

# Dissipative Structure Model of the Moving Boundary\*

Jianfeng Wan, Shipu Chen

School of Materials Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai  
Email: jfwan@sjtu.edu.cn

Received: Aug. 17<sup>th</sup>, 2012; revised: Aug. 26<sup>th</sup>, 2012; accepted: Sep. 5<sup>th</sup>, 2012

**Abstract:** Base on the dissipative principles, the moving interface between martensite and parent can be taken as the dissipative structure. The equation of the moving dissipative interface could be expressed as

$\varphi_{tt} - C^2 \varphi_{xx} + M \varphi_t + N \varphi_x + \omega_0^2 \sin(\varphi) = F$  in which  $M \neq 0$ ,  $N \neq 0$ ,  $F > \omega_0^2$ . Compared with the martensitic transformation, its reverse transition may have some differences such as the direction of interfacial motion, the dissipative coefficient, and the interfacial resistance, which decided a different equation of interfacial motion for the reverse transition. This kind of interface during the reverse transition is still a type of dissipative structure.

**Keywords:** Moving Boundary; Dissipative Structure; Martensite; Reverse Phase Transition

## 运动相界面的耗散结构模型\*

万见峰, 陈世朴

上海交通大学材料科学与工程学院, 上海  
Email: jfwan@sjtu.edu.cn

收稿日期: 2012年8月17日; 修回日期: 2012年8月26日; 录用日期: 2012年9月5日

**摘要:** 基于耗散结构原理, 我们得到马氏体相变中的运动相界面是耗散结构。具有耗散结构的相界面运动方程可表示为:  $\varphi_{tt} - C^2 \varphi_{xx} + M \varphi_t + N \varphi_x + \omega_0^2 \sin(\varphi) = F$ , 其中  $M \neq 0$ ,  $N \neq 0$ ,  $F > \omega_0^2$ 。马氏体逆相变中相界面由于运动方向相反, 其耗散系数、界面应力与正相变不同, 逆相变的相界面运动方程与正相变也有所差异, 但逆相变中的运动相界面同样属于能量耗散体系。

**关键词:** 运动相界面; 耗散结构; 马氏体; 逆相变

### 1. 引言

合金的形状记忆效应来自于马氏体相变及其逆相变<sup>[1]</sup>。正相变中马氏体的长大及逆相变中马氏体的消失是依靠相界面的运动来进行的<sup>[2]</sup>。大多研究者认为界面在运动的过程中存在界面摩擦, 并用不同的方法对摩擦时的能量损失进行了计算<sup>[3,4]</sup>, 但是对这个能量损失的物理本质却不能给出合理的解释。有人认为, 界面移动时从界面前方流进的声子数大于来自后

面的声子数, 从而导致能量的损失, 但是它不能解释这个能量损失是不可逆的特性, 因为在马氏体的逆相变中同样存在能量的损失, 而且在 Fe-Mn-Si 合金中这项能量损失很大, 一个重要证据是合金的热滞大多超过 100 K<sup>[5]</sup>。这种所谓的“摩擦”不同于其它宏观物体的摩擦是发生在两相接触的表面(如固体在液态和气体中运动时的摩擦), 而是在运动界面的内部就静悄悄地耗散了。本文根据相界面的特性, 建立马氏体相变中运动相界面的耗散结构模型, 并对一些实际问题进行讨论。

\*基金资助: 国家自然科学基金(No. 50571066, 51171112)和教育部留学回国人员科研启动基金。

## 2. 耗散结构的形成条件

耗散结构是普利高津在 1965 年首先提出的, 并建立了耗散结构理论<sup>[6,7]</sup>。相对平衡结构是“死”的有序化结构(如晶体和液体), 耗散结构则是“活”的有序化结构, 如相干图像的激光束, 化学反应中的有序结构, 动物本身以及一个城市的有序性, 在一定条件下, 都可看成是非平衡状态下耗散结构的实例。但构成耗散结构必须满足以下条件: 体系属于开放体系, 和外界存在物质和能量的交换; 体系远离非平衡状态; III.体系内部存在非线性动力学机制。

## 3. 运动相界面的结构模型

### 3.1. 相界面是耗散结构

对热诱发马氏体相变, 推动相界面运动的作用力是化学驱动力 $\Delta G_{ch}$ ; 当存在外部应力时, 相界面的驱动力中将增加外加应变能 $\Delta G_{\sigma}$ , 即运动的相界面和外界存在能量交换, 另外相界面的一个重要作用是把一定结构的母相变成另一种结构的马氏体, 所以相界面在运动中是一个开放体系; 金属及合金的塑性变形是一个典型的远离热力学平衡的非线性过程, 马氏体相变时的相变塑性是由相界面的运动引起的, 从位错的角度, 相界面由位错组成, 数学意义上的位错是孤立子。因此, 相界面在运动时是耗散结构, 它是一个耗散系统。

### 3.2. 相界面的动力学方程

徐祖耀等<sup>[2]</sup>将孤立子理论应用到热弹性合金的马氏体相变中, 并得到了马氏体的界面运动方程。但对于那些不属于此类相变的相界面的运动方程没有讨论, 所以这个方程是一个理想的界面运动方程, 它没有考虑能量的耗散, 晶格的微扰以及当发生应力诱发马氏体相变时外力的作用, 故不能作为具有耗散结构的相界面的运动方程。下面针对这三个问题对原方程进行改进, 以期得到满足耗散条件的动力学方程。为了便于分析, 我们给出三个假定:

1) 在阻尼振动中的摩擦用  $m \cdot d\varphi/dt$  来表征( $m$  为摩擦系数), 所以将相界面的能量耗散相定义为:

$M \cdot d\varphi/dt = M\varphi_t$ ,  $M$  是耗散系数;

2) 用晶格的微扰来取代周期性势场的影响, 将  $r$  取为 0, 晶格的微扰定义为:  $N\varphi_t = N\varphi_x$ ,  $N$  为扰动

参数;

3) 当体系存在恒定的外部应力时, 在界面运动方程中用  $F$  表示,  $F$  为常数。

根据以上三个假定, 可得到马氏体相界面的运动方程为:

$$\varphi_{tt} - C^2\varphi_{xx} + M\varphi_t + N\varphi_x + \omega_0^2 \sin(\varphi) = F \quad (1)$$

令  $\varphi(x, t) = \varphi(x - vt) = \varphi(\xi)$ , 对上式化简得到:

$$(v^2 - C^2)\varphi_{\xi\xi} + (M - vN)\varphi_{\xi} + \omega_0^2 \sin(\varphi) = F \quad (2)$$

方程(1)或(2)即为具有耗散特性的相界面运动方程。

## 4. 分析与讨论

当  $M = v$ ,  $N = F = 0$  时, 上述方程为热弹马氏体的理想界面方程, 此时的相界面不具有耗散性, 方程的解是孤立子;

当  $M = v$ ,  $N = F \neq 0$ , 方程为存在恒定外部应力的界面方程, 相界面没有耗散性, 对方程(2)化简得:

$$\varphi_{\xi\xi} + A \sin(\varphi) = B \quad (3)$$

其中  $A = \omega_0^2 / (v^2 - c^2)$ ,  $B = F / (v^2 - c^2)$ , 方程(3)的解已经不是孤立子。

当  $M = 0$ ,  $vN \neq 0$  时, 相界面具有耗散性, 在界面的移动中存在能量的损失, 这是一种摩擦, 后面时刻系统的总能比前一时刻的小, 所以此时的界面不是耗散结构, 而仅属于耗散系统。

当  $M \neq 0$  时, 运动的相界面才可能具有真正的耗散结构, 因为  $F$  的值对最后的结果有影响。取  $F \neq 0$ , 即界面没有受到应力的作用, 且  $M - vN \neq 0$ , 得到此时的界面方程为:

$$(v^2 - C^2)\varphi_{\xi\xi} + (M - vN)\varphi_{\xi} + \omega_0^2 \sin(\varphi) = 0 \quad (4)$$

将方程(3)转化为方程组:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\xi} &= \psi \\ (v^2 - C^2)\varphi_{\xi\xi} + (M - vN)\psi + \omega_0^2 \sin(\varphi) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

在相平面上, 方程(5)的轨线满足方程:

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{1}{(C^2 - v^2)} \left[ (M - vN)\psi + \omega_0^2 \sin(\varphi) \right] \quad (6)$$

上述方程的奇点为

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= k\pi \left( |k| = 0, 1, 2, \dots \right) \\ \psi &= 0 \end{aligned} \right\}$$

奇点对应于稳定或不稳定的平衡状态;几乎对一切起始条件,该系统都趋近与一种稳定的平衡状态,且方程(4)没有周期运动。而根据耗散结构的定义,耗散结构属于稳定的非平衡状态,所以 $F$ 等于0的假设不正确。事实也正是如此,界面运动时除化学驱动力外,还有界面前后两相由于点阵常数的不同所附加的应变能,这正是 $F$ 的起因。存在应力作用的界面方程为:

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{1}{(C^2 - v^2)} \left[ (M - vN)\psi + \omega_0^2 \sin(\omega) - F \right] \quad (7)$$

它的每一个解都在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义,且如果存在周期解,则这些解的周期一定是 $2\pi$ 。当 $F > \omega_0^2$ ,方程(7)不具有奇点,则系统处于非平衡状态,此时的运动界面必是耗散结构。

马氏体相变的一个主要特征是存在热滞,对于热弹马氏体相变,热滞比较小( $< 50$  K),如Cu基形状记忆合金,热滞只有10~20 K,其界面摩擦损耗也非常小( $\sim 10$  J/mol)<sup>[8]</sup>。Ni<sub>2</sub>MnGa合金的热滞也比较小,实验测定其界面摩擦损耗小于30 J/mol<sup>[9]</sup>。而Fe-Mn-Si合金是半热弹记忆合金,我们以前的计算表明其热滞与界面能和应变能有关<sup>[5]</sup>。热滞的存在表明正逆相变均存在能量耗散,而且两者之间可能有所差异。加热时材料发生马氏体逆相变,借助于马氏体/奥氏体相界面完成马氏体向母相奥氏体的转化,这个过程同样与相界面密切相关,同正相变相比只是相界面运动的方向发生了变化,所以仍然可以用方程(7)来表示逆相变时的界面运动特征。其主要区别体现在界面应力,在正相变过程中,界面应力主要是阻力项,而逆相变是界面应力则为驱动力,所以正逆相变的运动方程中的 $F$ 符号应当相反;另外考虑到正相变时的界面推移是从马氏体到奥氏体,界面可看做是在奥氏体中运动,而逆相变时是从奥氏体到马氏体,界面的运动相应可看做是在马氏体中运动,由于两者的晶体结构等物理特性不同,所以界面耗散系数也不同,界面应力大小也有差别,所以逆相变时马氏体相界面的运动方程可表示为:

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{1}{(C^2 - v^2)} \left( (M' - vN')\psi + \omega_0^2 \sin(\omega) + F' \right) \quad (8)$$

由于两个方程中符号 $F$ 相反,所以上述方程的解与方程(7)的解会有所差别,但依然可得到方程(8)的每一个解都在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义;若存在周期解,则这些解的周期也为 $2\pi$ ;当 $F > \omega_0^2$ ,方程(8)不具有奇点,系统处于非平衡状态,此时的运动界面也呈现耗散结构。马氏体相变及其逆相变的原位观察表明<sup>[2]</sup>,在试样表面总会存在痕迹,表明正逆相变还存在细微的差别,不能完全恢复,这可以从其运动方程得到解释,而且马氏体相界面在往返运动过程中的阻尼也会有所不同,尽管在晶体学上证明是完全可逆的。

## 5. 结论

基于界面运动方程和能量耗散原理,我们得到马氏体相变中,运动的相界面可构成耗散结构;具有耗散结构的相界面运动方程可表示为:

$$\varphi_{tt} - C^2 \varphi_{xx} + M \varphi_t + N \varphi_x + \omega_0^2 \sin(\varphi) = F$$

其中 $M \neq 0, N \neq 0, F > \omega_0^2$ 。马氏体逆相变中的相界面也可构成耗散结构,由于运动方向相反,其耗散系数、界面应力与正相变不同,其界面运动方程与正相变也有所差异,但逆相变中的运动相界面同样属于能量耗散体系。

## 6. 致谢

感谢徐祖耀院士和戎咏华教授的关心与支持。

## 参考文献 (References)

- [1] 徐祖耀. 形状记忆材料[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
- [2] 徐祖耀等. 马氏体相变与马氏体[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [3] G. B. Olson, M. Cohen. Thermoelastic behavior in martensitic transformations. Scripta Metallurgica et Materialia, 1975, 9: 1247-1253.
- [4] G. B. Olson, M. Cohen. Reply to "on the equilibrium temperature in thermoelastic martensitic transformations". Scripta Metallurgica et Materialia, 1977, 11: 345-347.
- [5] 万见峰, 陈世朴, 徐祖耀. Fe-Mn-Si合金相变热滞的理论计算[J]. 金属学报, 2005, 41(8): 795-798.
- [6] R. J. Donnelly, R. Herman and I. Prigogine. Non-equilibrium thermodynamics, variational techniques and stability. Chicago: The University of Chicago Press, 1965.
- [7] I. Prigogine, P. Glansdorff. Variational properties and fluctuation. Theory Physica, 1965, 31(8): 1242-1256.
- [8] 邓永瑞. 马氏体相变理论[M]. 北京: 科学出版社, 1993.
- [9] 崔玉亭, 朱亚波, 廖克俊, 王万录. Ni<sub>2</sub>MnGa单晶马氏体相变过程摩擦耗能的热动力学计算[J]. 物理学报, 2004, 53: 861-866.