

第二重要极限课程思政教学探索

曲立敏^{1*}, 范兴奎², 杜守旭¹

¹青岛滨海学院文理基础学院, 山东 青岛

²青岛理工大学理学院, 山东 青岛

收稿日期: 2022年3月22日; 录用日期: 2022年4月21日; 发布日期: 2022年4月29日

摘要

从实际案例出发, 本文探索第二重要极限的定义及应用。通过深入分析利滚利的本质, 得到数列, 进而得到第二重要极限。探索和思考用第二重要极限进行计算的关键问题, 引导学生主动思考、激发学生学习的积极性。在学习的过程中, 从实际问题抽象出数学模型, 培养学生的逻辑思维能力。最后, 将思想政治教育内容化为课程内容, 融入辩证思维, 鼓励学生积极探索自然和追求真理, 坚定理想信念, 弘扬社会主义核心价值观。

关键词

第二重要极限, 连续复利, 对数螺线

Exploration on Ideological and Political Education of the Second Important Limit Courses

Limin Qu^{1*}, Xingkui Fan², Shouxu Du¹

¹School of Arts and Science, Qingdao Binhai University, Qingdao Shandong

²College of Science, Qingdao University of Technology, Qingdao Shandong

Received: Mar. 22nd, 2022; accepted: Apr. 21st, 2022; published: Apr. 29th, 2022

Abstract

Starting from practical cases, this paper explores the definition and application of the second important limit. Through in-depth analysis of the essence of rolling profits, we can get the sequence, and then get the second important limit. It explores and considers the key problems of calculating

*通讯作者。

with the second important limit, to guide the students to think actively and stimulate the students' enthusiasm for learning. In the process of learning, it abstracts mathematical models from practical problems and cultivates the students' logical thinking ability. Finally, it turns the content of ideological and political education into curriculum content, integrates dialectical thinking, encourages the students to actively explore nature and pursue truth, strengthen ideals and beliefs, and carry forward socialist core values.

Keywords

The Second Important Limit, Continuous Compound Interest, Logarithmic Spiral

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

将课程思政有效地融入到课堂教学中，已经成为高校高等数学课程教学改革的一个重要任务。提高学生应用数学的意识，为自觉地应用数学思想方法和数学知识解决专业中的问题打下坚实的基础，从而提高学生的数学素养和整体素质。本文以第二重要极限的教学方法为例，从学生知识和能力背景出发，依托于“案例教学法”、“启发式教学法”等教学模式，使学生形象理解抽象概念，在此基础上，引导学生积极思考，激发学生主动学习的积极性。利用数学学科的特征，与学生专业相结合，发掘隐含在定义、定理、公式等中的思政元素，将人文精神与数学完美融合，提高学生分析问题、解决问题的能力。

19 世纪 20 年代，法国科学家柯西和德国数学家维尔斯特拉斯给出了严格的极限定义，才使得微积分学形成了完整的体系[1]。作为微积分的基础，极限思想反映的是一个变量和另一个已知量之间的无限接近。极限是整个微积分学的理论基础，是研究函数的基本工具。学好两个重要极限公式为后续学习打下基础尤为重要。

2. 教学设计思路

应用单调有界数列极限必存在这条公理，设计数学实验，证明极限的存在性，并使学生确信这个重要极限是无理数 e，结合学生的专业，讨论连续复利在理财产品中的应用，分析校园贷的本质，认识指数函数和等角螺线。最后从课程思政角度落脚到育人，培养学生追求真理，探索自然规律的科学精神，培养学生观察归纳举一反三的能力。

教学内容的内在联系和逻辑关系如图 1 所示：

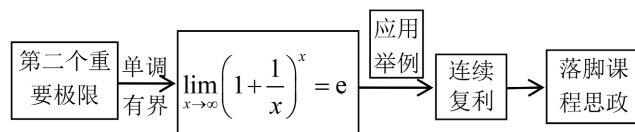


Figure 1. Logic diagram of teaching content
图 1. 教学内容逻辑图

3. 教学过程

随着越来越多的互联网金融工具的出现，人们的理财变得快捷方便，在计算利息时，某一计息周期

的利息是由本金加上先前周期所积累利息总额来计算的计息方式，也即通常所说的“利滚利”。

3.1. 问题设计，分析事物的本质

如果分别以每月、天、小时、秒以及每一刻(计息次数 n 趋于无穷大时)计息一次，本利和会无限制地增加吗？如果不会，本利和是否会趋于某一定值？即数列 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 会收敛于何值？为了看清本质，采用年利率 100% 投入 1 万元进行分析。

假设某理财产品年利率高达 100%，投入 1 万元，实行复利计息，计算一年后的本息和。

按月计算复利，本息和为 $\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12} \approx 2.613035$ (万元)；按天计算复利，本息和为 $\left(1+\frac{1}{365}\right)^{365} \approx 2.714567$ (万元)；按小时计算复利 $\left(1+\frac{1}{365 \times 24}\right)^{365 \times 24} \approx 2.71812$ (万元)；按秒计算复利，本息和为 $\left(1+\frac{1}{365 \times 24 \times 3600}\right)^{365 \times 24 \times 3600} \approx 2.7182717$ (万元)；计息次数 n ，本息和为 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 。这样，我们得到数列 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 。

3.2. 注重分析，培养学生的逻辑思维

对 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}\right\}$ 与 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 两个数列引导学生思考，并借助于 Matlab 数学软件编程画图，由图形可以发现，数列 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}\right\}$ 单调递减，且有下界；数列 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 单调递增且有上界，且两个数列的极限是相等的，从而 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 收敛。通过这一环节，使学生在数学学习中体会探索发现的乐趣。用 e 记这个极限值，即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$ ，这里 e 是无理数， $e = 2.7182818182845904\dots$ 。

1618 年，约翰·纳皮尔(1550~1617)找到了涉及对数的常数 e ；1683 年雅各布·伯努利(1655~1705)在研究连续复利时意识到，需以极限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 来描述。1727 年欧拉(1707~1783)开始用 e 来表示这个常数[2]，1737 年他证明了 e 是无理数并于 1748 年将 e 计算到小数点后 23 位。1873 年，夏尔·埃尔米特(1822~1901)证明了 e 是超越数。2016 年，罗恩·沃特金斯 e 被精确计算到小数点后 5×10^{12} 位。

3.3. 以问题驱动，激发学生学习兴趣

对于高校大学生来说，对各种信息的分辨能力比较薄弱，一部分学生未能形成合理的消费观，立场不坚定，无法抵抗物质的诱惑，但是经济条件不够，却一心追求享乐的生活。在这样的情况下，“校园贷”的出现让他们有了获取金钱满足虚荣心理的渠道。引入复利问题作为案例，例如大学生借 4000 元“校园贷”两个月变成 5 万债务，让学生明白这些都是复利惹的祸，这就是典型的“利滚利”。

设问：同学们想知道这些都是如何算出来的吗？其实这就是第二个重要极限的应用，我们应用第二个重要极限，分析“利滚利”的本质，就明白这些现象的实质了。例如学生贷款 10,000 元，地下钱庄扣除

2000 元利息, 给学生 8000 元, 我们可以算一下, 一年期后学生需要还多少钱? 解答如下: 月利息为 $2000 \div 8000 = 25\%$, 年利率为 $25\% \times 12 = 300\%$, 一年期后学生需要还 $10000 \times e^3 \approx 20.1$ 万。

校园贷通过收取分期手续费和利息盈利, 其特点是周期短, 额度小, 使用“障眼法”, 使最终年利率极高, 已属于不受法律保护的高利贷。大学生的社会认知能力差, 消费观正在形成中, 防范意识较弱。很多大学生被蒙骗去贷款或替别人贷款, 最后特别容易出现因高额违约金而还不上款的情况, 导致经济纠纷, 影响大学生心理健康。因此, 引导学生要形成正确的人生观、世界观、价值观, 养成不铺张浪费, 不与他人攀比, 勤俭节约的好习惯[3]。

通过对“校园贷”案例的分析, 以问题驱动, 激发学生学习数学的兴趣, 也借此情境为思政教育埋下伏笔。利用 Matlab 进行实验, 引导学生自主探究, 解决问题。通过对常数 e 发展历程的介绍, 融入简要的数学史, 教育学生在探索自然和追求真理的过程中, 必须以求真务实的态度, 不断前进, 勇攀高峰。

3.4. 深入研究, 融入课程思政

若本金为 k , 可无限次计息, 则 t 年后的本息和为 ke^{at} 。这样, 我们就由 e 拓展到指数函数 $y = ke^{at}$, 由 e 的意义可知, 指数函数是增长的函数, 可用于任何以恒定速率 a 连续增(衰减)的事物, 在经过时间 t 后的数量计算。如资本的积累、放射性衰减、细菌的生长等。

如果把直角坐标系转换为极坐标系 $\rho = ke^{at}$, 增长的函数化为极坐标就是非常重要的对数螺线, 也叫等角螺线、生长螺线。鹦鹉螺的螺线型外形可以在拉长一段距离的情况下, 维持住整体的紧密结构, 保持一定的强度。这种结构是一种能用最少材质构成坚固结构的造型。如在自然界中存在的能量差, 导致自然界中物体的在运动时总是偏向某个角度, 随着时间的推移, 最终就形成了规律的等角螺线, 如向日葵种子的排列、旋涡以及星系的形状等。

其实, 随着社会的发展, 各行各业也在有规律的地内旋, 随着内旋程度的加大以及角速度的加大, 我们每个人的努力半径也会越来越大。在为实现“中国梦”而努力奋斗的群体中, 当代青年大学生是一股不可忽视的中坚力量, 我们大学生也有历史担当, 在 2022 年北京冬奥会期间, 志愿者报名人数超过 100 万, 在最终录用的 1.9 万名赛会志愿者中, 35 岁以下的占 94%, 用青春力量助力北京冬奥会。一张张灿烂的青春笑脸, 一道道流动的志愿风景线, 展现了昂扬向上的精神风貌, 为冬奥盛会增添亮丽色彩。特别是志愿者的奉献, 向世界展现了中国阳光、富强、开放的良好形象。来自清华大学的志愿者孙泽宇一句热情问候“Welcome to China!”让美国队运动员特莎·莫德热泪盈眶, 对中国之旅念念不忘, 青年志愿者用动人的微笑和专业的服务让各国参赛人员感受到爱和温暖, 让青春再次成为奥运舞台上最美的底色。历史和现实都告诉我们, 青年一代有理想、有担当, 国家就有前途, 民族就有希望, 实现我们的伟大中国梦就有源源不断的强大力量。我们大学生应树立远大理想, 敢于有梦、勇于追梦、勤于圆梦, 肩负起民族复兴的时代重任, 做担当民族复兴大任的时代新人。

4. 结束语

运用案例教学法和启发式教学法, 引导学生主动思考、激发学生学习的积极性。在学习的过程中, 从实际问题抽象出数学模型, 培养学生的逻辑思维能力。在授课过程中, 借助几何图形, 使学生意识到数学学习的意义, 体会到数学学习的乐趣, 奠定后续微积分学习的基础。在教学中, 从课程思政的视角理解概念及定理, 能够有效克服微积分学习的抽象性, 提高课堂的趣味性, 加深学生在学习微积分中对概念的本质的思考。将微积分的课程教学与育人要求、价值观念相融入, 既可推进“思政教育”在人才培养的覆盖面, 又可以加深学生对知识内容的深入理解, 培养大学生的人生观、世界观和价值观, 实现学识眼界与道德情操双丰收。

基金项目

2021 年山东省本科教学改革研究重点项目(编号: Z20211114); 2021 年青岛滨海学院校级教学改革项目(编号: 2021JY06)。

参考文献

- [1] 莫里斯·克莱因. 古今数学思想[M]. 石生明, 万伟勋, 孙树本, 译. 上海: 上海科技出版社, 2014.
- [2] 庞荣波. 浅谈自然常数 e 的命名者——欧拉[J]. 科教文汇(上旬刊), 2009(1): 274.
- [3] 冉隆平, 李魁华, 王国栋. 大学生网络借贷的风险与对策分析[J]. 中国高等医学教育, 2016(12): 57-58.