Advances in Education 教育进展, 2022, 12(4), 1106-1112
Published Online April 2022 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2022.124174

Hans汉斯

浅谈中学生模型思想的培养

易 婷[1]，罗志军[1*]，杨 琪[2]

[1]湖南人文科技学院数学与金融学院，湖南 娄底
[2]湖南省娄底市新化县奉家镇白沙坪联校，湖南 娄底

收稿日期：2022年3月13日；录用日期：2022年4月14日；发布日期：2022年4月22日

摘 要

数学建模能力是数学核心素养之一，是理解数学与实际生活联系的基本途径。在对2021年湖南省中考部分数学试题分析中发现各地试题从结合时代热点、紧扣当地发展、把握传承创新等方面聚焦对数学模型思想的考查。本文对这些试题进行分类讨论，分析试题中蕴含的数学模型思想，探讨学生数学建模能力、创新应用意识提升的途径。

关键词

数学模型，创新意识，中考

On the Cultivation of Middle School Students' Model Thought

Ting Yi[1], Zhijun Luo[1*], Qi Yang[2]

[1]School of Mathematics and Finance, Hunan University of Humanities and Technology, Loudi Hunan
[2]Fengjia Town Baishaping United School, Loudi Hunan

Received: Mar. 13th, 2022; accepted: Apr. 14th, 2022; published: Apr. 22nd, 2022

Abstract

Mathematical modeling ability is one of the core qualities of mathematics and the basic way to understand the relationship between mathematics and real life. In the analysis of part of the mathematics questions in 2021 Hunan provincial high school entrance examination, it is found that local test questions focus on the examination of mathematical model ideas from the aspects of combining the hot spots of the times, closely following local development, grasping inheritance and innovation, etc. This paper discusses these questions by classification, analyzes the mathe-

[*]通讯作者。

文章引用: 易婷, 罗志军, 杨琪. 浅谈中学生模型思想的培养[J]. 教育进展, 2022, 12(4): 1106-1112.
DOI: 10.12677/ae.2022.124174

matical model thought contained in the questions, and discusses the ways to improve students' mathematical modeling ability and innovative application consciousness.

Keywords

Mathematical Model, Innovative Consciousness, High School Entrance Examination

1. 引言

模型思想是《义务教育数学课程标准(2011 版)》中强调发展的学生数学能力之一。数学建模是《普通高中数学课程标准(2017 年版)》中指出培养的学生数学核心素养之一。数学模型的建立是学生理解数学知识与外部世界联系的桥梁，将实际问题抽象成数学问题，用数学的方法给予解决。在建立求解模型的过程中有助于学生形成模型思想，有助于培养学生学习数学的兴趣、应用意识及创新能力。中考作为初中教学的指挥棒，其命题特点、形式等直接影响初中的教学策略。近年来，数学中考试题中对建模类试题的关注日益增加，许多综合性试题都与日常生活紧密结合，将函数、方程、不等式等知识融入其中，考查学生应用模型解决现实问题的能力。对于初中阶段的学生而言，建模能力主要包括建立并应用函数模型、方程与不等式模型、几何模型等的能力。如何有效地让学生自主构建模型，加强对知识的内在体验与感知，进而发展学生的模型思想，成为了教学关注重点之一。利用考试的导向作用，促进教学改革，强调发展学生的建模能力，培养学生的数学模型思想，从而提高学生的学习兴趣与思维的灵活性，保证学生不单单只有应试能力，也能运用数学知识解决实际生活问题。

方程与不等式是初中数学知识中不可缺少的一部分，能有效刻画实际生活中的数量关系，是分析解决实际问题的重要数学方法。从方程与不等式入手对学生进行数学模型思想与方法的教学，加强数学思想方法渗入，有利于逐步培养学生分析问题和解决问题的能力，形成自主独立运用数学的创新意识。对近年来中考数学试题的研究发现，“方程与不等式”是中考考试的重要内容。在对此类试题命制过程中，依托《课程标准》要求，结合现实情境，突出体现试题的基础性、时代性和发展性特点，成为试题中应用型、创新型问题的亮点试题[1] [2]。在 2021 年湖南省中考数学试题中，结合中国共产党建党百年历史、乡村振兴、当地城市建设发展等现实热点问题，设计了一系列和“方程与不等式”内容紧密联系的试题，不仅体现出“问题情境–数学模型建立–应用理解与拓展”的“学生中心”、“问题导向”的教学理念，而且在试题设计中体现出教育的价值导向，将对数学基本理论、方法的考查与育人引导功能融为一体[3] [4] [5]。

2. 中考试题中的模型思想

在对湖南省 14 个地州市 2021 年中考数学试题的研究中，发现对于“方程与不等式”考查比较稳定，一般从不同角度对有关基本概念、方法进行考查，题型以客观题、选择题与主观应用综合题为主，题量在 3 个左右，比较系统、全面的对知识点进行了考查。考查主要内容：一元一次不等式(组)与二元一次方程(组)的解与应用问题，分式方程的定义与解的问题，一元一次不等式(组)的解与应用问题。既着重考查了学生对核心知识的理解、运算能力，又突出其本质特征，同时有效融入建模、化归、数形结合等数学

思想，体现了“问题情境－数学模型建立－应用理解与拓展”的数学化过程。试题情境中有效结合时代特点，融入课程思政元素，注重加强对学生的价值观、优秀文化传承的教育引导。

2.1. 紧扣时代热点，注重数学建模能力的考查

在义务制数学课标中指出数学模型能够有效描述自然、社会现象，学习过程中课程应体现出“问题情境－建立数学模型－理解应用与拓展”，引导学生自主地将现实问题抽象成数学模型，用数学思维将语言文字数学化，通过已知条件对问题进行分析，以简便的方法将数学问题进行有效的解决。

在近年的中考试题中以时代热点问题作背景，吸引学生兴趣，通过数学建模增加数学知识与生产生活的联系，渗透数学模型思想与方法，培养解决实际问题的能力。这不仅仅让学生加深对数学模型思想的理解，在思维能力、情感与态度等多方面皆得到很好的发展。

例 1. (2021 • 长沙) 为庆祝伟大的中国共产党成立 100 周年，发扬红色传统，传承红色精神，某学校举行了主题为“学史明理，学史增信，学史崇德，学史力行”的党史知识竞赛，一共有 25 道题，满分 100 分，每一题答对得 4 分，答错扣 1 分，不答得 0 分。

1) 若某参赛同学只有一道题没有作答，最后他的总得分为 86 分，则该参赛同学一共答对了多少道题?

2) 若规定参赛者每道题都必须作答且总得分大于或等于 90 分才可以被评为“学党史小达人”，则参赛者至少答对多少道题才能被评为“学党史小达人”？

[评析] 2021 年中国共产党成立一百周年，试题借助党史活动情景，既发扬传承红色精神，又考查了一元一次方程与一元一次不等式的应用。求解关键在于对实际问题进行分析，寻找等(不等)量关系，1) 如设该参赛同学一共答对了 x 道题，则答错了 $(25-1-x)$ 道题，由“总得分为 86 分”得方程 $4x-(25-1-x)=86$，2)小题比上一问难度加大，考查如何建立不等式，若设参赛者需答对 y 道题才能被评为“学党史小达人”，则答错了 $(25-y)$ 道题，由此得到不等式关系 $4y-(25-y)\geq 90$。在数量关系确定后直接根据题意列出方程或不等式组求解即可。

[参考答案] 1) 该参赛同学一共答对了 22 道题;

2) 参赛者至少需答对 23 道题才能被评为“学党史小达人”。

该试题考查了方程和不等式模型思想，利用日常生活实际问题为背景，通过等量(不等量)关系抽象为数学模型问题，然后进行求解，体现数学在实际生活中的应用。其中的一大亮点在于背景结合建党历史题材，不仅考查学生的数学知识，同时融合了对学生进行红色传承教育，为数学教学中课程融入思政元素提供了案例与示范。其他地区在 2021 年中考数学试题中也很好了借助了建党百年历史事件，如、湖南娄底、邵阳、浙江嘉兴，山东聊城等。

2.2. 关注实际情境，注重数学应用能力的考查

学生在情景应用题中需要正确的分析等量关系，对思维灵活性和解题能力有较高要求，不同解题方法的解题思路不同，学生全方位分析思考问题，有利于学生在活动过程中理解并掌握有关知识与技能，积累数学活动经验，感悟模型思想的本质。

例 2. (2021 • 益阳) 为了改善湘西北地区的交通，我省正在修建长(沙)－益(阳)－常(德)高铁，其中长益段将于 2021 年底建成。开通后的长益高铁比现在运行的长益城际铁路全长缩短了 40 千米，运行时间为 16 分钟：现乘坐某次长益城际列车全程需要 60 分钟，平均速度是开通后的高铁的 13/30。

1) 求长益段高铁与长益城际铁路全长各为多少千米?

2) 甲、乙两个工程队同时对长益段高铁全线某个配套项目进行施工，每天对其施工的长度比为 7:9，

计划 40 天完成：施工 5 天后，工程指挥部要求甲工程队提高工效，以确保整个工程提早 3 天以上(含 3 天)完成，那么甲工程队后期每天至少施工多少千米?

[评析] 该题考查一元一次方程的应用与一元一次不等式的应用，此题并未直接给予甲、乙两个工程队每天施工的长度，增加了解题步骤，需要学生理解并处理好题中所给信息，正确列出方程与不等式。1) 设长益段高铁全长为 x 千米，长益城际铁路全长为 y 千米，由题意得到二元一次方程组，求解即可，2) 设甲队后期每天施工 a 千米，计算得甲原来每天施工长度为 0.71 千米、乙每天施工长度为 0.9 千米，根据“确保整个工程提早 3 天以上(含 3 天)完成”列出不等式 $0.7\times5+0.9\times(40-3)+(40-3-5)a\geq64$，求解不等式即可。

[参考答案] 1) 长益段高铁全长为 64 千米，长益城际铁路全长为 104 千米；

2) 甲工程队后期每天至少施工 0.85 千米，可确保整个工程提早 3 天以上(含 3 天)完成。

例 3. (2021 • 怀化) 某超市从厂家购进 A、B 两种型号的水杯，两次购进水杯的情况如下表：

进货批次	A 型水杯(个)	B 型水杯(个)	总费用(元)
一	100	200	8000
二	200	300	13000

1) 求 A、B 两种型号的水杯进价各是多少元?

2) 在销售过程中，A 型水杯因为物美价廉而更受消费者喜欢。为了增大 B 型水杯的销售量，超市决定对 B 型水杯进行降价销售，当销售价为 44 元时，每天可以售出 20 个，每降价 1 元，每天将多售出 5 个，请问超市应将 B 型水杯降价多少元时，每天售出 B 型水杯的利润达到最大?最大利润是多少?

3) 第三次进货用 10,000 元钱购进这两种水杯，如果每销售出个 A 型水杯可获利 10 元，售出一个 B 型水杯可获利 9 元，超市决定每售出个 A 型水杯就为当地“新冠疫情防控”捐 b 元用于购买防控物资，若 A、B 两种型号的水杯在全部售出的情况下，捐款后所得的利润始终不变，此时 b 为多少?利润为多少?

[评析]该题以现实生活中超市水杯的销售与进货为情景，主要考查二元一次方程组与二次函数以及最大利润问题，要求正确处理表格中的信息，转化为数学模型，加以求解。1) 设 A 种型号水杯进价 x 元，B 种型号水杯进价 y 元，根据图表中所给两次进货数据，列出二元一次方程组即可，2) 由“利润 = (每台实际售价 − 每台进价) × 销售量”列出函数关系式，配方后成二次函数顶点式可得函数最大值，3) 设总利润为 w 元，购进 A 种水杯 a 个，根据“总利润 = 单个利润 × 销售数量”即可得 w 关于 a 的函数关系式，由 w 值与 a 值无关可得出 b 的值，再代入 b 值求出 w 的值。

[参考答案] 1) A 种型号的水杯进价为 20 元/个，B 种型号的水杯进价为 30 元/个；

2) 超市将 B 型水杯降价 5 元后，每天售出 B 型水杯的利润达到最大，最大利润为 405 元；

3) A、B 两种型号的水杯在全部售出的情况下，捐款后所得的利润始终不变，此时 b 为 4 元，利润为 3000 元。

以上两个试题通过改善交通、疫情防控与生活、时代息息相关的案例，引导学生从数学角度、用数学眼光看待实际问题，在教学过程中，教师应当注重渗透方程、不等式等数学思想，发展学生的建模意识，提升其分析问题和解决问题的能力。

2.3. 把握传承创新，注重创新能力考查

数学模型思想是要求学生利用数学知识解决实践问题，是学生创新能力培养的重要手段。创新能力不仅仅表现为对知识的提取、改组、应用，更是一种创新意识，即发现并积极探索问题的心理取向。建

模过程实际上就是一个创新活动，既要求思维的灵活性，又具有较大的实践性，往往需要学生发挥自身的猜测、转换、构造等多项能力，而这些能力即为具备创新能力的基本特征。因此，培养数学建模能力的本质即培养学生的创新意识及实践能力。数学文化近年广受关注，其在培养学生的数学观、数学思维能力方面的作用，也日益为数学教学所重视[6]。在 2021 年湖南省中考试题中，不少试题将文化(创新)背景与初中数学知识融合，借以考查学生解决实际问题和探究新知识的能力。此类试题，有助于激发学生的数学学习兴趣，调动学生的积极性，培养学生的发散思维。在教学与试题分析中有意识地加强对学生的模型思想与创新意识培养，使模型思想与创新意识在学生心中生根发芽。

例 4. (2021 • 永州) 中国传统数学重要著作《九章算术》中记载：今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四，问人数、物价各几何？据此设计一类似问题：今有人组团购一物，如果每人出 9 元，则多了 4 元；如果每人出 6 元，则少了 5 元，问组团人数和物价各是多少?若设 x 人参与组团，物价为 y 元，则以下列出的方程组正确的是(　)

A. $\begin{cases} 9x-y=4 \\ y-6x=5 \end{cases}$　B. $\begin{cases} 9x-y=4 \\ 6x-y=5 \end{cases}$　C. $\begin{cases} y-9x=4 \\ y-6x=5 \end{cases}$　D. $\begin{cases} y-9x=4 \\ 6x-y=5 \end{cases}$

[评析]该题以数学文化为背景，考查由实际问题抽象转化为二元一次方程组，构建方程模型，现今将数学文化融于中考试题是一种常见的考查方式，要注意训练学生的翻译能力。根据“如果每人出 9 元，则多了 4 元；如果每人出 6 元，则少了 5 元”列出相应方程组从而解答本题。

[参考答案]　A.

例 5. (2021 • 怀化) 定义 $a\otimes b=2a+\frac{1}{b}$，则方程 $3\otimes x=4\otimes 2$ 的解为(　　)。

A. $x=\frac{1}{5}$　B. $x=\frac{2}{5}$　C. $x=\frac{3}{5}$　D. $x=\frac{4}{5}$

[评析]该题属于新定义方程模型试题，该类试题灵活多变，考查学生对于新运算的理解与运用，突出关注学生抽象概括能力和模型思想基础功底，根据定义正确列出等式是解题关键，利用题中的新定义化简已知等式即可。

[参考答案]　B。

以上两个试题分别考查传统数学文化中的方程组问题和方程新定义问题，部分学生在解决这两类题型时因没有理解题意往往拿不到分，在含有数学文化背景的方程与不等式题中要求学生有较好的翻译能力，而在新定义题型中则需要学生正确理解定义运算法则并根据定义要求建立方程或不等式模型，对学生运用模型思想的灵活性要求较高。在数学教学中要重视培养学生的模型思想与学习迁移能力，加强数学阅读训练。

试题分析是数学教学中巩固数学基础知识，渗透数学思想的有效手段之一。在课堂的教学中，利用试题讲解的过程，借助试题的实际背景和情境给学生渗透建模思想，不仅有助于学生打牢基础，同时有益于培养学生的数学模型思想和创新意识。具体来说，在综合应用题中，带领学生学会找到关键点，挖掘隐藏条件，引导学生利用数量关系建立等式或不等式关系，构建问题求解的数学模型，启发学生借助数学建模的规律来进行思考，再结合相关条件及具体数学背景知识进行解答。分析问题的过程中可以适当复习回顾相应的知识点，巩固模型思想，锻炼学生综合运用知识的能力，提高学习数学的能力，可以在解决问题中学会举一反三。

3. 培养学生模型思想的建议

全省各地试题通过考查方程与不等式的综合应用能力与实际解决问题能力，突出对基础知识与基本

技能的考查；通过设置现实问题情境，考查学生对构建方程与不等式模型解决实际问题的能力；通过设置综合性问题，考查学生对方程与不等式模型的灵活应用。在发展学生建模能力，渗透模型思想的过程中应注意：

1) 激发学生建模兴趣，培养直觉思维

数学教学中要从实际出发，体现教学内容的合理性，将数学知识点与学生的日常生活体验相结合，与时代对应的热点相结合如前面列举的例题 1~3 就给出了很好的诠释，这样与实际紧密结合的数学能充分调动学生的学习兴趣。“方程与不等式”知识点是数学在具体的教学实践中可以突出建模思维的最常见的例子，在此数学板块内容的教学中，将身边的实践问题巧妙与数学结合，将带来事半功倍的效果，在对题目的逐一分析中，用相应代数式表示相关各量的过程是培养学生直觉思维的最好方式之一。

2) 训练问题转化意识，掌握基本模型思想

数学建模能力的培养要求学生能够熟练地运用类比联想、数形结合思想、替换思想等，将待解决问题转化成数学问题。模型思想的培养不是短期能完成的，必须结合具体内容，有针对性的进行。在实际教学过程中，应带领学生仔细分析相关模型的题目，充分引导学生进行问题的分析与转化，寻找问题中的等量(不等式)数学关系，从而学生的建模能力得到相应提高，模型思想也相应得到巩固加强。在该训练阶段中，核心关注点不是学生解决问题的结果，而是学生的具体思维变化，即运用模型思想、建立数学模型的过程。

3) 调动学生学习自觉性与主动性

数学模型思想的培养要以学生为中心[7]，树立学生的主人翁意识，充分调动学生学习的自觉性和主动性。首先可以在每次课堂上向学生讲明应该理解和掌握的内容，解释学习内容的价值；其次帮助学生找到属于自己的学习方式以至于达到学习要求；最后积极创造条件，让学生感受数学魅力。

4) 以赛促学，提高学生参与意识[8]

数学建模竞赛是检验学生能力的有效手段，同时通过竞赛可以加强学生参与意识，提高团队的协作能力，初中生的数学建模竞赛可以不同于一般的建模比赛，形式更为丰富，降低难度，如教师教学中可以借助数学内容组织学生自己结合生活情境编写合适的数学试题，使知识深化发展，让学生更好地感受数学模型思想，前面列举的中考试题给出了很好的启示。

4. 总结

中考是升学性质的选拔考试，因此中考试题中的数学建模试题一般具有标准参考答案，这与建模竞赛相对开放的标准有所不同。虽然，不能从学生试题解答中直接判定建模能力的强弱，但可以从中反映出学生对基本的建模思想、常用模型、基本方法等掌握程度，一定程度上可以看出学生建模潜质以及基本的建模功底。方程与不等式是初中数学的重点知识内容之一，是学生解决其他问题的工具。教学中应重视方程与不等式的建模能力及方程与不等式模型思想的培养。复习过程中，应当注重概念的相关认识、解法的具体步骤、应用模型的灵活性，使学生把方程与不等式模型当作解决问题的利器。同时，在教学中还应加强理想信念与传承传统文化引导，提升数学与综合素养。

致　谢

作者衷心感谢审稿专家提出的宝贵意见与建议!

基金项目

湖南省普通高等学校教学改革重点项目(湘教通[2021]298-HNJG-2021-0206)与湖南人文科技学院校企合作课程——初中数学解题研究(校教通(2020)115 号)。

参考文献

[1] 杨开学, 李建英. 立足基础·关注能力·聚焦素养——2020 年中考“方程与不等式”专题命题分析[J]. 中国数学教育, 2021(Z1): 27-33.

[2] 刘金英, 顾洪敏. 化繁为简, 大巧不工——2018 年中考“方程与不等式”专题命题分析[J]. 中国数学教育, 2019(Z1): 31-38.

[3] 王宗俊. 第二讲: 方程与不等式[J]. 初中生, 2016(15): 16-19.

[4] 徐艳. 刍议初中数学教学中学生核心素养的培养策略[J]. 中学数学, 2021(20): 74-75.

[5] 秦晓梅. 新课程背景下培养初中生数学建模能力的几点思考[J]. 考试周刊, 2019(49): 79-80.

[6] 张馨文, 郭继东. 数学文化在数学教学中的渗透研究热点及发展趋势[J]. 理论数学, 2020, 10(5): 463-470. https://doi.org/10.12677/PM.2020.105056

[7] 雷万鹏, 韩来庆, 王福胜, 等. 以“学生为中心”的学习理念在数学建模课程中的应用研究[J]. 教育进展, 2021, 11(6): 2152-2157. https://doi.org/10.12677/AE.2021.116334

[8] 白羽, 徐志洁, 何强, 等. 数学建模竞赛驱动下大学生创新能力培养模式的探索[J]. 教育进展, 2021, 11(5): 1490-1495. https://doi.org/10.12677/AE.2021.115228