Dynamical Systems and Control 动力系统与控制, 2017, 6(2), 54-59
Published Online April 2017 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/dsc
https://doi.org/10.12677/dsc.2017.62007

Hans汉斯

Study on Chaotic System Synchronization of Adaptive Fractional Order Lur'e in Secure Communication

Yajuan Qiao[1,2*], Liya Wang[1,2], Bingfang Wang[1], Yanpeng Shi[1], Chao Ge[1], Huihang Lai[1]

[1]College of Information Engineering, North China University of Technology, Tangshan Hebei
[2]Innovation Laboratory of Mathematical Modeling, North China University of Technology, Tangshan Hebei
Email: *qiaoyajuanstu@163.com

Received: Apr. 5th, 2017; accepted: Apr. 26th, 2017; published: Apr. 30th, 2017

Abstract

Based on the Lyapunov-Krasovskii stability theory, linear matrix inequality and free weight matrix method, the fractional synchronization of Lur'e system with time-delay chaotic system based on adaptive data is designed. A new delay-dependent exponential synchronization criterion is proposed. And the corresponding adaptive data controller is designed. The controller designed by Matlab simulation verifies the error system to reach the equilibrium point at a faster speed. The research in secure communication, which is based on the adaptive time-delay chaotic Lur'e system, can be applied to the time-delay Chua circuit and can be extended to other fields.

Keywords

Fractional Order, Lur'e Chaotic System, Synchronization, Secure Communication

自适应分数阶Lur'e混沌系统同步在保密通信的研究

乔亚娟[1,2*]，王丽亚[1,2]，王兵芳[1]，师燕鹏[1]，葛　超[1]，来晖航[1]

[1]华北理工大学信息工程学院，河北 唐山
[2]华北理工大学数学建模创新实验室，河北 唐山
Email: *qiaoyajuanstu@163.com

收稿日期：2017年4月5日；录用日期：2017年4月26日；发布日期：2017年4月30日

*通讯作者。

文章引用: 乔亚娟, 王丽亚, 王兵芳, 师燕鹏, 葛超, 来晖航. 自适应分数阶 Lur'e 混沌系统同步在保密通信的研究[J]. 动力系统与控制, 2017, 6(2): 54-59. https://doi.org/10.12677/dsc.2017.62007

摘　要

本文基于Lyapunov-Krasovskii稳定性理论，线性矩阵不等式及自由权矩阵方法，设计了基于自适应数据的时滞混沌系统Lur'e系统的分数同步，提出了一种新的时滞相关指数同步判据，并设计了相应的自适应数据控制器。经Matlab仿真验证设计的控制器使得误差系统以较快的速度到达平衡点。本文研究的基于自适应时滞混沌Lur'e系统的保密通信研究可拓展应用到时滞Chua电路等，具有推广性。

关键词

分数阶，Lur'e混沌系统，同步，保密通信

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

混沌系统因其具有内随机性、连续宽谱及对初值极为敏感的特点在通信保密领域具有长远的应用前景[1]。随着研究任意阶次微积分算子的分数阶微积分的发展，分数阶混沌系统被提出和研究。分数阶系统具有更大的密钥空间，并且具有普遍性，使得分数阶混沌系统在通信保密领域具有更高的使用价值。一些分数阶混沌的方法如投影同步、耦合同步、主动控制同步、反馈控制同步、自适应控制同步等为其在保密通信领域的应用提供了理论基础。自 Pecora 和 Carroll 创造性提出的混沌系统的驱动——响应同步以来，混沌同步的理论价值在保密通信、信息处理等领域受到广泛的关注[2]。各种实现混沌同步的方法相继被提出，如混沌神经网络基于分散控制的驱动——响应同步，四维混沌系统基于自适应控制的改进投影同步，混沌系统基于可靠反馈控制的完全同步，混沌 Lur'e 系统基于时滞反馈控制的完全同步等[3]。

其中，Lur'e 系统是一种典型的非线性系统，并且该系统的非线性项满足一个扇形有界的约束条件，Lur'e 系统能够表述许多实际控制电路，如 n-涡卷超混沌吸引子等[4]。Lur'e 系统的方法有：利用常时滞输出反馈控制器给出两个相同的混沌 Lur'e 系统的完全同步，时滞混沌 Lur'e 系统的指数同步等。本文为了增加系统的可适用性，在改进的基础上研究一个分数阶带有采样数据时滞混沌 Lur'e 系统的混沌同步。

2. 时滞混沌 Lur'e 系统

2.1. 系统描述

考虑以下两个时滞混沌 L'ure 系统[5]：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + A_2 x(t-d_1(t)) + B_1\varphi_1(D_1 x(t)) + B_2\varphi_2(D_2 x(t-d_1(t))) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_1 z(t) + A_2 z(t-d_1(t)) + B_1\varphi_1(D_1 z(t)) + B_2\varphi_2(D_1 z(t-d_1(t))) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases} \tag{2}$$

其中，$x(t)\in R^n$ 和 $z(t)\in R^n$ 分别为驱动系统和响应系统的状态变量，$p(t)\in R^t$ 和 $q(t)\in R^t$ 为系统的输出变量，$u(t)\in R^n$ 为控制输入，$A_1\in R^{n\times n}A_2\in R^{n\times n}B_1\in R^{n\times m}$ $B_2\in R^{n\times m}D_1\in R^{n\times m}D_2\in R^{n\times m}$ 和 $C\in R^{l\times n}$ 为已知常数的矩阵，$d_1(t)$ 为时变时滞且满足 $0\le d_1(t)\le h_1$ $\dot{d}_1(t)\le\mu$。$h_1>0,\mu>0$ 为常数。

2.2. 系统特性

定义同步误差 $e(t)=x(t)-z(t)$ 则由驱动系统(1)和响应系统(2)可得误差系统为：

$$\dot{e}(t)=A_1e(t)+A_2e(t-d_1(t))+B_1\eta_1(D_1e(t))+B_2\eta_2(D_2e(t-d_1(t)))-u(t)$$

其中，$\eta_i(D_ie(\cdot))=\varphi_i(D_ie(\cdot)+D_iz(\cdot))-\varphi_i(D_iz(\cdot)),i=1,2$

在文[6] $\sigma_j^-=0$，$\delta_j^-=0$ 的基础上，引入下界 $\delta_j^-\sigma_j^-$，进行改进扇形条件，使其更具有普遍的推广性，使得 $\sigma_j^-\le\dfrac{\varphi_{1j}(x)-\varphi_{1j}(z)}{x-z}\le\sigma_j^+$，$\delta_j^-\le\dfrac{\varphi_{2j}(x)-\varphi_{2j}(z)}{x-z}\le\delta_j^+$。

由此可得 $\eta_{ij}(\cdot)$ 满足以下条件：

$$\sigma_j^-\le\frac{\eta_{ij}(D_{1j}e)}{D_{1j}e}=\frac{\varphi_{1j}(D_{1j}(e+z))-\varphi_{1j}(D_{1j}z)}{D_{1j}(e+z)-D_{1j}z}\le\sigma_j^+ \tag{3}$$

$$\delta_j^-\le\frac{\eta_{2j}(D_{2j}e)}{D_{2j}e}=\frac{\varphi_{2j}(D_{2j}(e+z))-\varphi_{2j}(D_{2j}(z))}{D_{2j}(e+z)-D_{2j}(z)}\le\delta_j^+ \tag{4}$$

其中，如图 1 所示 $e,z\in R^n$，$D_{ij}e\ne0,i=1,2,j=1,2,\cdots,m$，$D_{ij}$ 为 D_i 的第 j 行向量。

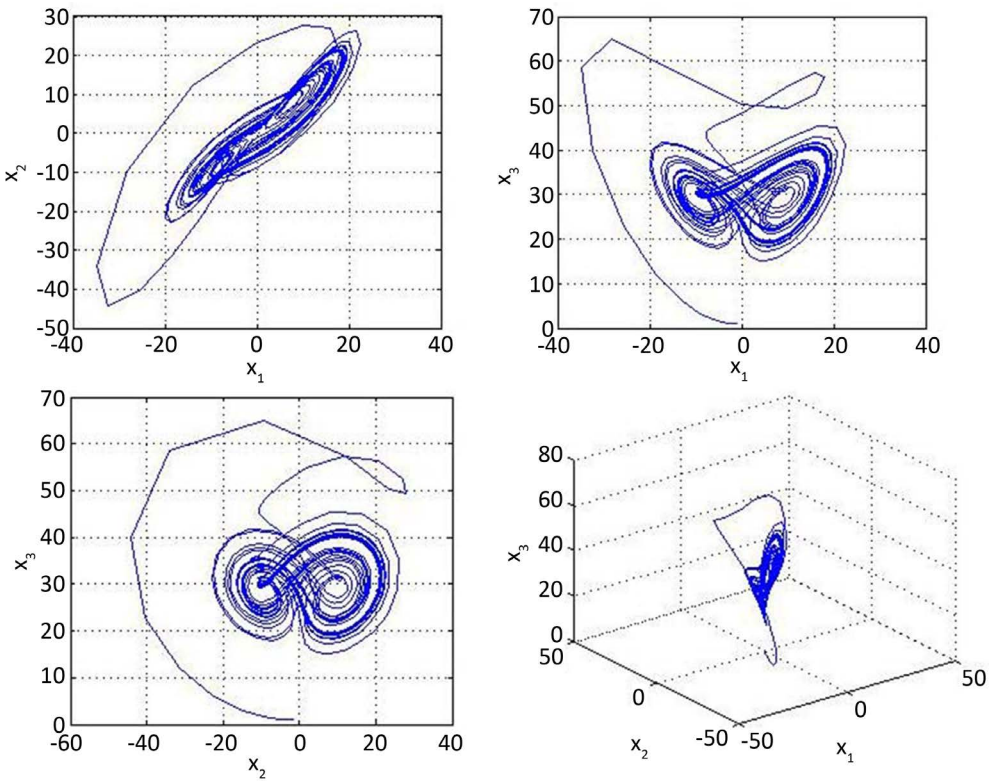

Figure 1. Attractor of the chaotic system of fractional order L'ure obtained by numerical simulation
图 1. 数值模拟得到的分数阶 L'ure 混沌系统吸引子

2.3. 设计三维分数阶混沌误差系统

$$\frac{\mathrm{d}^q x}{\mathrm{d}t^q} = f_1(x,z) \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}^q z}{\mathrm{d}t^q} = f_2(x,z) \tag{6}$$

其中，$0<q<1$，$z\in R^1$，$x\in R^2$ 为误差系统的变量，f_1 和 f_2 为非线性连续微分方程，且 $f_1(0,0)=f_2(0,0)=0$。

假设 1：函数 $f_1(x,z)$ 在 $z=0$ 附近是平滑连续的，其子系统对于所有的渐近稳定于原点；

注 1：本文研究的为分数阶时滞混沌 L'ure 系统，可以推广应用到其他一般系统；

注 2：函数 $f_1(x,z)$ 在 $z=0$ 附近平滑连续，即存在 λ_0,λ_1 满足：

$$\left\| f_1(x,z)-f_1(x,0)\right\| \le \lambda_0 |z| \tag{7}$$

$$\|x\|_1 \le \lambda_1 |z| \tag{8}$$

2.4. 自适应控制器

为了使误差系统稳定在平衡点 $x=0$，$z=0$，本文设计自适应控制器 u，使得 $u=-ks$

s 定义为：

$$\frac{\mathrm{d}^{1-q} s}{\mathrm{d}t^{1-q}} = z \tag{9}$$

其中 k 为自适应律，θ 为任意正实数；

$$k=\theta s^2 \tag{10}$$

定理 1：从任何初始值出发，误差系统(5) (6)在控制器(9)和自适应律(10)的作用下渐近稳定[7]。

考虑以下 Lyapunov 函数[8]：

$$V(t)=\frac{1}{2}s^2+\frac{1}{2\theta}\left(k-k^*\right)^2 \tag{11}$$

其中，$k^*>\lambda_2\lambda_3$ 将上式求导可得：

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= s\dot{s}+\left(k-k^*\right)\frac{k}{\theta} \\
&= s\frac{\mathrm{d}^a z}{\mathrm{d}t^a}+\left(k-k^*\right)\frac{k}{\theta} \\
&= s\left(f_2(x,z)-ks\right)+\left(k-k^*\right)s^2 \\
&\le \lambda_2|s||z|-ks^2+\left(k-k^*\right)s^2 \\
&\le \lambda_2\lambda_3 s^2-ks^2 \\
&\le -\left(k^*-\lambda_2\lambda_3\right)s^2 \\
&\le 0
\end{aligned} \tag{12}$$

根据 Barbalat 定理[9]，随着时间的演化，可以得到随着 $s\to 0$，有 $z\to 0$。并且根据假设 1 可知随着时间的演化 $x\to 0$，最终 z，x 都逐渐趋近于 0。

3. 数值仿真

通过数值仿真模拟[10]得到系统的误差同步图，如图 2~图 4 所示。由图中可以看出，驱动系统与相

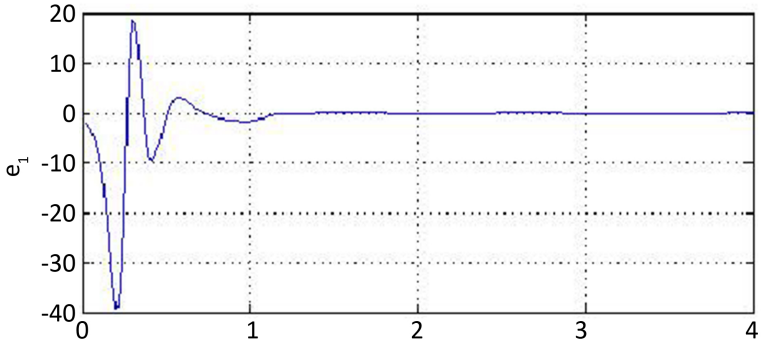

Figure 2. Synchronization error c_1 evolution in chaotic systems of fractional order Lur'e

图 2.分数阶 Lur'e 混沌系统同步误差 c_1 演化图

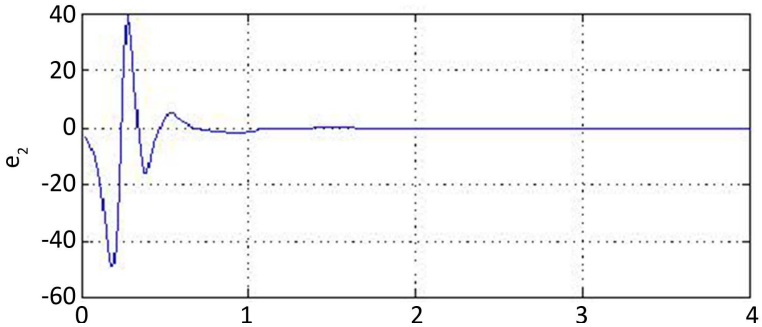

Figure 3. Synchronization error c_2 evolution in chaotic systems of fractional order Lur'e

图 3.分数阶 Lur'e 混沌系统同步误差 c_2 演化图

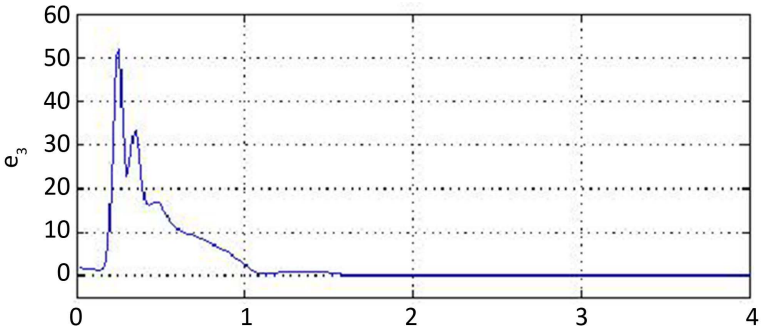

Figure 4. Synchronization error c_3 evolution in chaotic systems of fractional order Lur'e

图 4.分数阶 Lur'e 混沌系统同步误差 c_3 演化图

应系统在较短时间内便趋近于同步。

在响应系统与驱动系统保持同步之后，利用响应系统 x_1 的变量对信号 S 进行相加运算即掩盖加密[11]，加密后的信号成为 (x_1+S)，将此信号进行发送，驱动系统即接受者接收到此加密后的信号对其进行解密即 $(x_1+S)-y_1$ 我们已经知道驱动系统与响应系统在同步控制器的作用下保持了一致即 $e_1=x_1-y_1=0$，因此有 $(x_1+S)-y_1=x_1+S-x_1=S$ 这样便能够把信息恢复出来。

4. 结论

本文以时滞混沌 Lur'e 系统为例，研究其动态特性及其时滞系统的混沌特性，并提出了一种自适应

非线性反馈控制器，实现了时滞混沌 Lur'e 系统的自时滞混沌同步。该控制器只包含当前的系统状态，不涉及时滞因数，且只对部分状态进行控制，原理简单，易于工程实现。自时滞同步使时滞系统和原系统同步，能够避免现实中因为时滞而产生的各种问题。它是自同步的扩展，进一步拓宽了研究同步问题的视野，具有非常重要的现实意义和理论价值。同时，时滞混沌系统应用在混沌保密通信中也可以更好地提高保密性能。

基金项目

河北省自然科学基金(项目编号 F2016209382)双边遥操作多机器人系统时滞依赖协同控制研究；河北省唐山市华北理工大学大学生创新训练项目(X2016110)混沌同步在 WSN 通信加密的应用。

参考文献 (References)

[1] Zhang, C.K., He, Y. and Wu, M. (2009) Improved Global Asymptotical Synchronization of Chaotic Lur'e Systems With Sampled-Data Control. *IEEE Transactions on Circuits & Systems II Express Briefs*, **56**, 320-324. https://doi.org/10.1109/TCSII.2009.2015388

[2] Wu, Z.G., Shi, P., Su, H., *et al*. (2013) Sampled-Data Exponential Synchronization of Complex Dynamical Networks With Time-Varying Coupling Delay. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, **24**, 1177-1187. https://doi.org/10.1109/TNNLS.2013.2253122

[3] Lee, T.H., Wu, Z.G. and Ju, H.P. (2012) Synchronization of a Complex Dynamical Network with Coupling Time-Varying Delays via Sampled-Data Control. *Applied Mathematics & Computation*, **219**, 1354-1366.

[4] 刘锦梅, 邢广霞, 高岩波. 带有采样数据时滞混沌 Lur'e 系统的指数同步[J]. 信息与控制, 2016, 45(1): 32-39.

[5] 张芳芳, 刘树堂, 余卫勇. 时滞复 Lorenz 混沌系统特性及其自时滞同步[J]. 物理学报, 2013, 62(22): 60-68.

[6] 王树周. 分数阶改进 Liu 超混沌系统的同步研究[D]: [硕士学位论文]. 长春市: 东北师范大学, 2015.

[7] 张鑫. 混沌同步及其在保密通信中的应用[D]: [硕士学位论文]. 杭州市: 浙江工业大学, 2006.

[8] 汪学兵, 张林华, 李传东. 混沌同步及其在保密通信中的应用[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(5): 127-129.

[9] 郭克. 混沌同步及其在保密通信中的应用[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安工业大学, 2013.

[10] 曹鹤飞. 基于分数阶混沌系统同步的保密通信及硬件实现[D]: [博士学位论文]. 石家庄: 河北师范大学, 2012.

[11] 张芳芳, 刘树堂, 余卫勇. 时滞复 Lorenz 混沌系统特性及其自时滞同步[J]. 物理学报, 2013, 62(22): 60-68.

Hans 汉斯

期刊投稿者将享受如下服务：

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：http://www.hanspub.org/Submission.aspx
期刊邮箱：dsc@hanspub.org