Advances in Education 教育进展, 2021, 11(4), 977-981
Published Online July 2021 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2021.114153

数学思想中渗透的马克思主义哲学理论

柯至泰，陈敏风*，陈曦慧

广东外语外贸大学数学与统计学院，广东 广州
Email: 2567709379@qq.com, *chenminfeng198710@126.com, silvia_c@foxmail.com

收稿日期：2021年5月26日；录用日期：2021年6月22日；发布日期：2021年6月28日

摘 要

马克思主义是在实践中产生的无产阶级思想的科学体系，数学是人们在解决实际问题中构建起来的知识体系，它们之间相互联系、相互影响、相互促进。本文我们探讨数学思想中渗透的马克思主义哲学理论。

关键词

马克思主义，数学，哲学理论

The Marxist Philosophy Theory That Permeates Mathematical Thought

Zhitai Ke, Minfeng Chen*, Xihui Chen

School of Mathematics and Statistics, Guangdong University of Foreign Studies, Guangzhou Guangdong
Email: 2567709379@qq.com, *chenminfeng198710@126.com, silvia_c@foxmail.com

Received: May 26th, 2021; accepted: Jun. 22nd, 2021; published: Jun. 28th, 2021

Abstract

Marxism is a scientific system of proletarian thought produced in practice, and Mathematics is a knowledge system constructed by people in solving practical problems, which interrelate, influence and promote each other. In this article, we explore the Marxist philosophy theory that per-

*通讯作者。

文章引用: 柯至泰, 陈敏风, 陈曦慧. 数学思想中渗透的马克思主义哲学理论[J]. 教育进展, 2021, 11(4): 977-981.
DOI: 10.12677/ae.2021.114153

meates mathematical thought.

Keywords

Marxism, Mathematics, Philosophy Theory

1. 引言

许多年前数学专业的毕业生拿的是哲学学位。数学是自然科学的一部分，数学与哲学相互渗透、相互影响、相互促进。用辩证唯物主义思想指导数学学习有利于帮助提高辩证分析能力，理解数学系统关系的整体性、对立性与统一性。客观地认识与探讨数学哲学观，不但有助于获得哲学观点和数学知识，也是发展思维结构整体性的基础。

2. 数学思想中渗透的马克思主义哲学原理

1) 运动是指事物的一般变化和过程，标志着事物变动不定的动态过程。静止是运动的相对状态，是相对的，不是永恒的。运动和静止的辩证关系：① 运动是物质的根本属性和存在方式，它包括一切变化。静止指事物的位置或性质未变的状态。承认相对静止的存在有重要意义：只有承认相对静止，才能区分事物，才能理解物质的多样性；静止是运动的量度和环节，不承认静止，运动无法衡量，也无法理解运动；② 运动是绝对的、无条件的，静止是相对的、有条件的；③ 运动和静止相互依赖、相互渗透、相互包含；④ 割裂二者的关系会犯两种错误：夸大相对静止，否认绝对运动就会犯形而上学的错误；夸大绝对运动，否认相对静止，就会犯不可知论的错误。物质和运动不可分割：运动是物质的运动，物质是运动着的物质，脱离运动的物质是没有的；物质是一切运动变化和发展过程的实在基础和承担者，世界上没有离开物质的运动，离开运动的物质也是没有的。物质世界的运动是绝对的，而物质在运动的过程中又有某种暂时的静止，静止是相对的([1] [2], p. 541)。这一物质统一性的思想也可以在数学思想中得到体现。我们分析如下例题：

例 1 ([3], p. 20)：在平面内，任意三角形的内角和等于 π。

证 设三角形的三个顶点分别为 z_1, z_2, z_3； z_1, z_2, z_3 对应的三个顶角分别为 α, β, γ (如图 1)。于是

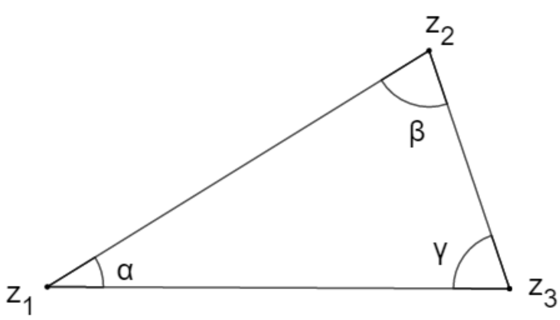

Figure 1. Triangle
图 1. 三角形

$$\alpha=\arg\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1},\ \beta=\arg\frac{z_3-z_2}{z_1-z_2},\ \gamma=\arg\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}.$$

由于

$$\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1}\cdot\frac{z_3-z_2}{z_1-z_2}\cdot\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}=-1.$$

又因为

$$\begin{aligned}\arg\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1}+\arg\frac{z_3-z_2}{z_1-z_2}+\arg\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}&=\arg\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1}\cdot\frac{z_3-z_2}{z_1-z_2}\cdot\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}+2k\pi\\&=\arg(-1)+2k\pi=\pi+2k\pi\ (k\text{为某个整数}).\end{aligned}$$

根据假设 $0<\alpha<\pi,0<\beta<\pi,0<\gamma<\pi$，所以

$$0<\alpha+\beta+\gamma<3\pi,$$

从而 $k=0$。因此 $\alpha+\beta+\gamma=\pi$。证毕。

分析：此题中顶点 z_1,z_2,z_3 在平面上可以是运动的(只要不在同一条直线上，或者重合)，也可以是静止。运动构成的 $\Delta z_1z_2z_3$ 可以是钝角三角形，直角三角形或者锐角三角形。但无论怎样运动，只要在平面内，构成的三角形的内角和都是 π。或者说 z_1,z_2,z_3 运动所构成的三角形的内角和是固定的，即是静止的。这里的运动是无条件的、永恒的、绝对的，静止是有条件的、暂时的、相对的。该题蕴含了马克思主义哲学理论当中的“事物的存在和发展是动中有静、静中有动”[1]。此题根据复变函数中幅角的基本公式([3], p. 13)以及运用数学中的基本逻辑推理，即可得到证明。

例 2：椭圆第一定义：平面内与两定点 F_1,F_2 的距离和等于常数 $2a\left(2a>|F_1F_2|\right)$ 的动点 P 的轨迹叫椭圆。即：$|PF_1|+|PF_2|=2a$，其中两定点 F_1,F_2 叫做椭圆的焦点，两焦点的距离 $|F_1F_2|=2c(<2a)$ 叫做椭圆的焦距，P 为椭圆的动点。椭圆截与两焦点连线重合的直线所得的弦为长轴，长为 $2a$，椭圆截垂直平分两焦点连线的直线所得弦为短轴，长为 $2b$，且 $c^2=a^2-b^2$ (如图 2)。

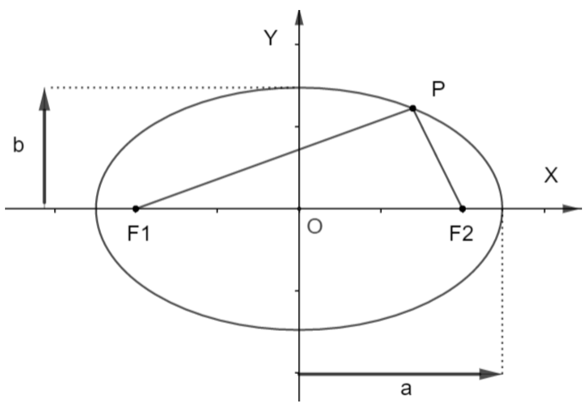

Figure 2. Ellipse
图 2. 椭圆

分析：此题中动点 P 到两定点 F_1,F_2 的距离的和等于常数，动点 P 的运动轨迹就是椭圆。从中我们可以看出 P 点位置是变化的，或者说是运动的，但到两定点的距离和是固定的，或者说是静止的。这一数学规律也充分体现了马克思主义基本原理运动和静止的辩证统一关系。

从上述两个例子分析可以看出，解决此类数学问题其实就是在进行动与静的转换，这是解决问题的

关键。马克思指出，物质是运动的物质，运动是物质的运动[1]。在例题 1 中我们可以看到，在平面上，z_1, z_2, z_3 的运动构成了三角形，但三角形的内角和是固定的，静止的。在例题 2 中我们可以看到，动点 P 的运动轨迹形成了椭圆，但动点 P 到两定点的距离和是固定的，静止的。这充分体现了马克思主义哲学理论中所讲的：“世界上的事物都是绝对运动的统一，是动中有静，静中有动。”[1]。

2) 事物的发展总是从量变开始的，量变是质变的必要准备，质变是量变的必然结果。质变又为新的量变开辟道路，使事物在新质的基础上开始新的量变。事物的发展就是这样由量变到质变，又在新质的基础上开始新的量变，如此循环往复，不断前进[1]。这种“量质互变规律”也可以在数学思想中得到充分体现。我们分析如下例题：

例 3：莱布尼茨恒等式：

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}.$$

证[4]考虑如下分解

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - \cdots + (-1)^k x^{2k} + \frac{(-1)^{k+1} x^{2k+2}}{1+x^2}. \tag{1}$$

对于 $|x|<1$，(1)式右侧的分式是余下的几何级数的和。然而，上面的方程并没有包含无穷级数，并且对任意实数 x 成立。上式两端从 0 到 1 积分可得：

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \cdots + \frac{(-1)^k}{2k+1} + (-1)^{k+1} \int_0^1 \frac{x^{2k+2}}{1+x^2} \mathrm{d}x. \tag{2}$$

当 $k \to \infty$ 时，(2)式除积分项以外的项收敛到莱布尼茨级数。同时，积分项收敛到 0：

$$0 \le \int_0^1 \frac{x^{2k+2}}{1+x^2} \mathrm{d}x \le \int_0^1 x^{2k+2} \mathrm{d}x = \frac{1}{2k+3} \to 0，当 k \to \infty 时，$$

即证结论。

分析：我们知道，数学中有穷个有理数相加结果仍然是有理数，但是，无穷个有理数相加还是有理数吗?由于 $\pi = 3.1415926\cdots$ 为无理数，从而 $\frac{\pi}{4}$ 也为无理数。而每一项 $\frac{(-1)^k}{2k+1}(k=0,1,\cdots)$ 均为有理数，但是无穷多项相加却变成了无理数。也就说无穷多个有理数相加之后，数的性质发生了改变。运用马克思主义哲学原理解释就是：当事物的发展积累到一定程度时就会产生质变。

例 4 ([5], p. 143)：证明数 $\mathrm{e} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ 为无理数。

证由于

$$\mathrm{e}^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^k}{k!} + \frac{\mathrm{e}^{\theta x}}{k+1} x^{k+1}, 0<\theta<1, x \in (-\infty, +\infty).$$

当 $x=1$ 时有

$$\mathrm{e} = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{k!} + \frac{\mathrm{e}^{\theta}}{k+1} (0<\theta<1). \tag{3}$$

由(3)式可得

$$k!\mathrm{e} - (k! + k! + 3\cdot 4 \cdots k + \cdots + k + 1) = \frac{\mathrm{e}^{\theta}}{k+1}. \tag{4}$$

倘若 $\mathrm{e}=\frac{p}{q}$ ($p,q\neq 0$ 为整数)，则当 $k>q$ 时，$k!\mathrm{e}$ 为整数，从而(4)式左边为整数。因为 $\frac{\mathrm{e}^{\theta}}{k+1}<\frac{\mathrm{e}}{k+1}<\frac{3}{k+1}$，所以当 $k\geq 2$ 时，(4)式右边为非整数，矛盾。从而 e 只能为无理数。

分析：众所周知，自然底数 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 为无理数，而每一项 $\frac{1}{k!}(k=0,1,\cdots)$ 均为有理数，但是 $\mathrm{e}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}$。也就是说无穷多个有理数 $\frac{1}{k!}(k=0,1,\cdots)$ 相加变成了无理数，数的性质发生了改变。该题蕴含的马克思哲学原理是：当事物的发展积累到一定程度时产生了质变，这也是必然的结果[1]。

从上述两个例子分析可以看出，解决此类数学问题其实就是在进行“量质互变”，这是解决问题的关键。在例题 3 中我们可以看到 $\frac{\pi}{4}$ 为无理数，而每一项 $\frac{(-1)^k}{2k+1}(k=0,1,\cdots)$ 均为有理数，但是无穷多项相加却变成了无理数。在例题 4 中我们可以看到，自然底数 $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 为无理数，而每一项 $\frac{1}{k!}(k=0,1,\cdots)$ 均为有理数，但是无穷多项相加却变成了无理数。这充分体现了马克思主义哲学理论中所讲的：“事物的发展总是从量变开始的，量变是质变的必要准备，质变是量变的必然结果[1]。”无理数的出现，扩充了实数的范畴，也扩充了我们对数的认知。

3. 小结

通过对例题 1 和例题 2 的分析，我们看到数学思想中渗透的马克思主义哲学原理：物质世界的运动是绝对的，而物质在运动的过程中又有某种暂时的静止，静止是相对的[1]。通过对例题 3 和例题 4 的分析，我们看到数学思想中渗透的马克思主义哲学原理：事物的发展总是从量变开始的，量变是质变的必要准备，质变是量变的必然结果[1]。但马克思主义哲学原理不仅应用于数学领域，它还应用到自然科学、政治、经济、法律以及宗教等各个领域。所以学好马克思主义基本哲学原理，有助于培养学生运用马克思主义哲学的观点去分析问题、解决问题的能力，提高学生的政治理论素质和思维水平；为学生正确理解马克思主义，确立社会主义信念，自觉坚持党的路线、方针和政策打下坚实的基础。

致　谢

非常感谢审稿人对本文提出宝贵的意见。

基金项目

国家自然科学基金(12001117, 12001503, 11701524)、广东省自然科学基金(2018A030313267)资助。

参考文献

[1] 马克思主义基本原理概论编写组. 马克思主义基本原理概论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.

[2] 肖立顿, 赵忠国, 张敏. 数学思想中渗透的马克思哲学原理[J]. 科技信息, 2009(7): 541.

[3] 钟玉泉. 复变函数论(第三版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.

[4] Borwein, J.M., Bailey, D.H. and Girgensohn, R. (2004) Experimentation in Mathematics: Computational Pathsto Discovery. AK Peters, Natick, 28-30. https://doi.org/10.1201/9781439864197

[5] 华东师范大学数学系, 编. 数学分析上册(第四版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.