phi_1 = \frac{m}{4\pi r}$$

三维偶极流的势函数为:

$$\phi_2 = \frac{M}{4\pi} \frac{x}{r^3}$$

设点汇设置在 $(b, 0, 0)$ 的位置, 偶极子位于原点处. 将点汇与偶极流的势函数进行叠加:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{M \cos \theta}{4\pi r^2} + \frac{m}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-b)^2 + y^2 + z^2}} \right] \\ &= \frac{M \cos \theta}{4\pi r^2} + \frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 - 2br \cos \theta + b^2}} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

速度场为:

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{M \cos \theta}{2\pi r^3} - \frac{m}{4\pi} \left[\frac{r - b \cos \theta}{(r^2 - 2br \cos \theta + b^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \\ &= -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{M \cos \theta}{r^3} + \frac{m}{2} \times \frac{r - b \cos \theta}{(r^2 - 2br \cos \theta + b^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \end{aligned}$$

为了满足物面条件, 需要在 $r = a$ (a 为球半径) 上, $V_r = 0$, 即:

$$V_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$$

故

$$\frac{M \cos \theta}{a^3} + \frac{m}{2} \times \frac{a - b \cos \theta}{(a^2 - 2ba \cos \theta + b^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

$$M = -\frac{m(a^4 - ba^3 \cos \theta)}{2 \cos \theta (a^2 - 2ba \cos \theta + b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

其中, m 是点汇的强度, 设为 2. 将 M 带入 (1) 式, 得到:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{M \cos \theta}{4\pi r^2} + \frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 - 2br \cos \theta + b^2}} \right) \\ &= \frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{(r^2 - 2br \cos \theta + b^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^4 - ba^3 \cos \theta}{2r^2 (a^2 - 2ba \cos \theta + b^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \end{aligned}$$

对该式求梯度即得到流速沿 x, y, z 轴的分量 $\bar{u} = [\partial \phi / \partial x, \partial \phi / \partial y, \partial \phi / \partial z]$, 进而获得在规划空间内各处速度都不相同时的绕流流线.

上述是偶极流, 即球形障碍物位于原点时的流线, 为了将计算得到的流线适用于三维空间中任何来流方向, 并且使多个障碍可以在三维空间任意分布, 利用旋转矩阵来解决.

步骤:

(i) 确定目标直线: 目标直线可以由起始点和目标点来确定.

(ii) 确定旋转轴: 旋转轴垂直于原始直线 (x 轴) 和目标直线, 可以通过计算两个方向向量的叉积来得到.

(iii) 计算旋转角度: 使用点积来计算原始直线和目标直线之间的夹角.

(iv) 构建旋转矩阵: 使用旋转轴和旋转角度构建旋转矩阵.

3.2. 多障碍物避障航路计算

在规划空间内存在 K 个障碍物时, 引入权重系数来综合计算障碍物产生的绕流流速. 假设任意第 k 个球体的中心坐标为 (x_k, y_k, z_k) , 半径为 a_k , 权重系数定义为:

$$\omega_k = \prod_{i \neq k} \frac{d_i}{d_k + d_i}$$

式中, $d_k = [(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2]^{1/2} - a_k$ 表示 AUV 与第 k 个球体障碍物表面的距离. 多障碍物情况下的流速表示为:

$$\bar{u} = \sum_{k=1}^K \omega_k \bar{u}_k$$

其中, \bar{u}_k 为单障碍物绕流流速. 对流速积分即为规划的路径曲线.

4. 不同形状障碍物下考虑 AUV 路径规划

4.1. 单障碍物避障航路计算

绕三维封闭物体的势流流动, 考虑将位于 $C(-a_2, 0, 0)$ 的点源, 强度为 m , 与位于 $B(a_2, 0, 0)$ 等强度的点汇叠加, 形成椭球 (区别于偶极流). 再在 $A(a_1, 0, 0)$ 处设置点汇, 强度为 Q , 使得能在规划空间内各处流速都不同的环境下对绕椭球运动的 AUV 进行路径规划, 并规定固定的目标点.

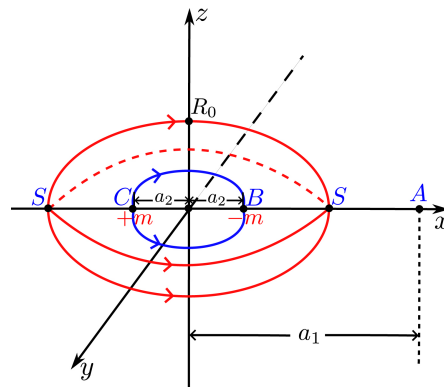


Figure 1. Ellipsoid

图 1. 椭球

如图 1 所示, S 点为停滞点 (驻点), 速度为 0, 坐标为 $(x_s, 0, 0)$.

叠加后的速度势为:

$$\phi = \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{(x - a_1)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{m}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(x + a_2)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - a_2)^2 + y^2 + z^2}} \right)$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{Q}{8\pi} \frac{x - a_1}{[(x - a_1)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} + \frac{m}{4\pi} \left[\frac{x + a_2}{[(x + a_2)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{x - a_2}{[(x - a_2)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \right]$$

驻点 S 的速度:

$$u|_{x=x_s, y=z=0} = -\frac{Q}{8\pi} \frac{1}{(x_s - a_1)^2} + \frac{m}{8\pi} \left[\frac{1}{(x_s + a_2)^2} - \frac{1}{(x_s - a_2)^2} \right] = 0$$

所以, 有

$$\frac{Q}{(x_s - a_1)^2} = \frac{m}{(x_s + a_2)^2} - \frac{m}{(x_s - a_2)^2}$$

进而求出 x_s .

在 $x = 0$ 面上的速度分布:

$$u|_{x=0} = \frac{Q}{8\pi} \frac{a_1}{(a_1^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{m}{8\pi} \frac{2a_2}{(a_2^2 + R^2)^{3/2}}$$

其中, $R^2 = y^2 + z^2$.

物体的半径 R_0 可以由下式确定:

$$2\pi \int_0^{R_0} u|_{x=0} \cdot R dR = m$$

利用 3.1 节中同样的旋转矩阵可求出单椭球障碍物的绕流流线.

4.2. 多障碍物避障航路计算

由于是椭球障碍物, 权重系数要进行相应的修改, 在 3.2 节中, d_k 表示 AUV 与第 k 个球体障碍物表面的距离, 则对于椭球来说, 首先求出空间中任意一点到椭球中心 (x_k, y_k, z_k) 的距离, 再计算该点与椭球中心点连成的直线与椭球的交点 (xq, yq, zq) , 最后求出交点与椭球中心的距离, 两距离相减得到 AUV 与椭球表面的距离, 如图 2 所示.

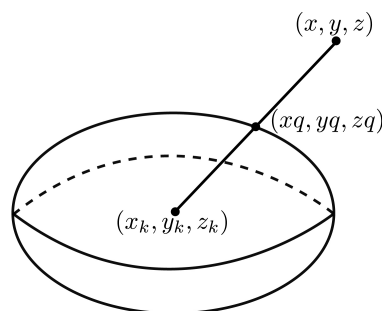


Figure 2. Find d_k diagram

图 2. 求 d_k 示意图

求 (xq, yq, zq) 的步骤为:

(i) 定义椭球和直线

直线的方向向量为: $(x - x_k, y - y_k, z - z_k)$, 则直线方程为:

$$\begin{cases} P_x = x_k + (x - x_k) \cdot t \\ P_y = y_k + (y - y_k) \cdot t \\ P_z = z_k + (z - z_k) \cdot t \end{cases}$$

椭球方程为:

$$\left(\frac{x - x_k}{x_s}\right)^2 + \left(\frac{y - y_k}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{z - z_k}{R_0}\right)^2 = 1$$

(ii) 联立方程求解

求出的交点坐标分别为与 x, y, z 有关的表达式

$$\begin{cases} xq = f_1(x, y, z) \\ yq = f_2(x, y, z) \\ zq = f_3(x, y, z) \end{cases}$$

故对于椭球, d_k 表示为:

$$d_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2} - \sqrt{(xq - x_k)^2 + (yq - y_k)^2 + (zq - z_k)^2}$$

利用 3.2 节的权重系数可求出存在椭球与球形障碍物时的绕流流线.

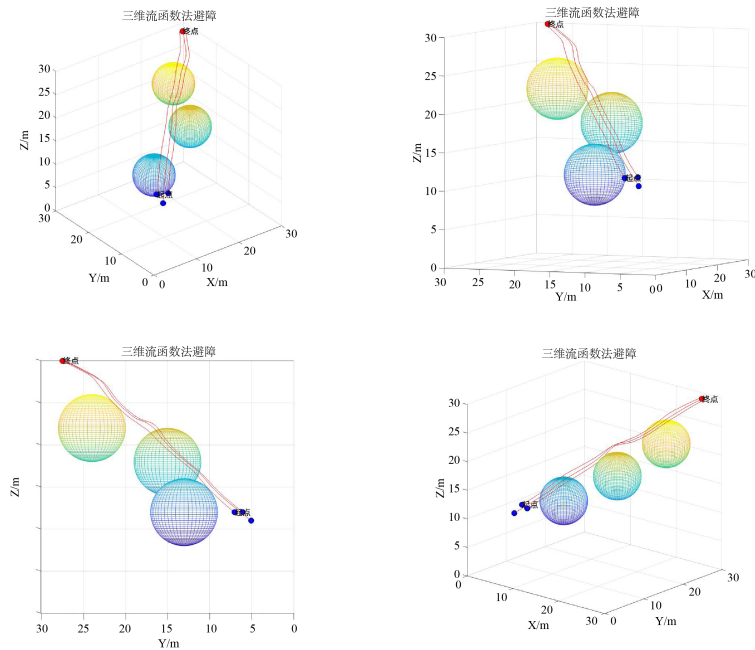


Figure 3. Multiple paths at different angles

图 3. 不同角度下多条路径

5. 数值模拟

5.1. 不同环境下考虑 AUV 路径规划

将目标点设置在 $(26, 28, 30)$, 由图 3 可知, 从不同起点出发都能到达目标点, 图 4 是任意起点单一路径.

任意确定一起点的路径:

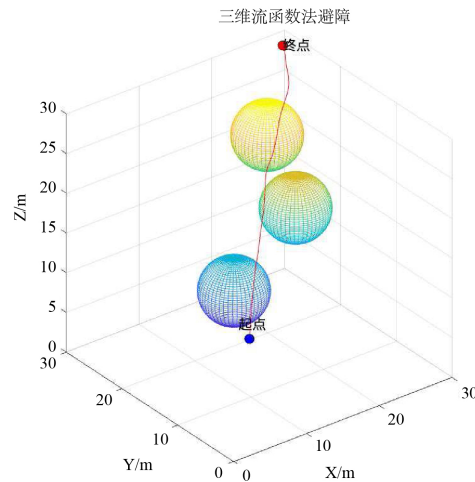


Figure 4. Arbitrary origin path

图 4. 任意起点路径

在图 5 中, 将利用文献 [15] 的均匀流路径与改进后的路径进行对比, 由所求得的势函数满足物面条件可知, 改进后的路径不会穿透障碍物, 路径具有合理性. 同时由仿真结果可知, 改进后的路径能够到达指定目标点, 且规划空间中各点的速度都不相同, 更有利于模拟真实洋流场景.

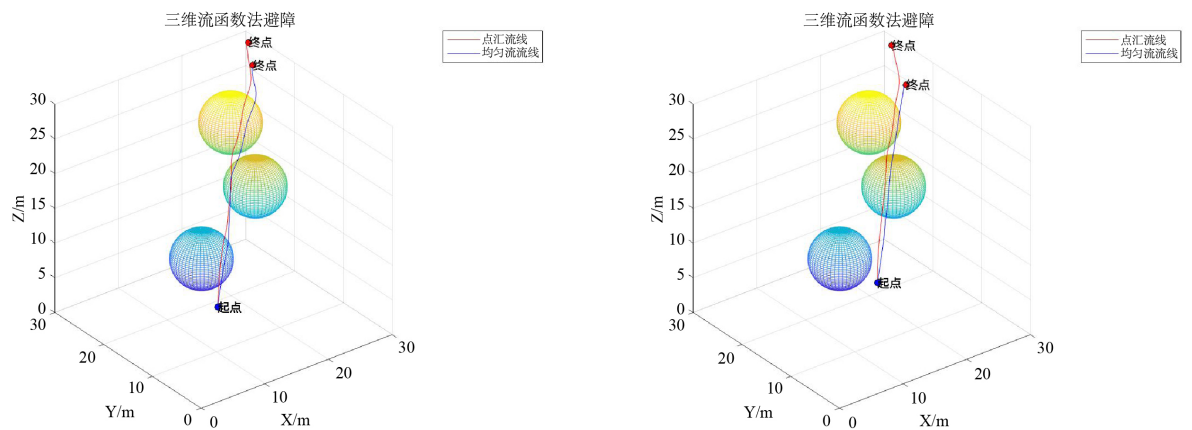


Figure 5. Point sinks are compared with uniform flows

图 5. 点汇与均匀流进行对比

5.2. 不同形状障碍物下考虑 AUV 路径规划

椭球位于原点时, 规定目标点为 $(30, 0, 0)$, 起始点为 $(-30, 0, -5)$. 绕流流线如图 6 所示.

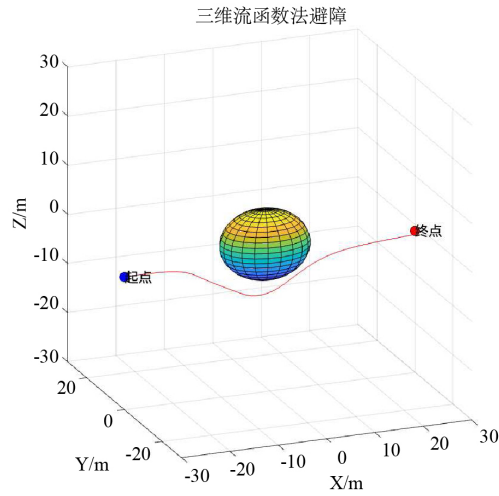


Figure 6. The ellipsoid is located at the origin

图 6. 椭球位于原点处

进行旋转后, 将目标点设置在 $(28, 28, 0)$. 绕流流线如图 7 所示.

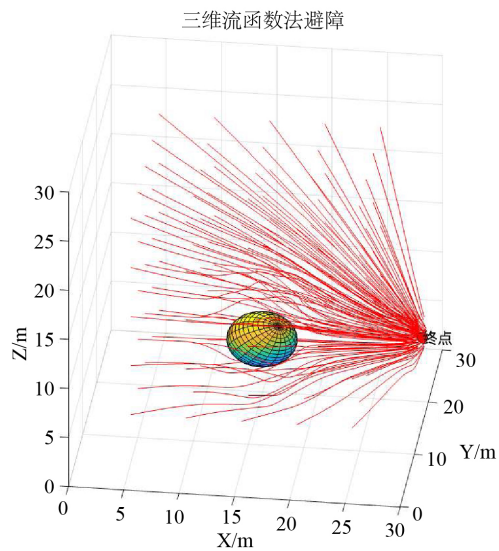


Figure 7. Single ellipsoid multipath

图 7. 单椭球多路径

加入球形障碍物后, 得到的最终路径如图 8 所示.

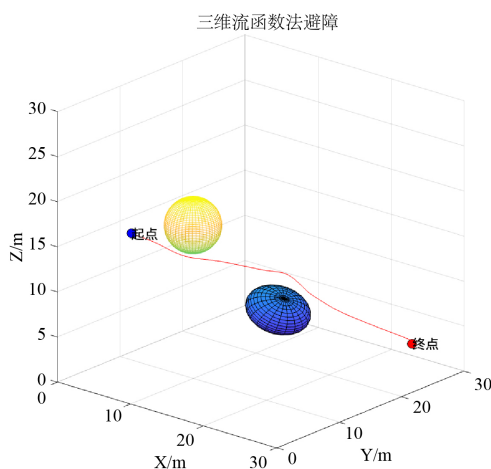


Figure 8. Final path

图 8. 最终路径

6. 结论

在传统三维绕球流动中, 是将均匀流与偶极流进行叠加, 但这种叠加只能适用于同一方向水流速度相同时对 AUV 进行路径规划, 且无法设置目标点, 如文献 [15]. 为了使 AUV 能在规划空间内各处流速都不同的环境下进行路径规划, 且规定固定的目标点, 本文提出了改进势函数法使得 AUV 能在不同环境下实现有效避障, 由仿真结果可知, 在由点汇构建的环境下对 AUV 进行规划时, 设置目标点 (26, 28, 30), 从任意起点都可到达该目标点, 同时与采用文献 [15] 中均匀流的路径进行对比, 点汇环境下形成的路径能到达指定目标点, 且路径更具有普适性. 最后, 考虑了不同形状如椭球形障碍物的避障, 构建同时存在椭球障碍物和圆球障碍物的环境, 将目标点规定在 (28, 28, 0), 从任意起点都能到达该目标点. 后期的研究将集中于如何将该方法应用于真实洋流环境, 并构建更多种形状障碍物.

参考文献

- [1] Li, M. and Zhang, H. (2020) AUV 3D Path Planning Based on A* Algorithm. *2020 Chinese Automation Congress (CAC)*, Shanghai, 6-8 November 2020, 11-16.
- [2] Fink, W., Baker, V.R., Brooks, J.W., *et al.* (2019) Globally Optimal Rover Traverse Planning in 3D Using Dijkstra's Algorithm for Multi-Objective Deployment Scenarios. *Planetary and Space Science*, **179**, Article 104707. <https://doi.org/10.1016/j.pss.2019.104707>
- [3] Hernández, J.D., Vallicrosa, G., Vidal, E., *et al.* (2015) On-Line 3D Path Planning for Close-Proximity Surveying with AUVs. *IFAC-PapersOnLine*, **48**, 50-55. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.06.009>

-
- [4] Li, D., Li, Q., Cheng, N., *et al.* (2012) Extended RRT-Based Path Planning for Flying Robots in Complex 3D Environments with Narrow Passages. *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, Seoul, 20-24 August 2012, 1173-1178.
- [5] Yan, F., Zhuang, Y. and Xiao, J. (2012) 3D PRM Based Real-Time Path Planning for UAV in Complex Environment. *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, Guangzhou, 11-14 December 2012, 1135-1140.
- [6] Guo, Z.T., Hu, H.J. and Feng, F. (2018) 3D Path Planning for Multi-UAV Base on Artificial Potential Field Method. DEStech Publications, Lancaster.
- [7] Liu, S., Wei, Y. and Gao, Y. (2012) 3D path Planning for AUV Using Fuzzy Logic. *2012 International Conference on Computer Science and Information Processing (CSIP)*, Xi'an, 24-26 August 2012, 599-603.
- [8] Volkan Pehlivanoglu, Y., Baysal, O. and Hacioglu, A. (2007) Path Planning for Autonomous UAV via Vibrational Genetic Algorithm. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, **79**, 352-359. <https://doi.org/10.1108/00022660710758222>
- [9] Xi, Q.-B., Li, K. and Liu, H.-X. (2014) Research on UAV Path Planning Based on Vibrational Genetic Algorithm in 3D. *Fire Control and Command Control*, No. 10, 30-35.
- [10] 李玉齐. 基于A*与势场法机械臂三维避障路径规划[J]. 农业装备与车辆工程, 2018, 56(12): 62-66.
- [11] Chen, X. and Ai, Y.-D. (2018) Application of Improved Neural Network in 3D Path Planning of UAVs. *Electronics Optics and Control*, **25**, 7-11.
- [12] Yu, J., Zhang, Q., Kroumov, V., *et al.* (2008) Path Planning Algorithm for Robot in 3D Environment Based on Neural Network. In: Xiong, C., Huang, Y., Xiong, Y. and Liu, H., Eds., *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg, 1081-1088. https://doi.org/10.1007/978-3-540-88513-9_115
- [13] 谢起楠. 基于双目立体视觉技术的水下机器人避障系统研制[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2022.
- [14] 张美燕, 蔡文郁, 严求真. 基于三维流函数的无线传感器网络移动Sink避障机制研究[J]. 传感技术学报, 2021, 34(8): 1117-1122.
- [15] 王宏伦, 姚鹏, 梁宵, 等. 基于流水避石原理的无人机三维航路规划[J]. 电光与控制, 2015, 22(10): 1-6.