

# Calculation of Instantaneous Stiffness of Concrete Filled Steel Tubular Components

Yifei Liao<sup>1,2</sup>, Shanshan Jiang<sup>1,2</sup>, Tian Lan<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>College of Civil and Architecture Engineering, Guangxi University, Nanning Guangxi

<sup>2</sup>The Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety of the Education Ministry, Guangxi University, Nanning Guangxi

Email: liaoyifei\_1117@163.com

Received: Apr. 16<sup>th</sup>, 2019; accepted: May 1<sup>st</sup>, 2019; published: May 8<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

In the static and dynamic elastoplastic analysis of steel-concrete composite structure, concrete-filled steel tubular components are generally separated into beam elements. The stiffness of the unit is an important mechanical parameter during the process of calculation. It can describe the degree of extension of plastic deformation along the depth of section and nonlinear variation of internal force. Therefore, it is necessary to calculate repeatedly the instantaneous stiffness of the section under the step loading. The accuracy of calculation and efficiency influences the analysis results of structure system. The paper bases on distributed plasticity model, gives the iterative algorithm of instantaneous stiffness of concrete filled steel tubular components, uses VC compile general program, and analyzes nonlinear performance of the section of concrete-filled steel tube by typical examples. This paper provides a new algorithm for calculation of complex section stiffness.

## Keywords

Concrete-Filled Steel Tube, Instantaneous Stiffness, Layer Fiber Model, Elastic-Plastic Analysis, Iterative Algorithm

---

## 钢管混凝土压弯构件的截面瞬时刚度分析

廖艺菲<sup>1,2</sup>, 江闪闪<sup>1,2</sup>, 兰天<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>广西大学土木建筑学院, 广西 南宁

<sup>2</sup>广西大学工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 广西 南宁

Email: liaoyifei\_1117@163.com

收稿日期: 2019年4月16日; 录用日期: 2019年5月1日; 发布日期: 2019年5月8日

## 摘要

在钢-混凝土组合结构体系的静力、动力弹塑性分析中, 钢管混凝土构件一般都离散为梁单元, 单元截面刚度是计算过程中重要的力学性能参数, 可以描述塑性变形沿截面高度的扩展程度, 且随内力呈非线性变化。因而在分级加载过程中要反复计算截面的瞬时刚度, 其计算的精度和效率直接影响结构体系的分析结果。本文基于层纤维模型, 给出钢管混凝土压弯构件截面瞬时刚度的迭代算法。利用C语言编制了相应的通用程序, 通过典型算例分析了钢管混凝土截面的非线性性能, 证明算法的有效性。本文为复杂截面刚度计算提供了新算法。

## 关键词

钢管混凝土, 截面瞬时刚度, 层纤维模型, 弹塑性分析, 迭代算法

Copyright © 2019 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

钢管混凝土组合结构在桥梁及建筑结构体系有广泛的应用, 结构体系在强震等作用下的动、静力弹塑性分析中, 通常会简化为杆件结构计算, 杆件截面刚度是重要的力学性能参数, 而且各截面刚度随塑性的扩展而不断衰减[1], 研究钢管混凝土构件弹塑性阶段的截面刚度变化规律, 对评估结构的极限承载力有重要意义[2], 对此不少学者进行了研究[1]-[10]。张岚[1]采用纤维模型分析了不同钢材强度、混凝土强度、含钢率和轴压比条件下钢管混凝土构件截面曲率-弯矩曲线; 闻洋等学者[3] [4] [5]采用纤维模型分析了矩形钢管膨胀混凝土的承载能力和变形能力, 并与试验数据进行了对比; 聂建国等学者[6] [7] [8]采用平截面假定和剪切应变线性分布假定, 将纤维模型应用到考虑扭转作用的钢管混凝土构件的力学性能分析中。基于层纤维模型求得构件在弹塑性状态下的截面瞬时刚度, 才能对结构体系进行弹塑性分析[10] [11] [12]。本文采用了层纤维模型给出钢管混凝土构件截面的瞬时刚度的迭代算法, 并编制了相应的C语言通用程序, 分析不同含钢率、钢材强度、混凝土强度等级、轴压比对截面刚度影响。旨在非线性计算过程中, 根据当前内力快速准确地确定单元截面的瞬时刚度。

## 2. 计算假设

- 1) 截面完全破坏之前其变形始终符合平截面假定;
- 2) 忽略混凝土的抗拉性能及拉应力的影响;
- 3) 忽略剪切变形、钢材和混凝土之间的滑移效应对刚度的影响。

## 3. 材料的本构关系

本文为提高计算效率, 钢管型钢材料采用理想的弹塑性模型。

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \varepsilon & \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ f_y & \varepsilon > \varepsilon_s \end{cases} \quad (1)$$

考虑核心区混凝土变形受到钢管的侧向约束，其抗压能力会有所提升。本文钢管内混凝土本构关系均采用韩林海模型[2]，本构关系如下：

$$\sigma_c = \begin{cases} \sigma_0 \left[ A \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - B \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_0^2} \right] & \varepsilon_c \leq \varepsilon_0 \\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \times \frac{\sigma_0}{\beta \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - 1 \right)^\eta + \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}} & \varepsilon_c > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (2)$$

其中：

$$\sigma_0 = f_{ck} \left[ 1.194 + (-0.01961\xi^2 + 0.1447\xi) \times \left( \frac{13}{f_{ck}} \right)^{0.45} \right] \quad A = 2.0 - 0.1\xi^{0.745} \quad B = 1.0 - 0.1\xi^{0.745} \quad \eta = 1.60 + 1.5 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c}$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{cc} + \left[ 1300 + 760 \left( \frac{f_{ck} - 20}{20} \right) \right] \xi^{0.2} \quad (\mu\varepsilon)$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{0.75}{1 + \sqrt{\xi}} f_{ck}^{0.1} & \xi \leq 3.0 \\ \frac{0.75}{(1 + \sqrt{\xi})(\xi - 2)^2} f_{ck}^{0.1} & \xi > 3.0 \end{cases}$$

$$\varepsilon_{cc} = 1300 + 14.93 f_{ck} \quad (\mu\varepsilon) \quad \xi = \frac{f_y A_s}{f_{ck} A_c}$$

#### 4. 截面刚度计算的基本原理

钢管混凝土柱在压弯变形满足平截面假定的条件下，截面的应变呈线性变化，采用纤维模型离散，即将截面沿变形高度划分为若干水平条带(如图1)，可以用数组先记录每个纤维层中型钢和混凝土的面积  $A_{s,i}$ 、 $A_{c,i}$  及相应的高度  $y_i$ 。认为同一纤维层内应变均相同，即为纤维层中心点处的应变值。

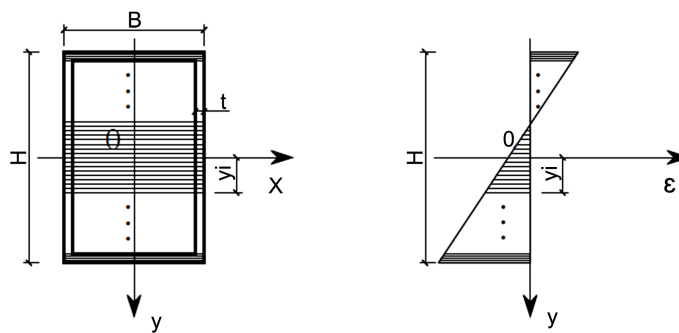


Figure 1. Sectional fiber layers and strain diagram  
图1. 截面纤维层划分及应变示意图

则第  $i$  个纤维层的应变  $\varepsilon_i$ ：

$$\varepsilon_i = \varepsilon_N + \varphi \cdot y_i \quad (3)$$

其中  $\varepsilon_0$  为截面形心轴  $y = 0$  位置的应变，即轴力产生的轴向应变。 $y_i$  为第  $i$  个纤维层的坐标， $\varphi$  为截面弯曲变形产生的曲率。

根据各纤维层的应变值  $\varepsilon_i$ ，代入式(1)、(2)即可以确定各纤维层中混凝土应力  $\sigma_{c,i}$  及型钢应力  $\sigma_{s,i}$ 。离散后截面各纤维层应力合力和截面轴力  $N$  和弯矩  $M$  要满足平衡方程：

$$\sum_{i=1}^n (\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} + \sigma_{s,i} \cdot A_{s,i}) = N$$

$$\sum_{i=1}^n (\sigma_{c,i} \cdot A_{c,i} + \sigma_{s,i} \cdot A_{s,i}) \cdot y_i = M$$
(4)

为了避免负刚度给计算带来的麻烦，计算中采用截面瞬时割线刚度

$$EI = \frac{M}{\varphi}, EA = \frac{N}{\varepsilon_N}$$
(5)

式(7)中含有两个未知量  $\varepsilon_N$  和  $\varphi$ ，因此瞬时刚度的求解问题就转化为  $\varepsilon_N$  和  $\varphi$  的求解问题。理论上可以通过式(4)求解，可因为应力与应变之间呈非线性关系，因而式(4)也是非线性方程组，一般通过数值方法求解。

### 5. 牛顿迭代法求瞬时应变

牛顿迭代法在函数曲线上通过某一点的切线来逼近方程真实解(如图 4)。其基本形式如下式所示：

$$x_k = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$$
(6)

其具体的迭代过程如图 2 所示

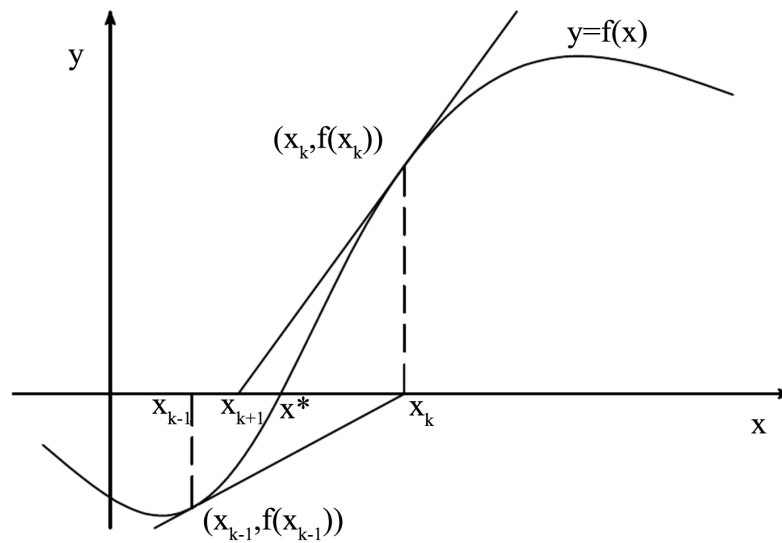


Figure 2. Newton iterative algorithm  
图 2. 牛顿法迭代

当需要求解  $f(x) = y_0$  时需要进行应的变换，首先构造一个新函数  $\varphi(x) = f(x) - y_0$ 。求解  $f(x) = y_0$  的问题便转变成了求解  $\varphi(x) = 0$  的问题。将式(6)中的函数  $f(x)$  替换为函数  $\varphi(x)$  则可得到

$$x_k = x_{k-1} + \frac{y_0 - f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$$
(7)

牛顿迭代法具有较快的收敛速度，当  $x_k \approx x_{k-1}$ ，或二者间的误差满足精度要求，迭代终止， $x_k$  即为  $y_0$  对

应的自变量值。当  $y_0$  为截面瞬时弯矩  $M$  时,  $x_k$  就是相应的截面曲率  $\varphi$ ; 当  $y_0$  为截面瞬时轴力  $N$  时,  $x_k$  就是相应的轴向应变  $\varepsilon_N$ 。即

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{M - M_{k-1}}{EI_{k-1}} \quad (8)$$

$$\varepsilon_N^k = \varepsilon_N^{k-1} + \frac{N - N_{k-1}}{EA_{k-1}} \quad (9)$$

## 6. 截面瞬时刚度的计算

对  $\varepsilon_N$  和  $\varphi$  两个变形量同时迭代最终满足式(4)才算找到真实解, 为了提高迭代效率, 需要进行简化。因每个纤维层中, 一般轴力产生的应变  $\varepsilon_N$  相对弯曲产生的应变要小, 本文先根据初始状态的弹性刚度, 假定轴线位置的应变  $\varepsilon_N$ , 然后采用牛顿迭代算法, 由式(8)迭代求得相应的  $\varphi$ , 使力矩方程近似满足平衡; 再由由式(9)迭代修正轴线应变  $\varepsilon_N$ , 使轴向力近平衡; 如此反复迭代, 直到力矩和轴向力都达到平衡或满足允许的误差限值。具体迭代算法如下:

1) 设  $\varepsilon_0$  和  $\varphi$  的初始值可以取上一步截面内力平衡时的变形值, 如果是初次迭代可根据当前内力按弹性取值, 即:

$$\varepsilon_N^0 = \frac{N}{EA_0}, \quad \varphi_0 = \frac{M}{EI_0}$$

其中:  $EA_0$ 、 $EI_0$  分别为弹性状态截面的抗拉、抗弯刚度值, 可近似取为

$$EA_0 = E_s A_s + E_c A_c$$

$$EI_0 = E_s I_s + E_c I_c$$

2) 令  $\varepsilon_N^j = \varepsilon_N^{j-1}$  ( $j=1, 2, \dots$ ); 按式(8)求解力矩平衡状态下的  $\varphi$  值; 具体步骤如下:

a) 计算每个纤维层的应变

$$\varepsilon_i = \varepsilon_N^j + \varphi_m y_i \quad (i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots)$$

b) 代入式(1)、(2)计算每个纤维层中型钢和混凝土的应力  $\sigma_{s,i}$ 、 $\sigma_{c,i}$ ;

c) 将应力  $\sigma_{s,i}$ 、 $\sigma_{c,i}$  代入式(4)计算截面应力的合力矩;

$$M_{k-1} = \sum_{i=1}^n (\sigma_{s,i} A_{s,i} + \sigma_{c,i} A_{c,i}) y_i$$

d) 由式(8)计算曲率迭代值

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{M - M_{k-1}}{EI_{k-1}}$$

e) 计算截面瞬时割线刚度:

$$EI_k = \frac{M}{\varphi_k}$$

f) 如果  $\left| \frac{M - M_{k-1}}{M} \right| \leq e$  ( $e$  为设定的相对误差限值), 则认为迭代收敛, 可终止迭代。意味着给定  $\varepsilon_N$  和  $M$  条件下,  $\varphi = \varphi_k$ ,  $EI = EI_k$ 。如果不收敛, 回到第 a 步进入下一次迭代。

g) 如果:  $|\varphi_k| \geq \varphi_u$ ,  $\varphi_u$  为截面极限转角, 也视截面达到极限状态, 形成塑性铰, 也需要终止迭代。由此可见采用层纤维模型, 截面的弯曲变形有限, 因而不可能出现全截面屈服的状态。

3) 根据第(2)步力矩平衡状态下的  $\varphi$  值, 按线性迭代算法求解轴向力平衡状态下的  $\varepsilon_N^j$  值; 具体步骤如下:

h) 令  $\varepsilon_N^k = \varepsilon_N^j$  计算每个纤维层的应变:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_N^k + \varphi y_i \quad (i = 1, 2, \dots, n; k = 0, 1, 2, \dots)$$

i) 代入式(1)、(2)计算每个纤维层中型钢和混凝土的应力  $\sigma_{s,i}$ 、 $\sigma_{c,i}$ ;

j) 将应力  $\sigma_{s,i}$ 、 $\sigma_{c,i}$  代入式(4)计算截面应力的合力;

$$N_{k-1} = \sum_{i=1}^n (\sigma_{s,i} A_{s,i} + \sigma_{c,i} A_{c,i});$$

k) 由式(8)计算轴向应变的迭代值

$$\varepsilon_N^k = \varepsilon_N^{k-1} + \frac{N - N_{k-1}}{EA_{k-1}}$$

l) 计算截面瞬时割线刚度:

$$EA_k = \frac{N}{\varepsilon_N^k}$$

m) 如果  $\left| \frac{N - N_k}{N} \right| \leq e$  ( $e$  为设定的相对误差限值), 则认为迭代收敛, 可终止迭代。意味着给定  $\varphi$  和轴力  $N$  条件下,  $\varepsilon_N^j = \varepsilon_N^k$ ,  $EA = EA_k$ 。如果不收敛, 回到第 h 步进入下一次迭代。

4) 根据第(3)步轴向力平衡状态的  $\varepsilon_N^j$  回到第(2)步, 继续迭代, 直到截面应力的轴向合力和合力矩都满足平衡条件, 即得到所求的  $\varepsilon_N$  和  $\varphi$  值, 代入式(5)即可求得截面的瞬时割线刚度  $EA$ 、 $EI$ 。

### 7. 算例分析

以文献[1]边长 300 mm 的方钢管截面为例, 其它基本参数: 轴压比  $n = N/N_u = 0.2$ 。钢材  $f_y = 235$  MPa, 混凝土  $f_{ck} = 20$  MPa。钢管的壁厚  $t = 14$  mm。截面分三个区域共划分 300 个纤维层, 上下翼缘各划分 25 个纤维层, 中间划分 250 个纤维层。

1) 含钢率的影响

仅改变钢管的壁厚, 以描述含钢率对截面弯曲变形性能及割线刚度  $EA$ 、 $EI$  的影响。计算结果如图 3~5 所示。

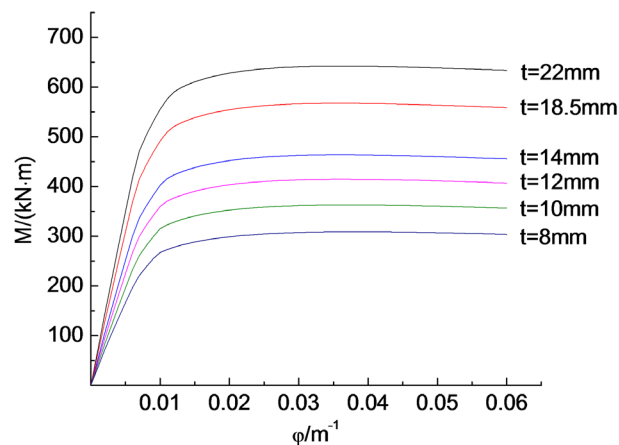


Figure 3.  $M-\varphi$  curves with different thickness  
图 3. 钢管不同壁厚的截面  $M-\varphi$  曲线

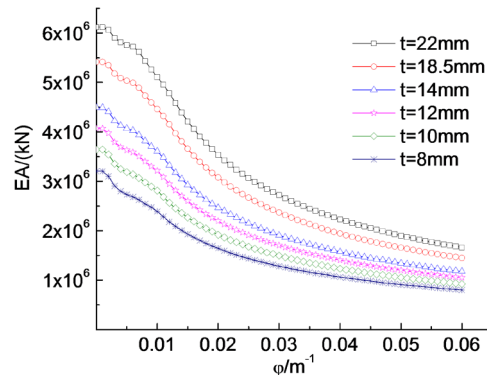


Figure 4.  $EA-\phi$  curves with steel pipe thickness  
图 4. 钢管不同壁厚的截面  $EA-\phi$  曲线

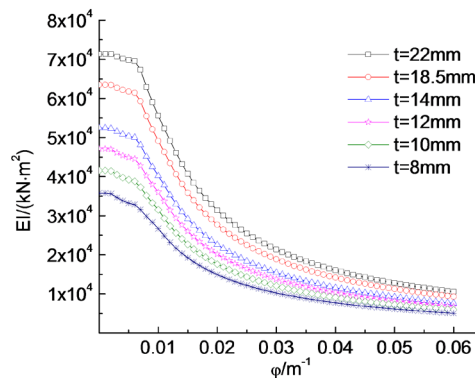


Figure 5.  $EI-\phi$  curves with steel pipe thickness  
图 5. 钢管不同壁厚的截面  $EI-\phi$  曲线

从图 3~5 可知, 随着钢管壁厚的增加, 增加了截面的含钢率, 增强了对混凝土的约束作用, 截面的变形能力、承载能力以及刚度都有明显提高。从图 5 可知, 在加载初期, 随着截面弯曲变形的增加, 截面弯矩增加, 截面曲率在 0.036 至 0.039 之间达到塑性极限弯矩, 之后随之截面曲率的增加, 弯矩开始缓慢降低。从图 6, 图 7 可知, 随着截面曲率的不断增加, 截面抗压刚度和截面抗弯刚度都呈现出下降的趋势。而且刚度的下降趋势非呈线性特性, 当割线刚度降低到初始刚度的 15%~30% 左右就基本不再下降了。

## 2) 钢材强度等级的影响

仅改变钢材强度等级, 计算结果如图 6~8 所示。

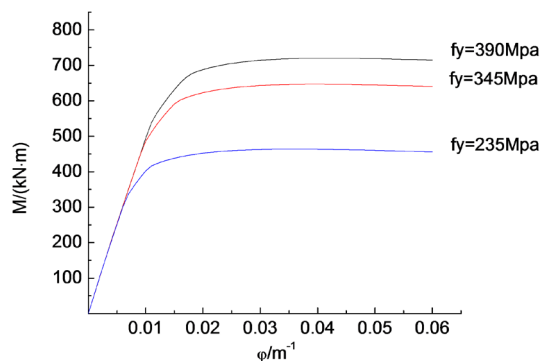


Figure 6.  $M-\phi$  curves with steel strength  
图 6. 钢材不同强度等级的截面  $M-\phi$  曲线

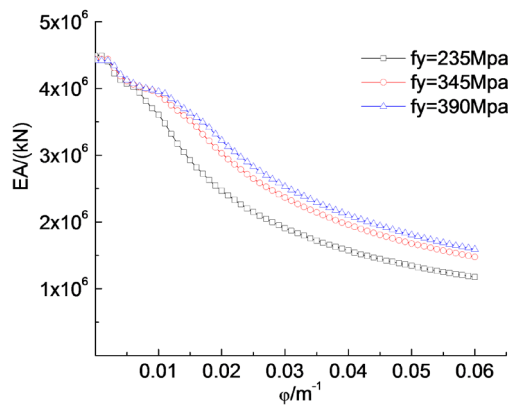


Figure 7.  $EA-\phi$  curves with steel strength  
图 7. 钢材不同等级的截面  $EA-\phi$  曲线

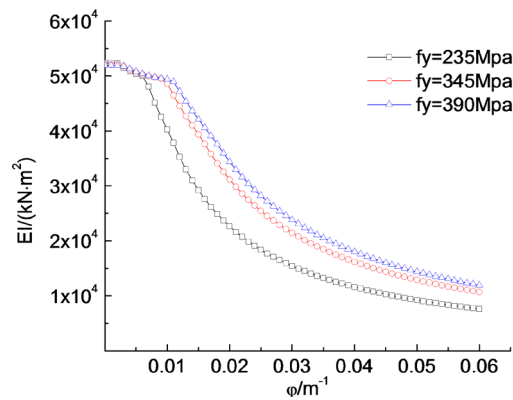


Figure 8.  $EI-\phi$  curves with steel strength  
图 8. 钢材不同等级的截面  $EI-\phi$  曲线

从图 6~8 中可看出，由于不同等级的钢材其弹性模量变化不大，因此在弹性变形阶段，不同钢材强度下构件的弯矩-曲率以及刚度 - 曲率变化基本一致，但钢材强度等级的提高，会提升截面的弹性变形能力和弹性极限弯矩。在塑性变形阶段，随着曲率的增加，截面刚度呈现非线性下降趋势，而且钢材强度等级越低，刚度下降的速率越大。

### 3) 混凝土强度等级的影响

仅改变混凝土的强度等级，计算结果如图 9~11 所示。

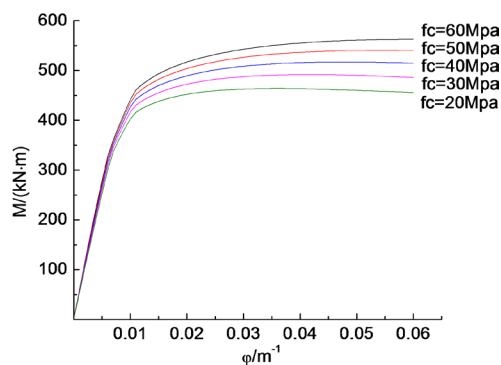


Figure 9.  $M-\phi$  curves with concrete strength  
图 9. 混凝土不同强度等级的截面  $M-\phi$  曲线



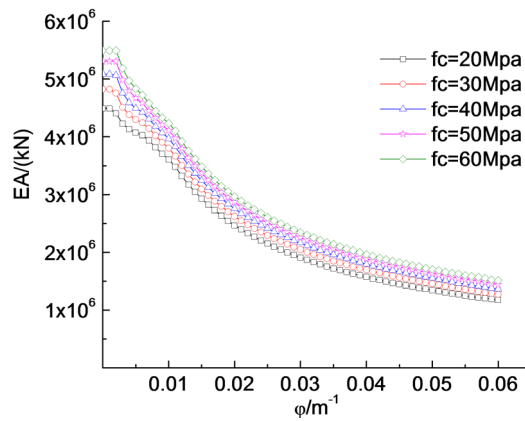


Figure 10.  $EA\sim\phi$  curves with concrete strength

图 10. 混凝土不同强度等级的截面  $EA\sim\phi$  曲线

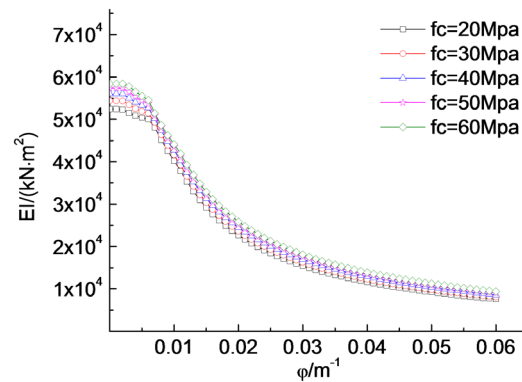


Figure 11.  $EI\sim\phi$  curves with concrete strength

图 11. 混凝土不同强度等级的截面  $EI\sim\phi$  曲线

从图 9~11 可知，在构件受弯变形的初期即弹性阶段，混凝土强度对方钢管混凝土截面的变形能力、承载能力及刚度的影响相对较小，其主要原因是因为不同强度混凝土的弹性模量变化不大。但与钢材强度等级影响不同的是，增加混凝土强度对提升构件的弹性变形范围和塑性极限弯矩并没有太大影响。这主要是因为忽略了混凝土的抗拉能力，在受拉区不能有效抵抗由弯矩引起的应力。

### 3) 轴压比的影响

仅改变轴压比，以描述截面轴力水平的影响，计算结果如图 12~14 所示。

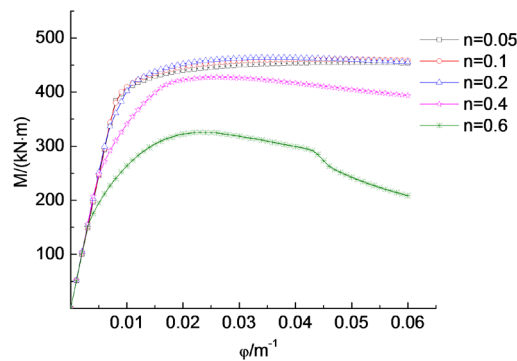


Figure 12.  $M\sim\phi$  curve with axial pressure ratio

图 12. 不同轴压比下的  $M\sim\phi$  曲线

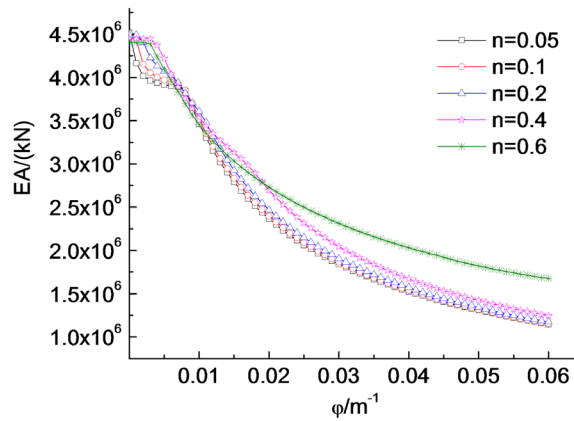


Figure 13.  $EA-\varphi$  curve with axial pressure ratio  
图 13. 不同轴压比截面  $EA-\varphi$  曲线

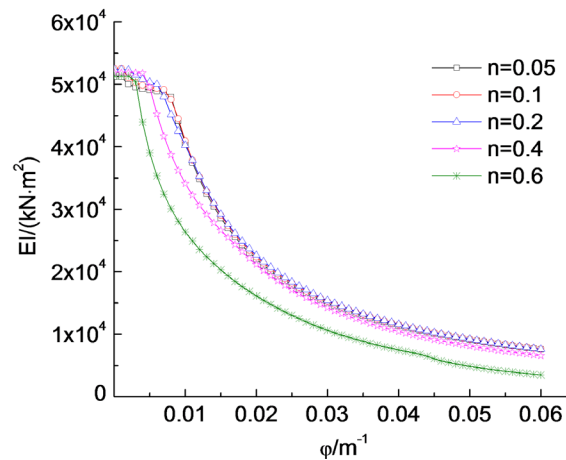


Figure 14.  $EI-\varphi$  curve with axial pressure ratio  
图 14. 不同轴压比的截面  $EI-\varphi$  曲线

从图 12~14 的可知, 当构件的轴压水平很低时, 轴压比的变化对钢管混凝土截面的抗弯能力和截面刚度几乎没有影响, 其弯矩曲率曲线基本相同。当轴压比较高时, 构件会更早地产生塑性变形, 同时弯矩曲率曲线会呈现出明显的下降段, 而且构件的塑性极限弯矩及抗弯刚度也会下降, 但因受压区混凝土面积增加, 截面抗压刚度会有所提升。

## 8. 结论

本文采用层纤维模型研究钢管混凝土压弯构件截面的非线性性能, 为杆件单元的截面刚度计算提供高精度迭代算法。在结构体系的非线性分析过程中, 可以根据截面当前内力, 利用本文算法计算截面的瞬时刚度。通过对典型算例进行分析, 得出如下结论:

- 1) 在弹性阶段, 截面刚度基本保持不变, 随着变形的增加, 截面部分纤维层进入塑性状态并沿高度不断扩展, 截面弯矩和曲率之间呈现明显的非线性, 截面抗压、抗弯刚度都呈非线性下降趋势, 当割线刚度降低到初始刚度的 15%~30% 左右就基本不再下降了, 形成塑性铰。
- 2) 增加钢管混凝土构件的含钢率会加强对混凝土的约束作用, 截面的承载能力和刚度都有明显提高。
- 3) 增加钢材强度等级对截面弹性阶段的变形和刚度并无太大影响, 但可以提高截面的弹、塑性极限承载力和截面刚度。增加混凝土强度等级对截面的强度和刚度影响较小。

4) 轴压比的低水平变化对截面抗弯能力和刚度影响很小, 当轴压比较高时, 截面塑性极限弯矩及抗弯刚度也会明显下降, 但截面抗压刚度会有所提升。

5) 钢管混凝土构件含钢率、钢材强度及轴压比对钢材变形、刚度及承载力影响较大, 设计时应选取合适含钢率及钢材强度等级, 钢管的壁厚宜取 14 mm 以上, 等级为 Q345 以上型钢。当轴压比较高时, 构件会更早地产生塑性变形, 而且构件的塑性极限弯矩及抗弯刚度也会下降, 轴压比不宜过大, 应小于 0.2。

5) 纤维层模型可以描述塑性沿截面高度扩展以及局部塑性对截面变形性能的影响。试算表明: 对截面划分 300 个纤维层, 对钢管翼缘和腹部混凝土采用 1:10:1 的比例分区均匀分划, 对任意截面尺寸的钢管混凝土截面都可以获得高精度的解。当截面应变达到屈服应变, 则认为进入塑性状态; 当截面应变达到极限应变, 则认为型钢混凝土构件发生破坏, 钢筋屈服, 混凝土被压碎。

## 基金项目

国家自然科学基金(51868004), 广西自然科学基金(2014GXNSFAA118341)。

## 参考文献

- [1] 张岚. 方钢管混凝土压弯构件截面非线性分析[J]. 工业建筑, 2013, 43(5): 132-136.
- [2] 王文达, 韩林海. 钢管混凝土框架实用荷载——位移恢复力模型研究[J]. 工程力学, 2008, 25(11): 62-69.
- [3] 闻洋, 罗国荣, 马军力. 矩形钢管膨胀混凝土梁的受力性能分析[C]//全国建筑结构技术交流会. 第 2 届全国建筑结构技术交流会论文集: 2009 卷. 上海: 《建筑结构》编辑部, 2009: 831-834.
- [4] 闻洋, 罗国荣, 郝铭科. 纤维模型法在矩形钢管混凝土梁中的应用[J]. 内蒙古科技大学学报, 2008, 27(4): 359-362.
- [5] 闻洋, 李斌. 矩形钢管混凝土梁承载能力的数值分析[C]//全国结构工程学术会议. 第 17 届全国结构工程学术会议论文集(第 II 册): 2008 卷. 北京: 工程力学杂志社, 2008: 154-157.
- [6] 聂建国, 王宇航, 樊健生. 考虑扭转作用的钢管混凝土纤维梁模型[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 82-90.
- [7] 王宇航, 聂建国, 樊健生. 考虑扭转效应的钢管混凝土纤维梁模型应用研究[J]. 工程力学, 2014, 31(7): 45-53.
- [8] 王宇航, 聂建国, 樊健生. 矩形钢管混凝土柱在扭矩作用下的截面剪应变场研究[J]. 工程力学, 2014, 31(5): 101-108.
- [9] Hajjar, J.F., Molodan, A., and Schiller, P.H. (1998) A Distributed Plasticity Model for Cyclic Analysis of Concrete-Filled Steel Tube Beam-Columns and Composite Frames. *Engineering Structures*, **20**, 398-412.  
[https://doi.org/10.1016/s0141-0296\(97\)00020-5](https://doi.org/10.1016/s0141-0296(97)00020-5)
- [10] Hajjar, J.F., Schiller, P.H. and Molodan, A. (1998) A Distributed Plasticity Model for Concrete-Filled Steel Tube Beam-Columns with Interlayer Slip. *Engineering Structures*, **20**, 663-676.  
[https://doi.org/10.1016/s0141-0296\(97\)00107-7](https://doi.org/10.1016/s0141-0296(97)00107-7)
- [11] Aval, S.B.B., Saadeghvaziri, M.A. and Golafshani, A.A. (2002) Comprehensive Composite Inelastic Fiber Element for Cyclic Analysis of Concrete-Filled Steel Tube Columns. *Journal of Engineering Mechanics*, **128**, 428-437.  
[https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9399\(2002\)128:4\(428\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9399(2002)128:4(428))
- [12] 韩林海, 陶忠. 方钢管混凝土轴压力学性能的理论分析与试验研究[J]. 土木工程学报, 2001, 34(2): 17-25.

**知网检索的两种方式：**

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2326-3458，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[hjce@hanspub.org](mailto:hjce@hanspub.org)