

类比思想在初中数学教学中的应用

孙碧鸿, 王立波

北华大学, 吉林 吉林

收稿日期: 2022年9月14日; 录用日期: 2022年10月14日; 发布日期: 2022年10月21日

摘要

从实际的教学过程来看, 在中学数学中, 类比思想被普遍地运用于中学数学的课堂, 是一种富有实际意义的数学思维方式, 也是一种培养学生创新能力的有效手段。在实际教学中, 学生只注意知识的学习而忽视解决问题的思想方法, 教师在教学中应注重让同学了解其基本原理和结构, 运用所学的方法来解决, 从而提高解题的水平。本文结合具体实例, 从简化类比、结构类比和降维类比三方面出发论述了类比方法在初中数学教学中的应用, 以期能发展学生的创造性思维, 提高学生自主学习的能力。因此, 在中学数学教学过程中, 研究类比思想, 有利于提高中学数学的教学水平。

关键词

初中数学, 类比思想, 数学教学

The Application of Analogy in Mathematics Teaching in Junior Middle School

Bihong Sun, Libo Wang

Beihua University, Jilin Jilin

Received: Sep. 14th, 2022; accepted: Oct. 14th, 2022; published: Oct. 21st, 2022

Abstract

From the point of the actual teaching process, in the middle school mathematics, the analogy thought is generally the use of secondary school mathematics classroom, is a full of practical significance of mathematical way of thinking, is also a kind of effective means of cultivating students' innovative ability. In actual teaching, the students only pay attention to knowledge and ignore the idea to solve the problem of learning methods, teachers in teaching should pay attention to let the students understand the basic principle and structure, use methods to solve the problem, so as to improve the level of problem solving. Combined with concrete examples, this article from the simplified anal-

ogy, structure analogy and dimension reduction analogy three aspects discusses the application of analogy method in junior middle school mathematics teaching, in order to develop students' creative thinking, improve students' ability of autonomous learning. Therefore, in the middle school mathematics teaching process, the analogy thought, is helpful to improve the level of middle school mathematics teaching.

Keywords

Junior Middle School Mathematics, Analogy Thought, Teaching Mathematics

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

类比思想是一种重要的数学思想,把具有相似性的知识进行比较,找到二者的异同,从而采取有效的方法来进行教学。在初中阶段,许多数学知识都有着显著的共性。通过运用类比的方法来指导学生对教材中的知识进行学习,从而促进学生思考,构建知识框架,提升学生问题解决的水平。要使类比思想更好地运用,就要加强对类比思想的指导,使其认识到类比思想的重要意义,使其积极地进行类比思想的学习,提升自己的学习能力。

2. 类比思想的界定

所谓类比,是指两种事物之间存在着相互类似的性质或特点[1]。我们在学习数学时,总是会有一种熟悉的感受,并且在各个学科都会感受到相似的成分。当我们比较相似的成分时,通过推测和联想,就会产生很多意想不到的结论。类比思想是从特殊到一般的过程,它的结论带有一定的偶然性质,必须通过严谨的论证或者通过实际的检验才能得到证实。利用类比思想可以很好地传授新知识,也可以用来解决问题,类比在数学知识以及教学中都具有举足轻重的作用。

3. 类比思想的分类

按照类比思想本身的特征,可以将类比思想的类型分为以下三类:简化类比、结构类比、降维类比[2]。

简化类比就是把原来的命题通过类比转变成为一个更简单的命题,也就是通过对问题的条件和结果的简化来寻找原来的问题的解题思路和方法。比如,降次类比把高阶的类比变为较低的,普遍类比为特殊等,是应用最广泛的。

例如已知 $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=6 \end{cases}$ 求解 x^2+y^2 的值,我们就可以采用简化类比的思路来求解。求解过程为 $\because x+y=6, \therefore (x+y)^2=36, \therefore x^2+y^2=36-2xy, \because xy=6, \therefore x^2+y^2=36-12, \therefore x^2+y^2=24$ 。

结构类比是借助结构上的相似性寻找类比关系,通过仔细地观察与逻辑推理,从已知问题的性质和定义等方面,找到适当的代换,实现转化,从而解决问题。

例如在数学中的 $\sqrt{a^2+b^2}$ 可以表示不同含义,若将 a 和 b 看作直角三角形的两条边, a 和 b 都是正数, $\sqrt{a^2+b^2}$ 就是直角三角形中斜边长;若将 a 和 b 看作坐标内两点,那么 $\sqrt{a^2+b^2}$ 就是直角坐标系中

(a, b) 到原点 $(0, 0)$ 两点之间的距离; $\sqrt{a^2 + b^2}$ 也可以表示根式中的算术平方根的形式。

降维类比是指将三维空间的对象降到二维或者一维空间中的对象。而“维数”在线性空间中属于最基本的概念, 虽然在初中的学习生活并没有接触过, 但在日常中也会应用该理论来解决问题。就像我们中学里经常讲的那样, 点动成线, 线动则为平面, 平面动则为空间立体。我们了解到, 一维空间是直线, 二维空间是平面, 三维空间是立体空间。当我们在探讨更高的空间问题时, 可以首先看能否转换成类似于这个问题, 但问题的维数变小, 从而简化了一个抽象的几何问题, 再用一个简单的办法来求解这个问题。来求得更高维度的问题。降维类比需要我们对平面几何的定义、定理和结论的深刻理解; 在立体几何的研究中, 把类似问题转换为平面几何, 从而得到了求解。若实在找不出相似的例子, 可以从现有的知识库中, 找出相似的概念, 把它转换成一个平面。

4. 类比思想在初中数学教学中的应用

对于初中的学生, 把类比思想运用到课堂上, 既可以提高学生的数学能力, 又可以为新的知识的获取奠定一定的认知基础。这样, 不但让同学们获得了丰富的知识, 而且还培养了他们的思考技能; 把类比思想运用到课堂上, 既是对学生进行独立思考的一种思维方式, 也是对学生学习的一种重要途径。有助于改变学生的思维、行为模式; 把类比思想运用到课堂上, 在许多相似的概念和性质、公理与定理和公式与法则等进行分析, 通过原有的知识基础, 进行合情推理来更好地学习新知识。

类比思想在课堂上的应用, 要教师改变原来以“老师为主体”的授课方式, 应有效地发挥教师主导作用, 真正落实学生的主体地位, 重视学生学习新知识的过程。类比思想的应用, 要求教师有良好的教学实践能力, 把握教学中重难点, 在学生遇到困惑能及时给予正确的指导, 引导学生正确思考。创设合理的情景, 提出适当的问题。类比思想的应用, 也能展现和师生间的“合作”, 教师在授课过程中, 启发学生共同探索, 积极参与教学活动, 老师是组织者与引导者, 以每一个知识点为载体, 主动与学生交流, 及时了解学生知识的掌握情况, 从而调整自己的教学方法和进度。

初中数学有很多新知识都是从小学或在原有知识的基础上发展而来的, 因此找到新旧知识的异同, 能便于学生理解。不论从概念上、从知识内容或结构上、从研究方法上, 类比思维为教学敞开了一扇大门, 提供了便利的条件。在教授新课时, 教师应该着重在新旧知识的相似之处加以引导, 让学生大胆猜想类比, 使学生能够通过已有的知识的基础上来学习新知识的概念形成、知识结构以及研究方法, 引发学生对新知识的思考, 在掌握知识的同时, 还能感受知识的本质, 为后续的学习打基础。

4.1. 简化类比, 理解本质

类比简单问题的处理办法和解题思路, 从中获得启发, 对题目的本质深刻了解, 从而寻求待解决问题思路和过程。例如在学习一元二次方程时, 教师可以让学生通过类比一元一次方程的学习方法, 探究一元二次方程的一般形式。通过对方程的辨析, 我们可以知道: 这两种方程都是整式方程, 都只含有一个未知数, 而差别是一元二次方程的未知数最高次数是2。通过例题来体会“未知数的最高次数是2”这一要素, 深刻理解一般形式“ $ax^2 + bx + c = 0$ 其中 $a \neq 0$ ”的本质。

例1: 下列方程中, 哪些是一元二次方程?

1) $2(x+2)^2 = x^2$; 2) $2x^2 - 1 = 2y$; 3) $2x^2 - 2x(x+5) = 1$ 。

在这个过程中, 让学生能充分了解两个方程的不同之处, 加深对方程次数的理解, 认识知识的本质, 避免学生混淆概念, 在解题中灵活运用类比思想。一元二次方程的习题往往可以进行一定的变形, 如果学生对本质有清晰的认识, 就会被复杂多变的题目所迷惑, 从而很难找到解题方法。遇到这类问题时, 学生仅仅掌握类比思想的方法是不够的, 还应当从一元二次方程的本质出发来思考问题。

4.2. 结构类比, 构建知识体系

结构类比思想可以帮助学生自主地形成知识体系, 让学生对知识进行整体把握。而知识类比, 就是将新知识与已有的知识进行对比, 从而加深对知识的认识, 并将以前学到的知识进行整合[3]。在此基础上, 建立起一套完整的数学知识网, 从而使学生获得更多的知识, 加深对知识的认识。

在数学中几何知识的学习需要学生有丰富的想象力, 然而, 初中学生对数学的理解和想象能力往往不足, 使他们在几何学习中存在困难。而在课堂上应用类比思想的方法, 可以使抽象的几何图形更加具体化, 有助于学生对几何的认识与理解应用。在“平行四边形的判定及性质”的课堂中, 教师可以将平行四边形、矩形、正方形以及菱形的性质作对比。让学生动手画出图形, 通过仔细观察从边、角、内角和和平行关系。采用制作表格的方式来总结这些图形的异同点, 让学生进行总结。可以知道矩形是特殊的平行四边形, 正方形是特殊的菱形。运用结构类比思想形成了知识网络, 从而把从平行四边形、矩形、正方形以及菱形性质这一系列串联起来, 深化学生对平行四边形性质的理解, 提高自我的学习效率。

比如, 在“立方根”的教学中, 老师可以通过对已学到的开方根的一些基本原理进行类比, 并通过实例来解释, 从而指导他们得出立方根的基本原理。以下是实践:

1) 若一个方形纸盒的一个表面的面积 S 为 25 cm^2 , 那么它的边长是多少? 我们假设方形纸盒的边长是 a , 那么 $a \times a = S$, 即 $a^2 = 25$, $a = \pm\sqrt{25}$, 所以 $a = 5$, 即这个方形纸盒的边长是 5 cm 。从而可以知道: 如果 $x^2 = b$, 则 $x = \pm b$, 那么 x 是 b 的平方根。同理可以推导“立方根”的概念。

2) 若一个方形纸盒的体积 V 是 64 cm^3 , 那么它的边长是多少? 我们假设方形盒子的边长是 b , 那么 $b^3 = V$, 那么 $b^3 = 64$, $b = \sqrt[3]{64}$, 因此 $b = 4$ 。得出这个方形纸盒的边长是 4 cm 。因此, 我们可以依据上面平方根的概念推导过程写出立方根的概念, 即“如果 $x^3 = c$, 那么 x 叫做 c 的立方根”。也就是说, 如果一个数的立方等于 c , 那么这个数叫做 c 的立方根(三次方根)。运用类比思想的教学方式可以激发同学们比较新概念与旧概念的差异, 引导他们积极地认识和理解新概念的关系, 从而为新概念的学习奠定坚实的理论依据。

4.3. 降维类比, 突破难点

降维类比能帮助学生简化问题所运用的知识, 降低思考的难度。在立体几何的研究中, 把类似问题转换为平面几何, 从而得到了求解。例如, 求蜗牛在长方体上 A 与 B 点的最短距离, A 点与 B 点是长方体相对应的两个顶点。这个问题是立体几何中的很抽象, 我们可以使用降维类比的思想方法, 将其降维到平面几何当中。从而变成在矩形中求与 A 和 B 的两点距离。在实际教学过程中, 教师可以让学生动手折一个纸盒, 让学生亲身体会将抽象问题简单化的过程, 提高学生空间想象能力。

因此, 采用正确的教学手段可以帮助学生更容易理解概念, 更好地利用概念来分析和解决问题。而类比思维一定程度上降低学生理解的难度, 教师要根据观念发生的时代背景, 适当地应用类比思维进行教育, 使同学们认识到数理概念的内部关系与差别, 并根据已存在的观念和现实的事例, 以类比的方式创造出新的情景, 激发同学们对新知识的反思。以现有的知识为依据, 对新的观念进行认识, 可以让他们更好地了解其基本含义, 并在一定程度上将其融会贯通, 运用自如并提高教育的有效性。

对于初中时期的学生而言, 是数学思想形成的关键期, 在日常的教学活动中, 教师应注重对学生数学思想的培养。而类比思想在教学中应用, 让学生对概念理解更加透彻和完善知识结构, 提高解题能力, 还能培养学生的创造性思维, 勇于提出问题, 从而使教师的教与学生的学有机结合。本文创新之处是从类比思想的分类上, 以具体实例论述在初中教学中的应用。综上, 类比思想拓宽了数学学习的思维广度, 在初中数学教学中有着重要的意义。

参考文献

- [1] 沈瑜悦. 培养高中生数学类比推理能力的课堂教学研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海师范大学, 2013.
- [2] 王玉章. 初中数学类比思想方法的探究与应用[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海师范大学, 2016.
- [3] 任玲. 基于类比思想的教学策略与实践[J]. 数学学习与研究, 2020(10): 30-31.