

基于问题串的高中数学教学设计

——以“直线与平面平行的判定”为例

胡飞帆, 韦俊*

伊犁师范大学数学与统计学院, 新疆 伊宁

收稿日期: 2022年1月17日; 录用日期: 2022年2月14日; 发布日期: 2022年2月21日

摘要

教学设计是实践教学的前提, 本文以直线与平面平行为例, 遵循学生认知规律, 沿着学生正向思维, 将讲授内容以分环节、设问题串的形式, 问题设置难度层层递进, 激发学生的思考欲, 引导学生得到判定定理。

关键词

问题串, 高中数学, 判定, 教学设计

Senior High School Mathematics Teaching Design Based on Question String

—Taking “Judgment of Parallel Line and Plane” as an Example

Feifan Hu, Jun Wei*

College of Mathematics and Statistics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Received: Jan. 17th, 2022; accepted: Feb. 14th, 2022; published: Feb. 21st, 2022

Abstract

Teaching design is the premise of practical teaching. This paper takes the parallel of the straight line and the plane as an example, follows the students' cognitive laws, and follows the students' positive thinking to stimulate students' desire to think, and guide students to obtain the judgment theorem.

*通讯作者。

Keywords

Question String, Senior High School Mathematics, Judgment, Teaching Design

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》指出:“高中数学教学以发展学生数学学科核心素养为导向,创设合适的教学情境,启发学生思考,引导学生把握数学内容的本质[1]。”苏格拉底曾说过:“问题是接生婆,它能帮助新思想的诞生。”通过调查,在一线教学过程中,不少教师对问题的提出没有深层次思考,授课过程中所提出的问题过于简单、关联性不高,更有甚者整堂课没有提出问题,这势必导致学生学习质量低下。“问题串”指的是由许多具备逻辑联结的问题而构建的问题网络[2]。以一个核心问题为中心,不断地引发学生产生认知冲突,进而促进学生主动思考,产生学习兴趣,同时基于问题串的教学还可以将复杂的“大问题”分解成“小问题”,易于学生理解,增强学生学习成就感。

问题串的设置需要注意以下几个问题。首先以教材为本,挖掘教材中的价值进行提问。例如教材中的例题通过一题多变进行追问或者引出开放性问题[3]。第二,依据学生的认知发展辅以设置合理的情景,循序渐进地引发学生思考。最后问题的设置激发学生探究欲,即核心问题高于学生已有水平,引发认知冲突,通过自主探究,合作交流等方式“跳一跳摘掉果实”[4]。

2. 教学内容分析

本节课是选自人教A版《普通高中课程标准实验教科书·数学2(必修)》,教学内容为直线与平面平行的判定定理第一课时。

直线与平面平行是立体几何初步中的重要内容。本节内容既是直线与直线平行的后续内容,又是平面与平面平行判定的基础,起着承上启下的作用。

教学内容选用的是2019版新人教版A版,新教材相对于旧教材有着一定变化,新教材从非常重要的位置关系入手,学生根据定义体会根据定义判定具有局限性,从而引入新课。之后则是设置两个探究活动,分别是观察门扇转动的问题和矩形硬纸板在桌面上转动的问题,学生通过观察从而归纳出直线与平面平行的判定定理,体现了将线面平行问题转化为线线平行,渗透了转化思想。同时本堂课再一次运用到转化的思想——将直线与平面转化为直线与直线,后面的研究直线与平面垂直、平面与平面平行、平面与平面垂直提供范例,因此在此部分要很好渗透。基于以上分析,确定本堂课重点为判定定理的归纳与运用;空间问题向平面问题的转化。

3. 学情分析

学生具备了两个方面的认知基础,一方面学生能够通过观察生活情境,发现直线与平面平行的例子,直观感知直线与平面平行的位置关系;另一方面,学生对线线平行的判定和性质,了解直线与平面的位置关系,对直线与平面平行的定义有了一定的认识,为本节课研究直线与平面平行的判定奠定了基础。

学生在学习此部分内容时存在的主要困难就是从两个实例中总结出判定定理的过程,运用判定定理解决问题有障碍。基于以上分析确定难点为判定定理的归纳与理解。

4. 教学目标分析

- a. 通过直观感知、动手操作、归纳、抽象出线面平行判定定理, 理解并运用线面平行
- b. 体会转化的数学思想, 发展推理和抽象的能力
- c. 体会数学与生活之间密切的联系, 享受在观察、探究、分享中得到知识的乐趣, 增强合作交流, 感受合作魅力

达成目标 a 的标志: 学生通过观察门扇转动的例子, 动手转动矩形硬纸板的活动归纳出结论, 在教师的引导下总结出判定定理, 并能解决课上同学们提出的线面平行的例子。

达成目标 b 标志: 通过将线面平行用线线平行解决, 以及用定义和定理解决线面平行的对比, 体会转化思想的重要性; 在将探究活动两个生活实例到数学图形的过程为第一次抽象, 从图形中归纳并总结定理为第二次抽象, 将定理用符号语言表示为第三次抽象, 三次抽象过程层层递进发展了学生的数学抽象能力; 在定理归纳总结和定理的解释环节中发展学生的几何直观以及推理能力。

达成目标 c 标志: 能在导入环节中发现生活中线面平行的实例, 并在后面用定理解释其平行的原因; 在小组合作中相互讨论并总结得到判定定理。

5. 教学过程

5.1. 复习旧知、情景导入

问题 1: 直线与平面有哪几种位置关系呢? 画出图形, 并用符号表示。

预案: 学生展示, 教师反馈。

【设计意图】建立知识之间的联系, 为后面定理的归纳做铺垫, 根据学生的回答判断对这三种位置关系掌握情况, 如果学生掌握比较差则要对直线与平面平行的定义进行详细讲解, 反之略讲即可。

问题 2: 直线与平面平行是非常重要的位置关系, 它在我们的生活中处处可见, 你能举出直线与平面平行的例子吗?

追问: 如何判断直线与平面是平行的呢? (小组进行讨论)

预案: 学生举例, 并利用直线与平面平行的定义判定线面是否平行。教师引导总结: 我们可以用定义判定直线与平面平行, 由于直线是无限延伸, 平面是无限延展的, 很难判定它在无穷远处是否有交点, 因此这个方法存在一定的局限性, 从而引入新课。

【设计意图】此处的设计为学生小组讨论, 学生会联系定义中没有交点为平行, 教师提出并分析定义判断具有局限性, 引起学生认知冲突, 带着疑惑进行探究。

5.2. 探究定理

5.2.1. 观察活动

观察图 1, 门扇的两边 EF, HG 具有怎样的位置关系? 当门的边缘 EF 绕着另一边 HG 转动时, 门的边缘 EF 与墙面 α 有没有公共点呢? 门的边缘 EF 与墙面 α 平行吗?

预案: 在门扇转动过程中门的边缘 EF 与墙面 α 没有公共点, 门的边缘 EF 与墙面 α 平行。

追问: 通过观察实物发现门的边缘 EF 与墙面 α 是平行的, 那么思考 EF、HG 与 α 有什么位置关系吗? 你能总结出什么结论吗(小组讨论)?

预案: 学生观察并回答, 教师引导, 初步总结出结论。此处部分学生总结结论会缺少限制条件, 如将平面 α 外忽略。教师应解释说明这些限制条件的重要性。

总结 1: 平面 α 外一条直线 EF 与平面 α 内的一条直线 HG 平行, 那么该直线 EF 与平面 α 平行。

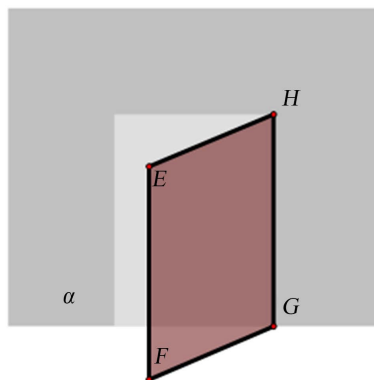


Figure 1. Diagram of door fan rotation
图 1. 门扇转动示意图

5.2.2. 动手操作

将一块矩形硬纸板 $ABCD$ 平放在桌面上把这块硬纸板绕边 DC 转动, 在转动过程中(AB 离开桌面) AB 与桌面有公共点吗? AB 与桌面平行吗? (如图 2)

预案: 在转动过程中(AB 离开桌面) AB 与桌面没有公共点, AB 与桌面平行。

追问: 通过观察实物发现矩形硬纸板一边 AB 与桌面 β 是平行的, 那么思考 AB 、 DC 有什么位置关系吗? 你能总结出什么结论吗(小组讨论)?

预案: 学生观察并回答, 根据观察活动初步模仿总结出结论, 教师强调直线 AB 与直线 DC 前面的限制条件。

总结 2: 桌面 β 外一条直线 AB 与桌面 β 内的一条直线 DC 平行, 那么该直线 AB 与平面 β 平行。

问题 3: 分析结论 1 和结论 2, 你能概括出什么(小组讨论), 稍后分享你们的结论?

预案: 学生讨论过程中, 教师走进学生发现学生问题所在, 之后教师总结完善, 强调限制条件, 并板书定理。

判定定理: 如果平面外一条直线与此平面内的一条直线平行, 那么该直线与此平面平行。

【设计意图】通过两个探究总结出的结论归纳概括出判定定理, 体会从特殊到一般的过程。如果教师在学生讨论过程中发现其抽象能力比较弱, 教师应于两个探究活动追问处加以引导为什么一条直线是“平面外”。

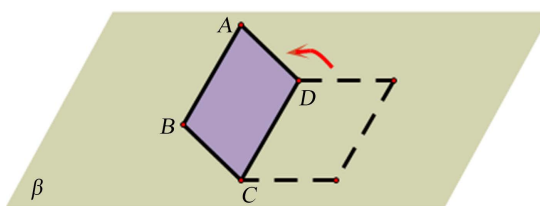


Figure 2. Diagram of rectangular board turning
图 2. 矩形纸板转动示意图

5.3. 验证定理

借助几何画板动态解释定理(如图 3), 直线 a 平行于直线 b , 直线 b 在平面 α 内。平面 α 由直线 b 滚动形成, 滚动形成的无数条直线与直线 b 平行, 根据平行的传递性, 直线 a 与滚动形成的这些直线都平行, 而这些直线构成了平面 α , 所以直线 a 与平面 α 平行。

【设计意图】验证猜想得出来的结论。此处教师运用几何画板软件展示, 将抽象的内容以动态的形式直观地展现给学生, 深化学生对判定定理的理解。

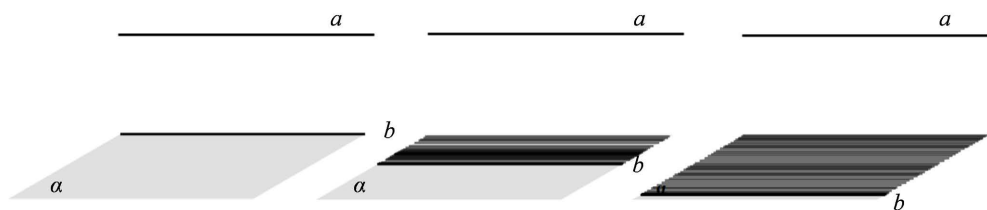


Figure 3. Diagram of lines moving into planes
图 3. 线动成面示意图

5.4. 剖析定理

问题 4: 定理中的条件与结论分别是什么?

预案: 引导学生找出条件结论。

【设计意图】为后面符号表示定理奠定基础, 文字到符号的过渡。

追问: 你能用符号表示定理吗?

预案: 学生对符号已经掌握, 很容易得到 $a \not\subset \alpha$, $b \subset \alpha$, 且 $a \parallel b \Rightarrow a \parallel \alpha$ 。

5.5. 解答疑问

同学们讲的非常正确, 现在我们就可以用定理来证明刚刚同学举的例子, 比如黑板的边缘与地面平行, 就可以在地面上找一条直线, 如果这条直线与黑板边缘平行, 那么就证明了黑板的边缘与地面平行了。你能解答一下刚刚同桌举出来的例子吗?

【设计意图】在本节课开始时学生举出很多例子, 但是未曾解决。此处运用定理解决问题, 巩固定理并发展学生的应用意识。

5.6. 解答疑问

问题 5: 总结一下, 看看收获如何?

课后小结主要两个方面: 其一是知识层面的, 即直线与平面平行的判定定理重要性以及判定定理的理解过程; 其二是数学思想——转化的思想(空间问题→平面问题)、化繁为简的思想(无限→有限)。

【设计意图】对本节课的学习进行归纳, 并说明其重要性, 有助于学生在后续学习中平面与平面平行的判定更好的顺延与同构。

5.7. 目标检测

1. (单选)过直线 l 外两点, 作与 l 平行的平面, 这样的平面()

A. 不可能做出 B. 只能做出一个 C. 能做出两个 D. 能做出无数个

2. (多选)下列命题中, a 、 b 为直线, α 为平面, 下面说法错误的是()

A. 若 $a \parallel b$, $b \subset \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$; B. 若 $a \parallel \alpha$, $b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$;

C. 若 $a \parallel b$, $b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$; D. 若 $a \parallel \alpha$, $b \subset \alpha$, 则 $a \parallel b$;

3. 已知 a 、 b 是两条直线, α 是平面, 若要得到 “ $a \parallel \alpha$ ”, 则需要添加的条件是_____。

4. 现有正方形 ABCD, E, F 分别是 AB, CD 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 连接 AB, AC, 说出 BF 与平面 ADE 的位置关系, 并证明你的结论。

6. 反思与建议

特级教师于永正曾说：“这法、那法，不钻研教材就没法。”一个好的教学设计要立足于教材这个基础。教材是广大专家和一线优秀教师编制而成，具有一定的权威。教师在研读教材时，首先应将目光放宽，有整体观念，跳出教哪里看哪里、研读哪里误区。教师应将所教知识及其相关内容纵向拉通，分析之前学过的哪些知识为线面平行的判定做铺垫，线面平行的判定又如何向后延伸；其次，教师应以教材为本，对所教教材中的内容中的每一句话、每一副图深入研究，适度对教材进行二次开发，避免一味求新而忘本；最后，通过研究此节课内容渗透的思想、方法，看一看此节内容所渗透的思想、方法可否为后续学习提供范例。

此堂课教学内容为概念性知识，抽象性比较强，学生学起来比较吃力。因此，教师采用“问题串”的形式进行教学。课堂教学的主体是学生，评判一堂好课的标准不是教师讲的多么精彩，而是学生有没有思考，是不是广泛参与，知识有没有内化。所以教师应根据知识逻辑将探究活动设计成既能激发学生思考又在学生的最近发展区的问题，引导学生思考，向得出定理的方向前进。问题的设置需要注意以下几点。首先，教师应注意问题的联系性，自然连贯。其次，在一些较难的问题上，注意留白，使得学生有时间思考并讨论，在讨论中碰撞出思维的火花。最后，还需根据学情注意问题的开放性。

基金项目

新疆维吾尔自治区普通高等学校教育教学改革研究项目——高师院校教师教育类课程体系整体优化研究与实践(2019YLJG07)。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版, 2020年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 陈舟. 高中数学“问题串”教学的实践研究[J]. 中学教学参考, 2019(8): 23-24.
- [3] 孙德贵, 余德成. 高三数学复习教学中如何发挥课本例习题的教学价值[J]. 读写算, 2018(9): 127.
- [4] 陆恬, 沈新权. 基于问题驱动的高中数学探究性教学——以双曲线拓展教学为例[J]. 数学通报, 2021, 60(6): 36-39+44.