

# “常系数齐次线性微分方程”思政教学探索

刘丹, 杜彬彬, 孙慧静

中国人民解放军海军航空大学, 山东 烟台  
Email: ld0819@sohu.com

收稿日期: 2021年8月11日; 录用日期: 2021年9月9日; 发布日期: 2021年9月15日

## 摘要

高等数学课程思政旨在将马克思主义立场观点方法教育与科学精神培养相结合, 加强学生科学思维方法训练与科学伦理教育。本文以军队院校高等数学课程教学为背景, 对“常系数齐次线性微分方程”一节的思政元素进行了挖掘, 将数学文化、历史典故、人文情怀贯穿于课堂教学, 探讨如何将价值塑造、知识传授、能力培养统一于教学实践。

## 关键词

常系数齐次线性微分方程, 数学文化, 科学精神, 爱国情怀

# Exploration on Ideological and Political Teaching of “Homogeneous Linear Differential Equation with Constant Coefficients”

Dan Liu, Binbin Du, Huijing Sun

Naval Aviation University, Yantai Shandong  
Email: ld0819@sohu.com

Received: Aug. 11<sup>th</sup>, 2021; accepted: Sep. 9<sup>th</sup>, 2021; published: Sep. 15<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

The ideological and political education of higher mathematics course aims to combine the education of Marxist standpoint and method with the cultivation of scientific spirit, and strengthen the training of students' scientific thinking and scientific ethics. Based on the background of higher

mathematics course teaching in military university, this paper explores the ideological and political elements in the section of “Homogeneous Linear Differential Equation with Constant Coefficients”, penetrates mathematical culture, historical allusions and humanistic feelings into classroom teaching, and discusses how to integrate value shaping, knowledge transmission and ability cultivation into teaching practice.

## Keywords

Homogeneous Linear Differential Equation with Constant Coefficients, Mathematical Culture, Scientific Spirit, Patriotism

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

2020年,教育部《高等学校课程思政建设指导纲要》[1]指出:立德树人成效是检验高校一切工作的根本标准。落实立德树人根本任务,必须将价值塑造、知识传授和能力培养三者融为一体、不可割裂。高等数学课程既有自然科学的数理逻辑,又有社会科学的人文思辨,更有具体学科普遍适用的哲学高度。高等数学课程思政,就是要寓价值观引导于知识传授的能力培养之中,帮助学生塑造正确的世界观、人生观、价值观,培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感。在高等数学的课堂教学中,通过对定义、定理、公式及数学方法的分析、推导,适当进行科学伦理教育,将教学内容升华为思政元素,可帮助学生认清问题本质,引导其养成科学的思维方法,提高正确认识问题、分析问题和解决问题的能力。

“常系数齐次线性微分方程”是高等数学微分方程部分的一类重要、具有代表性的方程,在实际问题中有着广泛应用。不同于求解其它微分方程的初等“积分”法,此类方程有其独特、更为简便的“代数”解法——特征根法。该方法将微分方程与代数方程相对应,通过求解一元代数方程(即特征方程)得到特解,进而根据解的叠加原理便可写出通解。该节内容的课堂教学,重点围绕方法推导,尝试从几个不同方面挖掘思政元素。

## 2. 教学设计

### 2.1. 知识回顾

回顾二阶齐次线性微分方程定义及其解的叠加原理,强调对于二阶齐次线性微分方程,求解的关键在于得到方程的两个线性无关的特解[2]。

### 2.2. 引入实例

微分方程的建立往来源于实际问题。以经典故事“曹冲称象”引出大型物体的称重问题,分析指出曹冲当时所用的方法现今看来虽不足乐道,但他“化整为零”间接地解决问题的思想却值得借鉴。由此启发学员思考:在生产力落后的古代,曹冲已经能够借助石块称出当时无法用称直接称得的大象的质量,那么在科技发达的今天,能否不用称便获知一件物体的质量?借此引出学员海训时,利用秒表这一计时工具间接求出浮筒质量的实例。

通过“秒表求质量”这一实例，建模得到的恰为二阶“常系数齐次线性方程”，体现出了数学与生活的密切关联。使学员更加意识到，生活中的许多问题都可以归结为数学问题，数学就在我们身边；用计时工具求质量，数学知识解决了看似不能解决的问题，这便是所谓的“知识就是力量”，借此培养学员学以致用，运用数学知识分析、解决问题的能力。

### 2.3. 方法推导

实例“秒表求质量”的解决归结为二阶常系数齐次线性方程的求解。由解的叠加原理，关键在于寻求方程的两个线性无关的特解。讨论特解时，大胆通过“猜想”表示出特解的形式，从而将微分方程与其特征方程一一对应，这意味着微分方程可以转化为代数方程(即特征方程)求解。进一步地，根据特征根的不同情形对特解展开讨论。特别注意到，在一对相等实特征根情形下，从一个特解出发构造另一个与之线性无关的特解时，也再次用到了“猜想”这一手段。

将微分方程转化为代数方程求解，本质上是将“未知”的高等数学问题转化为“已知”的初等数学问题来解决，这种由“已知”解决“未知”、复杂问题简单化的巧妙处理，使学员在学习知识的同时，能够体会到数学之美表现多样、无处不在。

特征根法的推导过程中，无论是对特解形式的推测，还是常数变易法的运用，都用到了“猜想”，猜想常常是解决问题的重要突破口。数学发展史上许多定理正是由最初的大胆猜想，后经数学家的严谨证明形成的。由此培养学员大胆质疑、小心求证的科学研究精神。通过我国数学家陈景润和华人数学家张益唐在哥德巴赫猜想及孪生素数猜想上取得的重大、突破性研究成果，激发学员对祖国科学发展的认同感及所取得的伟大成就的自豪感，借此培养学员的爱国主义情怀。

世人往往只看到科学家的荣耀与光环，却不知在其科学成就之外，他们的人生经历也富有深刻教育意义。在穿插数学史时，通过对“特征根法”提出者欧拉[3]跌宕人生的简介，展示其一生坎坷但毅力惊人，纵使双目失明也从未停止科学探索的顽强与乐观，由此培塑学员以积极健康心态面对困难挫折的豁达人生观。同时，引导学员学习科学家在科学道路上不畏艰险、勇攀高峰的精神，激励学员作为军人在强军新征程上更要不怕苦累、顽强拼搏，勇于为国防事业献身。

### 2.4. 归纳步骤

在一系列推导之后，将特征根法具体归纳为三个步骤：写出特征方程、求出特征根、表示出通解，并板书示范例题的详尽求解过程。此处向学员强调，特征根法看似简单，实际计算时却极易出错：首先，该方法的第一步也是最为关键的一步，要注意微分方程与特征方程二者间系数的逐项、准确对应，特别是微分方程缺少一阶导数项或常数项时，初学者往往容易将特征方程写错；其次，在求特征根时，对于一元二次方程(特征方程)的求解也要确保无误，尤其是共轭复根情形；最后，要准确对应三种不同情形下通解的具体表达式，才能最终正确地表示出通解。

特征根法的讨论表面“复杂”，实则“简单”。其“复杂”之处在于三种不同情形下两个线性无关特解的寻找，而“简单”之处在于一旦得到了两个线性无关的特解，将其进行线性组合便得通解。由此启示学员，处理问题要透过现象看本质，不要輕易被事物的纷杂表象扰乱思绪，以至于失去了“初心”。要分清矛盾主次，抓住问题的关键性、主要矛盾，保持清晰的思路，才能朝着原定的目标和方向不断迈进。

此外，在具体的解题过程中应使学员意识到，越是看似“简单”的事情，越要以细致的心态去对待，细节决定成败。特征根法的三个步骤环环相扣，彼此间看似“独立”却又联系紧密，任何一步的粗心大意都会导致不必要的错误，所谓“一子错满盘皆落索”。解题如此，做事亦如此，且迈好第一步尤为重要。只有认真严谨地对待每一环节，才能步步为营，取得理想效果。

## 2.5. 回归实例

利用特征根法解建模所得二阶常系数齐次线性方程，进一步借助物理知识便可求出浮筒质量。至此形成“提出问题 - 分析问题 - 解决问题”的授课主线，完整回答了学员对于秒表如何能够求质量的疑问。该问题的解决过程再次向学员展示了学习数学知识、培养运用数学思想和方法解决问题的能力的重要性。

## 2.6. 内容总结

小结本次课的主要内容，突出思政要点，深化教学效果：实例“秒表求质量”，将生活中的数学融入思政；特解形式的猜想将数学方法所蕴含的哲学思想融入思政；微分方程转化为代数方程求解，将数学之美融入思政；数学家的成就及励志故事，将数学文化及人文情怀融入思政。

## 3. 结论

通过本次课的学习，学员了解并掌握了常系数齐次线性方程的概念及求解方法。在获取知识的同时，进一步激发了学员学习高等数学的兴趣，加强了其发现问题并自觉运用数学知识解决问题的良好习惯。结合思政教育，学员对数学文化、数学家的人文情怀有了新的认知，思想上受到熏陶，更加坚定了理想信念。课堂教学实现了知识传授与能力培养、素质提高与创新精神培养的有机统一。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[EB/OL]. [http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/202006/t20200603\\_462437.html](http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/202006/t20200603_462437.html), 2020-06-01.
- [2] 同济大学数学系. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [3] 周明儒. 从欧拉的数学直觉谈起[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.