

降雨对坡面稳定性影响相关理论与分析方法研究综述

刁露*

西京学院土木工程学院, 陕西 西安

收稿日期: 2023年6月3日; 录用日期: 2023年6月23日; 发布日期: 2023年6月30日

摘要

坡面被降雨渗入会导致坡面稳定性遭到减弱。研究降雨入渗对边坡稳定性的影响机制, 对于防治地质危机、降低地质灾害给当地居民造成的生命财产损失具有一定的积极意义。本文系统总结了行业内多篇文献中关于降水渗入坡体对坡面稳定性影响的两种理论和三种分析方法的研究发展过程以及该领域的研究现状, 希望对日后相关课题的研究给出了一定的参考, 提供一定的资料。

关键词

降雨入渗, 边坡稳定性, 非饱和土, 有限元法, 流固耦合

A Review of Theories and Analysis Methods Related to the Influence of Rainfall on Slope Stability

Lu Diao*

School of Civil Engineering, Xijing University, Xi'an Shaanxi

Received: Jun. 3rd, 2023; accepted: Jun. 23rd, 2023; published: Jun. 30th, 2023

Abstract

The infiltration of the slope by rainfall can lead to the weakening of the slope stability. Studying the influence mechanism of rainfall infiltration on slope stability has a certain positive significance for preventing and controlling geological crisis and reducing the loss of life and property

*通讯作者。

caused by geological disasters to local residents. This paper systematically summarizes the research and development process of two theories and three analysis methods on the influence of precipitation infiltration on slope stability in many pieces of literature in the industry, as well as the research status in this field. A certain reference is provided and certain information is provided.

Keywords

Rainfall Infiltration, Slope Stability, Unsaturated Soil, FEM, Fluid Solid Coupling

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

由于长时间、高强度的降雨降水，导致坡面以下的土层被雨水缓慢地渗入，使得土体中天然状态下的应力场以及渗流场发生了相应的改变，其造成的结果是土体内部空隙被液体逐渐填充至饱和的同时引发孔隙气压力与孔隙水压力间压力差降低进而导致土体对剪应力的抵抗承受能力进一步降低等一系列不良影响，当这一雨水缓慢渗入的流量达到某一阈值，坡面以下内部土体间开始发生相互滑移，边坡失稳破坏随之发生。因此，学术界已经达成共识，认为降雨是引发边坡斜向失稳的重要性因素。本文从相关理论与分析方法两个方面对国内外降雨作用对边坡的稳定性影响研究的发展以及现状进行了总结和归纳。为接下来的深入相关领域研究和防灾减灾提供一定的参考。

2. 理论

2.1. 饱和土理论

降雨入渗过程也就是边坡内土体从非饱和转变为饱和的过程，经过国内外学者一个多世纪的研究，已经形成了比较公认的理论基础[1]。由于理论基础较为单薄，早期学者对降雨对坡体的稳定性影响的研究，主要应用饱和土理论。该理论主张饱和土体在固结过程中，随着孔隙水的排出，土体产生压缩，使土体的强度提高。通常认为，太沙基(Terzaghi)提出的一维固结理论和有效应力原理标志着土力学学科的诞生。他在一系列假定的基础上，建立了著名的一维固结理论[2]。

1925年，太沙基建立了饱和土单向固结微分方程，并获得了一定起始条件与边界条件时的数学解，迄今仍被广泛应用。为了便于分析和求解，太沙基作了一系列的简化假设：1) 土体是均质的，完全饱和的；2) 土粒与水均为不可以压缩介质；3) 外荷中一次瞬时加到土体上，在固结过程中保持不变；4) 土体的应力与应变之间存在线性关系，压缩系数为常数；5) 在外力作用下，土体中只引起上下方向的渗流与压缩；6) 土中渗流服从达西定律，渗透系数保持不变；7) 土体变形完全是由空隙水排出和超静水压力消散所引起的。之后伦杜立克(Rendulic)把太沙基的一维固结理论推广到二维或三维的情况形成Terzaghi-Rendulic固结理论，相对于实际工程问题来说该理论仍然存在一定的缺陷[3]。

由于饱和土固结理论假定土中水的渗流服从达西定律，土体变形为小变形，且是弹性变形[4]。但现实中土体的复杂性，人们开始研究土体大变形、非达西渗流以及非饱和土的各种固结理论。

从20世纪60年代开始，数值方法逐渐开始被人们应用，降雨作用下边坡土体内部的渗流场被以饱和和渗流理论模型作为依据来模拟。到了20世纪70年代，这种方法开始逐渐多而广泛的被应用在降雨入

渗对边坡稳定性的影响这一领域的研究探索分析过程中,从中得到一系列对后续的生产实践具有开创性的作用和结论。在研究与讨论降雨入渗对较为陡峭的斜坡稳定性的影响时,饱和土入渗固结理论的应用为有效分析土壤结构等复杂因素对饱和土入渗过程的影响提供了重要的思路和理论依据[5]。

2.2. 非饱和土理论

尽管有一些实际工程中遇到的问题可以通过使用饱和土入渗固结理论作为基础被揭示了出来,但却对尽可能接近现实情况的模拟降雨入渗这一过程中坡面内部土体水分含量的变化对边坡土体力学性质造成的影响具有不能被接受的不足之处。对于这些不能接受的不足之处,领域内相关的学者们逐渐把思路转向诉诸非饱和土渗流理论来探索并揭示降雨对坡体稳定性的影响。

20世纪60年代,以毕肖普(Bishop) [6]和弗雷德朗德(Fredlund) [7]为代表的学者提出了非饱和土强度表达公式,将土的种类、土体饱和度相关的经验系数联系起来用于计算雨水入渗影响条件下的土体强度。20世纪末 Xing A 等[8]学者认为非饱和土抗剪强度随土体饱和度的改变发生相应的改变,且这种变化快速且剧烈。陈正汉等[9]采用非饱和土水分运动的研究方法,假设缝隙没有被液体完全填满的土体中的土对剪应力的承受能力与被水填满的孔隙同全部孔隙之比之间存在一定的数值拟合关系,并将该土体的在某一特定时刻下含水量通过一些手段对应为这一土体在该时刻下抗剪强度参数。吴梦喜等[10]对非饱和土非稳态渗流参数进行了数值分析,根据数值分析结果归纳总结出了不饱和土缝隙中缓慢流体有限元计算的技术手段。张丙印等[11]建模了非饱和土壤中孔隙中包含的自由水和空气两相渗流有限元数值模型,通过该模型分析了土壤中液体和气体的运动规律。21世纪初于玉贞等[12]采用计算机数值模拟的方法进行有限元渗流分析,并结合有限元强度折减法 and 极限平衡法对非饱和土质边坡在不稳定渗流条件下的稳定性进行了研究分析。龙万学[13]等用常规三轴试验方法研究了贵州非饱和和红黏土的应力-应变关系及其破坏类型,推导出了压实红黏土的数学本构模型,得到了压实红黏土物理指标与抗剪强度参数之间的关系。Mukhlisin [14]等研究了非饱和土不同水力特性模型,得出不同含水量的土体强度不同,从而可以选择合适的土壤水力特性模型来预测边坡稳定系数。

随着降水对斜坡表面的不断冲刷导致边坡内土体孔隙中的液体移动方向、液体单位时间的流量及对剪应力的抵抗能力相对无降雨时发生剧烈变化,且边坡内土体各个方向均不相同的缓慢液体流动对边坡不发生失稳破坏的影响的研究相对较少。因此,准确模拟渗流变化对边坡内土体内力外力相互作用的变化,降雨作用下固体液体气体三相因素的相互干涉的分析仍有必要进行进一步研究。

3. 方法

3.1. 极限平衡法

极限平衡法由于应用相对较早、经验积累足够丰富且已被业界广泛采用并认可,同时也是目前在边坡稳定性验算中使用最为广泛的方法。通过将滑动土体分成若干土条,分析作用于土条上的力来建立平衡方程[15] [16]。

1991年, L. Lam 等[17]基于非饱和土渗流理论所提出的通过分析边坡各种破坏模式下的受力状态,以边坡滑体上的抗滑力和下滑力之间的关系来评价边坡的稳定性极限平衡法,是当下用的非常多的针对降水导致土体孔隙内产生水流对斜坡稳定性造成不良影响的分析与研究方法。杨晓杰等[18]对高陡边坡失稳与降雨的相关性做了研究分析,认为雨季降雨是高陡边坡滑坡的主要原因,并发现降雨大于 100 mm 的大暴雨与滑坡具有好的相关性。李兆平[19]通过使用计算机编写的渗流分析应用程序,解算出来了降雨入渗的暂态渗流场,同时采用这一种方法研究了降雨渗入边坡土体对边坡稳性的不良作用。刘建华等[20]着重于对降雨过程中边坡内部土体渗流情况进行了针对性的研究,从中提炼出来坡体表面在降雨的不断

冲刷下内部的土不断变软，土体自身内部的黏聚力与内部的摩擦角不断下降的规律。董瑞晗[21]采用 GeoStudio 中 SEEP/W 模块和极限平衡法对降雨过程中边坡内渗流场的变化进行研究，分析出降雨入渗导致边坡顶部非饱和区缩小，从而使边坡土体基质吸力减小是边坡发生滑坡的主要因素。刘建华等[20]学者利用数值模拟和极限平衡法，结合饱和 - 非饱和渗流理论，指出降雨使得边坡内的岩土不断地软化，粘聚力与内摩擦角迅速减小，边坡的稳定性不断降低，最后导致边坡失稳。

在实际生产作业活动中，人们一般采用把实际情况抽象成简单模型的手段粗略地计算下雨冲刷导致的孔隙中产生水流后采用该方法进行下一步分析。

3.2. 极限分析法

德鲁克(Drucker)等学者于 20 世纪中叶首先创建了塑性力学极限分析上下限理论，相较于极限平衡法，极限分析法相对上更贴近实际，理论上实用性较强。1975 年，陈祖煜[22]将塑性力学极限分析上下限理论用于边坡土体稳定的极限分析。牛文杰等[23]学者采用极限分析法的上下限定理分析降雨条件下饱和 - 非饱和土在土壤中的入渗，得出了饱和理论计算出的安全系数小于不饱和渗流理论计算出来的安全系数。黄茂松等[24]基于转动 - 平动组合破坏机构，提出了一种用于含软弱夹层边坡降雨入渗稳定性极限分析上限法。

虽然在进行边坡安全性与稳定鉴定研究方法里面大多数的情况下使用到的是极限分析法，但是针对与雨水进行结合、固态颗粒和液态流动物质之间相互干涉的条件下用极限分析法进行探索研究的先例并不太多。因此将极限分析法的特有的优势有效地应用于降雨对坡体稳定性影响的探求中还有待进一步深挖的价值。

3.3. 有限元法

应用有限元法在雨水对边坡土体浸润过程中对土壤的渗漏场和应力场进行求解。与极限平衡方法相比，在渗漏过程中有效的压力和多孔压力分布不仅更符合事实，而且可以详细描述易受影响土壤的逐渐侵蚀过程。

1975 年，辛克维奇(Zienkiewicz)等[25]学者提出了有限元强度折减法，这一方法已经成熟并且广泛的被应用于分析斜坡的稳定性。Cai 等[26]采用该方法用于分析雨水缓慢进入坡内土体缝隙条件下的斜坡稳定性，但是并没有将该方法同极限平衡法的结果作详细的比较分析。殷建华等[27]不仅采用极限分析上限法分析考虑孔隙中水对孔隙壁施加的压力对斜坡稳定性造成的影响，还利用有限元上限分析法分析了边坡的稳定性。王均星等[28] [29]在降水条件下利用有限元上限分析法及有限元下限分析法分别分析了考虑孔隙中水对孔隙壁施加的压力对斜坡的稳定性造成的影响，并得出在塑性极限分析过程中需要应用固结理论研究孔隙中水对孔隙壁施加的压力散失问题，并且提出了把尽可能使模拟斜坡接近现实情况的孔隙水压力大小作为今后亟需更深一步重点研究和解决的问题。芮红华等[30]采用有限元强度折减法探索了雨水条件下组成斜坡内部的土体内液体流动的作用情况，并将有限元强度折减法与渗流理论形成紧密联系的有机体从而证明了运用计算机数值模拟的手段进行渗流作用下边坡的稳定性分析的可行性。夏元友等[31]通过使用微机数值模拟分析了降水进入坡面以下土体的条件下边坡的稳定性，运用强度折减法得到了考虑降水进入坡面以下土体条件下影响的斜面下坡的安全系数，同时对下雨烈度、降水时长等多个维度对斜坡稳定性的影响分别进行了控制变量分别对比分析，得出随着降雨进入土体孔隙的强度随着降水时间的越来越长，边坡的滑移崩裂面有着由靠近表面向远离表面更深层次挪移的迹象，安全因数也会跟着减少。陈书生[32]运用有限元强度折减法研究了下雨与地下水以下的水体对斜坡面以下土体的不良影响，同时将有限元强度折减法得到的结果与极限平衡法得到的结果进行了分析对比，同时也补救了极限平衡

法的固有缺陷。

在使用数值模拟方法分析边坡破坏时，有必要使用失稳判断依据来确定计算时边坡破坏的程度。目前一般认为，在减坡过程中，塑性区会持续发展，直至贯通，在某些特征点上，会伴随着坡体位移和内能的突然变化，即认为坡体已经失效。

赵尚毅等[33]、吕庆[34]、格里菲斯[35] (Griffiths)等学者通过人为地指定迭代次数或指定收敛标准，将不收敛的计算作为边坡失稳的标准。然而，由于迭代次数和收敛标准是由计算器决定的，这个标准存在很大的人为主观性，安全系数也不可靠。因此，只用这个标准来确定一个斜坡是否不稳定和损坏是值得商榷的。对连镇营[36]、栾茂田等[37]、刘祚秋[38]等提出边坡塑性区贯通就会导致失稳破坏这一观点，一些学者也持有保留意见，如赵尚毅等人[33]认为塑性区贯通只是边坡破坏的必要不充分条件，且仅采用塑性区贯通判据是不准确的，同时分析结果也受到数值计算程序的影响。周元辅[39]、陈卫兵[40]、胡安峰等[41]认为当特征点位移突变时边坡失稳，但是郑龙奎[42]、施建勇[43]、刘新荣等[44]、柴红保[45]基于边坡破坏是由能量驱动引起的，提出以能量曲线的突然变化作为边坡不稳定的标准，当重力势能超过耗散能量和弹性应变能量时，多余的能量将转化为动能，边坡将被破坏。

此外，陈力华[46]、涂义亮[47]等学者认为几类判据存在统一性。但是在对为什么会出误差这个问题上他们的看法并不相同，陈力华认为 M-C 准则或 D-P 准则未考虑抗拉强度的折减，只适合剪切破坏，当出现张拉破坏时，通过几种判据确定的安全系数就会有差别；而涂义亮认为是由于人为取值的误差、网格划分的精度和收敛标准的差别导致了几种判据存在偏差。

综上所述，对于失稳判据选择还存在一些争议，但是从最新文献可看出几种失稳判据可能存在统一性，其误差的产生可能是人为取值误差、网格划分的精度或者是各种方法并不适用于拉剪破坏的边坡。但在实际工程应用中，使用收敛准则还是比较方便的，且使用计算机容易实现。在研究中常用的直观判断标准就是塑性区贯通判据和特征点位移突变判据，而通过能量判断的方法使用较少。

4. 结语

从理论方面来说，降雨入渗会导致组成土体的固态颗粒、空隙内的液体以及气体含量三相之间的关系发生变化是与时间相关但并不是线性变化的一个不间断的变化过程，虽然以饱和 - 非饱和渗流理论作为为该门学科奠定下基础的理论的应用已经十分成熟且作为目前对于边坡在降雨入渗作用下渗流场的分析工具已经相对完好，但是运用非饱和土理论精确创建渗流模型来确定渗透系数仍然有待于进行更深一步的研究。而且当前的降雨进入土体孔隙对斜坡稳定性影响的文献资料仍然不算丰富，因此准确模拟并分析降雨入渗对坡体稳定性的影响还需进一步在多场耦合分析中进一步探求。在下雨对斜坡影响的研究过程中虽然考虑了基质对液体作用力的作用，并利用各种方法对渗流场及边坡稳定性进行计算分析，但是这一作用力对斜面稳定性影响的作用至今依然在理论方向徘徊，截止本篇论文成稿并未应用于实际工程。通过诸如 ABAQUS CAE、Flac 3D 等有限元数值模拟软件使求解复杂问题有了更加方便可行且成本相对较低的途径，同时采用数理统计、数值拟合的手段去探究某一特定的地方的雨水规律，对于类似的降雨模式以及同样的研究方法产生可以复制重要的借鉴意义，对于对滑坡灾害的发生以及防灾减灾有极为重要的价值。同时降雨的模式作为一种与降雨相关的重要因素，对降雨后边坡渗流场的影响也需要进行进一步研究。除此以外在岩土工程领域以外对降水模式进一步展开更深层次研究对指导现实中生产实践活动还具有十分重要的意义，比如对于农业生产灌溉效率，雨水表面渗流对地表侵蚀的影响，由降水引起的城市内涝，植物对水分的吸收利用效率等。

参考文献

- [1] 陈洪. 降雨条件下土质边坡的三维稳定性分析[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2016.

- [2] 田竹华. 冻融循环作用下含水率对红黏土力学特性影响试验研究[D]: [硕士学位论文]. 淮南: 安徽理工大学, 2022. <https://doi.org/10.26918/d.cnki.gnhgc.2022.000037>
- [3] 马跃. 沈阳地铁松花江街站基坑降水引起的地面沉降及控制措施研究[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 沈阳建筑大学, 2015.
- [4] 于立通. 大连红黏土固结与强度特性试验研究[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 沈阳建筑大学, 2020. <https://doi.org/10.27809/d.cnki.gsjgc.2020.000516>
- [5] 陈津民. 饱和土渗流固结的基本概念——兼评 Biot 固结理论[J]. 岩土工程界, 2008(3): 25-26.
- [6] Bishop, A.W. and Blight, G.E. (1963) Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Unsaturated Soil. *Geotechnique*, **13**, 177-197. <https://doi.org/10.1680/geot.1963.13.3.177>
- [7] Fredlund, D.G., Morgenstern, N.R. and Widger, A. (1978) Shear Strength of Unsaturated Soils. *Canadian Geotechnical Journal*, **15**, 313-321. <https://doi.org/10.1139/t78-029>
- [8] Xing, A., Fredlund, D.G. and Barbour, S.L. (1995) The Relationship of the Unsaturated Shear Strength to the Soil Water Characteristic Curve. *Canadian Geotechnical Journal*, **33**, 440-448. <https://doi.org/10.1139/t96-065>
- [9] 陈正汉, 王权民, 李刚, 等. 非饱和土的力学理论[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2000, 23(z1): 197-199, 206.
- [10] 吴梦喜, 高莲士. 饱和-非饱和土体非稳定渗流数值分析[J]. 水利学报, 1999(12): 38-42.
- [11] 张丙印, 朱京义, 王昆泰. 非饱和土水气两相渗流有限元数值模型[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(6): 701-705.
- [12] 于玉贞, 林鸿州, 李荣建, 等. 非稳定渗流条件下非饱和土边坡稳定分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(11): 2892-2898.
- [13] 龙万学, 陈开圣, 肖涛, 等. 非饱和红黏土三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(z2): 28-33.
- [14] Mukhlisin, M., Baidillah, M.R., Ibrahim, A. and Taha, M.R. (2014) Effect of Soil Hydraulic Properties Model on Slope Stability Analysis Based on Strength Reduction Method. *Journal of the Geological Society of India*, **83**, 586-594. <https://doi.org/10.1007/s12594-014-0087-1>
- [15] Lü, N.C., Cheng, Y.H., Wang, Y.T. and Cheng, J. (2013) Analytical Solutions of a Symmetrical Dynamic Crack Model of Bridging Fibers in Unidirectional Composites. *World Journal of Mechanics*, **3**, 22-32. <https://doi.org/10.4236/wjm.2013.35A004>
- [16] Mbonimpa, M., Aubertin, M., Masoud, A. and Bussière, B. (2006) Predictive Model for the Water Retention Curve of Deformable Clayey Soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **132**, 1121-1132. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2006\)132:9\(1121\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2006)132:9(1121))
- [17] Lam, L. and Fredlund, D.G. (1993) A General Limit Equilibrium Model for Three-Dimensional Slope Stability Analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, **30**, 905-919. <https://doi.org/10.1139/t93-089>
- [18] 杨晓杰, 侯定贵, 郝振立, 等. 南芬露天铁矿高陡边坡失稳与降雨相关性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016(A1): 3232-3240.
- [19] 李兆平. 非饱和土体在开挖和降雨入渗影响下的稳定性理论与应用[D]: [博士学位论文]. 北京: 北方交通大学, 2000.
- [20] 刘建华, 查旭东, 付宏渊, 等. 考虑降雨入渗条件下岩质边坡稳定性分析[J]. 公路交通科技, 2009, 26(10): 33-37, 43.
- [21] 董瑞晗. 降水对边坡土体稳定性的影响[J]. 科学技术创新, 2022(3): 127-130.
- [22] 陈祖煜. 土坡稳定分析通用条分法及其改进[J]. 岩土工程学报, 1983(4): 11-27.
- [23] 牛文杰, 叶为民, 刘绍刚, 等. 考虑饱和-非饱和和渗流的土坡极限分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2477-2482.
- [24] 黄茂松, 王浩然, 刘怡林. 基于转动-平动组合破坏机构的含软弱夹层土坡降雨入渗稳定上限分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(9): 1561-1567.
- [25] Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. and Lewis, R.W. (1975) Associated and Non-Associated Visco-Plasticity and Plasticity in Soil Mechanics. *Géotechnique*, **25**, 671-689. <https://doi.org/10.1680/geot.1975.25.4.671>
- [26] Cai, F. and Ugai, K. (2004) Numerical Analysis of Rainfall Effects on Slope Stability. *International Journal of Geomechanics*, **4**, 69-78. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2004\)4:2\(69\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2004)4:2(69))
- [27] 殷建华, 陈健, 李焯芬. 考虑孔隙水压力的土坡稳定性的刚体有限元上限分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 273-277.
- [28] 王均星, 李泽. 考虑孔隙水压力的土坡稳定性的有限元上限分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(2): 213-218.
- [29] 王均星, 李泽, 陈炜. 考虑孔隙水压力的土坡稳定性的有限元下限分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1258-1262, 1268.

- [30] 芮红华, 李凯, 娄一青. 基于有限元折减法的边坡渗流及稳定分析[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2009, 31(3): 15-17, 21.
- [31] 夏元友, 张亮亮. 考虑降雨入渗影响的边坡稳定性数值分析[J]. 公路交通科技, 2009, 26(10): 27-32.
- [32] 陈书生. 基于强度折减技术的边坡稳定性及其影响因素分析[J]. 勘察科学技术, 2009(3): 3-7.
- [33] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332-336.
- [34] 吕庆, 孙红月, 尚岳全. 强度折减有限元法中边坡失稳判据的研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2008, 42(1): 83-87.
- [35] Griffiths, D.V. and Lane, P.A. (1999) Slope Stability Analysis By Finite Elements. *Geotechnique*, **49**, 387-403. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387>
- [36] 连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 407-411.
- [37] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(3): 1-8.
- [38] 刘祚秋, 周翠英, 董立国, 等. 边坡稳定及加固分析的有限元强度折减法[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 558-561.
- [39] 周元辅, 邓建辉, 崔玉龙, 等. 基于强度折减法的三维边坡失稳判据[J]. 岩土力学, 2014(5): 1430-1437.
- [40] 陈卫兵, 郑颖人, 冯夏庭, 等. 考虑岩土体流变特性的强度折减法研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(1): 101-105.
- [41] 胡安峰, 陈博浪, 应宏伟. 土体本构模型对强度折减法分析基坑整体稳定性的影响[J]. 岩土力学, 2011(S2): 592-597, 603.
- [42] 郑龙奎, 宋新江. 强度折减有限元法边坡稳定分析研究综述[J]. 治淮, 2014(5): 24-25.
- [43] 施建勇, 曹秋荣, 周璐翡. 修正有限元强度折减法与失稳判据在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩土力学, 2013(z2): 237-241.
- [44] 刘新荣, 涂义亮, 钟祖良, 等. 基于能量突变的强度折减法边坡失稳判据[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(6): 2065-2072.
- [45] 柴红保, 曹平, 林杭, 等. 采用边坡稳定性强度折减法分析弹性应变能突变判据[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2009, 40(4): 1054-1058.
- [46] 陈力华, 靳晓光. 有限元强度折减法中边坡三种失效判据的适用性研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(9): 136-146.
- [47] 涂义亮, 刘新荣, 钟祖良, 等. 三类边坡失稳判据的统一性[J]. 岩土力学, 2018, 39(1): 173-180, 190.