

The Mathematical Model of the Influence of Community Opening on Road Capacity

Wushuang Tan^{1*}, Yi Yuan¹, Yi Lei²

¹College of Mathematics and Software Science, Sichuan Normal University, Chengdu Sichuan

²College of Computer Science, Sichuan Normal University, Chengdu Sichuan

Email: *694981614@qq.com

Received: Jan. 6th, 2018; accepted: Jan. 19th, 2018; published: Jan. 25th, 2018

Abstract

In this paper, we discuss the impact of the traffic network vulnerability evaluation model, BA scale-free network model and equivalent traffic model on the surrounding roads after the opening of the community. We first consider the external and internal influencing factors on the surrounding traffic, and show the result that the village type road traffic capacity is better if the inner structure of the community is the more complex and more open, also the location is more remote. And then, under the optimal internal influence index, we obtain that the road capacity is improved after the community is opened.

Keywords

Transportation Network Vulnerability Evaluation Model, BA Scale-Free Network Model, Greenshields Linear Model, Equivalent Traffic Model, Weighted Average Method

小区开放对道路通行能力影响的数学模型

谭武霜^{1*}, 袁艺¹, 雷怡²

¹四川师范大学数学与软件科学学院, 四川 成都

²四川师范大学计算机科学学院, 四川 成都

Email: *694981614@qq.com

收稿日期: 2018年1月6日; 录用日期: 2018年1月19日; 发布日期: 2018年1月25日

摘要

本文运用了交通运输网络脆弱性评价模型、BA无标度网络模型和等效通行模型等对小区开放后对周边道路
*通讯作者。

路的影响进行了探讨。首先分别考虑外部、内部影响因素对周围道路通行的影响,得出小区内部结构越复杂,开放程度越大,所处位置较偏远的小区类型周边道路通行能力越好。然后在得到的最优内部影响指标下,获得了最佳小区结构下小区开放后将提高道路通行能力。

关键词

交通运输网络脆弱性评价模型, BA无标度网络模型, Greenshields线性模型, 等效通行模型, 加权平均法

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

住宅小区不再封闭引起了广泛的关注和讨论。小区开放后有利有弊,本文就小区开放建立相应的模型,对周边道路通行能力的影响进行分析。为了简化模型,本文在如下条件下讨论该问题。假设人口流动、自然灾害、突发交通事故对小区周边道路没有影响;假设小区开放前主路无岔路,不考虑在主路弯道上车辆通行的延迟现象;不考虑外部的自然环境的变化和人为因素的影响而只考虑道路交通运输网络本身内部因素的脆弱性;忽略道路中车道位置、车道断面、车道宽度、主线段长度等车道自身性质对道路通行能力的影响。

2. 模型的建立与求解

本文分别从外部影响因素和内部影响因素两个方面对道路通行能力进行分析得出小区开放前和开放后不同指标对周边道路通行能力的影响。如图 1 所示。

首先建立开放小区与城市道路网络的连接模型,并将其抽象为可视化道路网络,该网络将交叉口视为网络的节点,将路段视为连接节点的边。采用交通运输网络脆弱性评价模型对内部评价指标在道路通行能力上的影响程度进行分析。然后利用 Greenshields 线性模型求得小区开放之前车辆通过一段道路的时间 t_1 ,引入道路等效通行能力模型将一条有路段和交叉口组成的实际道路抽象成一条没有交叉口的等效路段,联立 Greenshields 线性模型与道路等效通行能力模型得到小区开放之后车辆通过同一段道路的时间 t_2 。用 $\Delta t = t_1 - t_2$ 衡量小区开放前后对周边道路通行能力的影响。

2.1. 交通运输网络脆弱性评价模型

考虑周边道路网络脆弱性评价指标:小区道路或其连接小区周边道路的交叉口(节点 v_i)、连接交叉口的路段(节点度 k_i)和小区道路网络中的节点和小区周边道路网络的节点连接的对数(节点对数 N),由 $\bar{k} = \sum_{i=1}^N k_i / N$ 得到通过方差反应的道路网络脆弱性评级指标[1] $D(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (k_i - \bar{k})^2$ 。道路通行能力的层次因素影响具体方式如下:

根据小区道路结构图(图 2),统计出其节点个数、节点度,作出相应的小区内部道路网络简化图,在不同指标的影响下输入相应的参数值,利用 BA 无标度网络模型[2],通过 vissim 仿真软件得出不同指标影响下的仿真结果,具体步骤如下:

步骤 1: 从有 m_0 的初始节点的小区道路网络结构开始每次引入新的节点与 m 个已经存在的节点相连且 $m \leq m_0$ 。一个新节点与一个已知存在的节点 i 相连的概率 $\pi_i = k_i / \sum_j k_j$,经过 t 步后,产生一个有 $N = t + m_0$

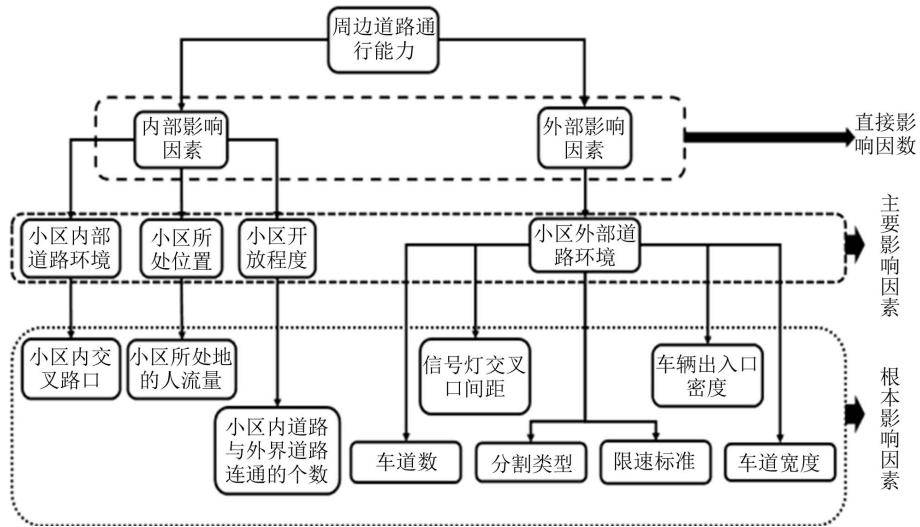


Figure 1. The relationship between various factors
图 1. 各因素间的关系

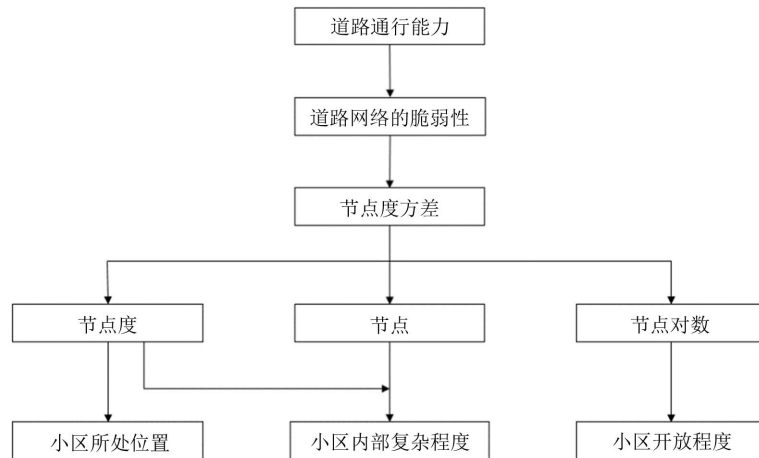


Figure 2. Structure of district road
图 2. 小区道路结构

个节点、 mt 条边的无标度网络。

步骤 2: 选取小区周边道路网络中可与小区内部道路连接的节点，设小区周边道路网络已选的节点的集合为 V_0 ，小区内部道路网络已选的节点的集合为 V_1 ，运用 BA 无标度网络模型将 V_0 与 V_1 中的点连接形成新的道路网络 M ，新连接的点的对数为 v 。

步骤 3: 运用 vissim 道路仿真软件对小区车辆进行仿真，通过网络节点度的方差计算公式将得到的结果用曲线图表示出来，得到不同变化的指标对应的交通网络脆弱性变化趋势，反应出小区开放前后对该到路通行能力的影响。

首先构建出下面四种类型的小区：图 3 的道路简化图，这四个小区内部道路网络的节点数，平均度如下表(表 1)所示。

本文分别在接入不同数量的节点、小区不同内部网络复杂程度、不同大小节点度的情况下(见表 2)，输入相应模型。

根据图 4 和图 5 分析可知：小区内部结构越复杂，开放程度越大，所处位置较偏远的小区类型周边

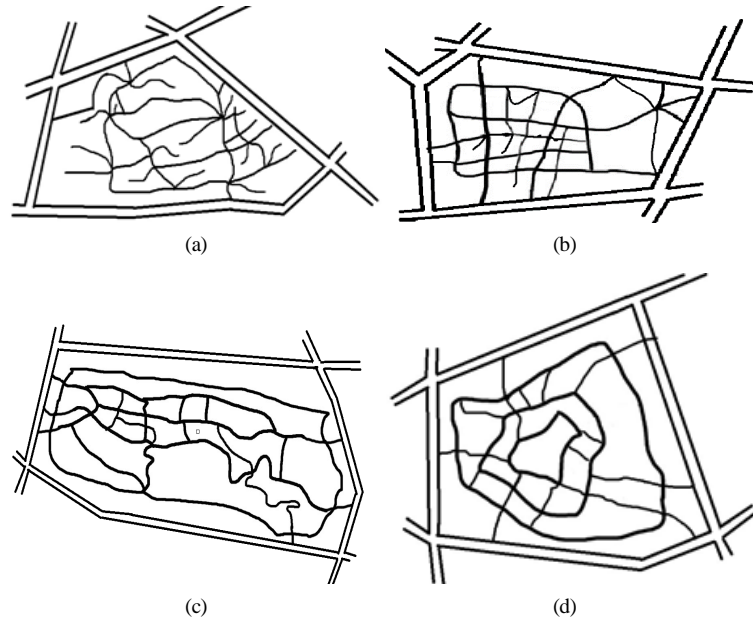


Figure 3. Road simplification of four types of communities
图 3. 四种类型小区的道路简化图

Table 1. The number of nodes and average degree of the road network for four communities
表 1. 四个小区内部道路网络的节点数，平均度

小区类型	数值	节点数	平均度
图 3 中(a)		18	4.2
图 3 中(b)		33	3.7
图 3 中(c)		30	3.5
图 3 中(d)		18	3.5

Table 2. Parameter values of different connection modes
表 2. 不同连接方式的参数值

连接方式	参数名称	参数取值
接入不同数量节点	接入的节点对数	$V = 3, 4, 5, 6, 7, 8$
	接入节点的度	$K = (\min, \text{random}, \max)$
	小区复杂程度	$M1 = (30, 3.5)$
接入不同节点度	接入的节点对数	$V = 3, 4, 5, 6, 7, 8$
	接入节点的度	$K = (\min, \text{random}, \max)$
	小区复杂程度	$M1 = (30, 3.5)$
小区网络复杂程度	接入的节点对数	$V = 3, 4, 5, 6, 7, 8$
	接入节点的度	$K = \min$
	小区复杂程度	$M1 = (18, 4.2); M2 = (30, 4.0)$ $M3 = (30, 3.5); M4 = (18, 3.5)$

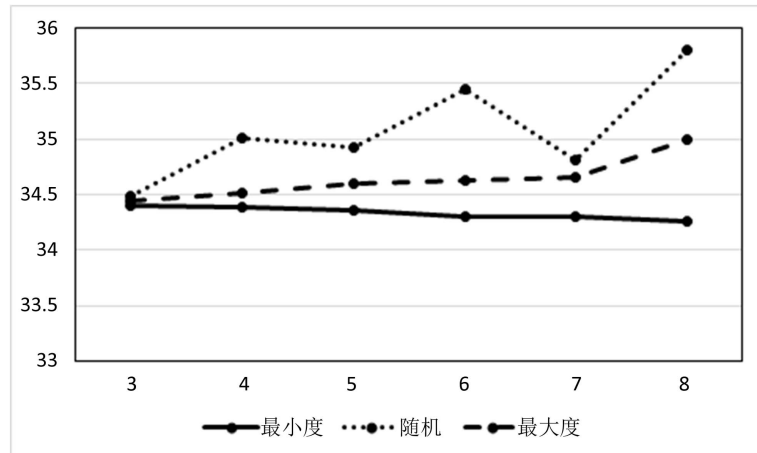


Figure 4. The change curve of network degree variance with the number of access nodes and node degree

图 4. 网络度方差随接入节点数量及节点度变化曲线

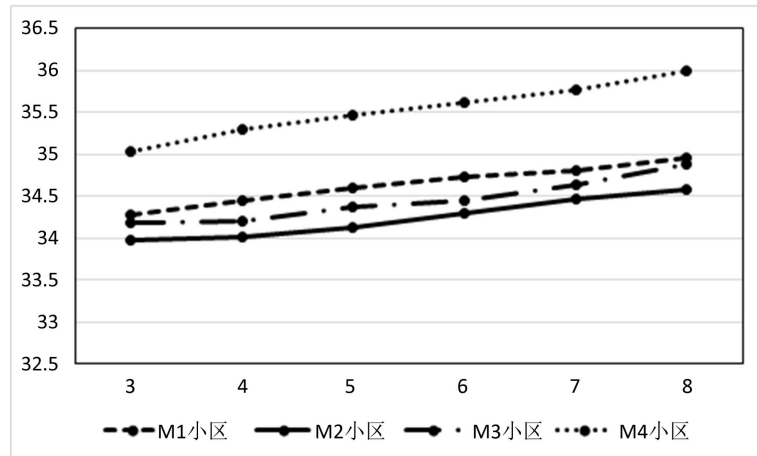


Figure 5. The change curve of network degree variance with the complexity of network

图 5. 网络度方差随接入小区网络复杂程度变化曲线

道路通行能力越好。

2.2. 道路通行能力评价模型

本小节讨论小区内部开放程度、小区位置、小区规模对城市道路通行能力的影响，建立交通流速度—密度中的 Greenshields 线性模型[3]和等效通行模型[4]研究小区开放的外部影响因素——小区外部道路环境对道路通行能力的影响。

(1) Greenshields 线性模型

本小节采用单段速度—密度模型中的 Greenshields 线性模型来体现小区开放前的道路通行能力。交通流的三个基本参数为：流量、密度、速度。首先将 $Q-V$ 关系转化为 $K-V$ 关系。由 $Q=KV$ 和

$V = V_f - \frac{V_f}{K_{\max}}K$ 可得 $Q = KV_f - \frac{V_f}{K_{\max}}K^2$ 。 Q 取最大值时，路段通行能力为 $C = \frac{1}{4}V_fK_{\max}$ 。故路段流量与

路段行驶所需时间的关系为： $t_1 = t_0 \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - Q/C}} \right)$ 。由此可得 $k-t_1$ 的关系式实质为路段车流密度与路段

行驶所需时间的表达式。取定自由流速度 $V_f = 66 \text{ km/h}$ ，最大自由流密度 $K_{\max} = 120 \text{ veh/km}$ ，假设自由流状态下经过路段 a 车辆的行驶时间 t_0 为 0.5 h ，实际车流密度为 100 veh/km 时， $t_1 = 0.6 \text{ h}$ 。

(2) 等效通行模型

如图 6 所示。

Greenshields 线性模型为 $V' = V_{fe} - \frac{V_{fe}}{K_{je}} K$ ，等效流量与等效自由流密度关系式为： $Q' = KV_{fe} - \frac{V_{fe}}{K_{je}} K^2$ 。

最大道路通行能力为： $C' = \frac{1}{4} V_{fe} K_{je}$ ，路段等效流量与路段行驶所需时间的关系为： $t_2 = t_0 \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - Q'/C'}} \right)$ 。

由此可得 $k-t_2$ 关系式实质为路段等效车流密度与路段行驶所需时间的表达式。

(2-1) 等效自由流流量求解

选取节点对数 8 作为模型求解基础，将这 8 个点分别设为 A, B, C, D, E, F, G, H 。用仿真软件模拟出这 8 个点的车辆通行权重为别为：

$$\begin{aligned} \delta(A) &= 0.20, \delta(B) = 0.10, \delta(C) = 0.09, \delta(D) = 0.21, \\ \delta(E) &= 0.08, \delta(F) = 0.07, \delta(G) = 0.15, \delta(H) = 0.10. \end{aligned}$$

随机产生 8 个小于 670 veh/h 的自由流流量为：

$$\begin{aligned} Q(A) &= 650, Q(B) = 523, Q(C) = 517, Q(D) = 660, \\ Q(E) &= 496, Q(F) = 487, Q(G) = 589, Q(H) = 532. \end{aligned}$$

由 $Q = KV$ ， $Q_{\max} = C = \frac{1}{4} V_f K_{\max}$ ， $K_f = 66 \text{ km/h}$ 和 $K_{\max} = 120 \text{ veh/km}$ ，得

$$Q = 1980 \text{ veh/h 和 } Q_e = 2562.75 \text{ veh/h}$$

(2-2) 等效自由流密度求解

由于等效自由流速度是采用能够反映道路条件、交叉口密度、延误、干扰和驾驶行为等因素的实际道路行程车速作为等效路段的行驶车速，在此难以实际调查获得结果，因此将求等效自由流速度转化为求解等效自由密度，通过 $V_{fe} = \frac{Q_e}{K_{je}}$ ，求得等效自由流速度为 $K_{\max} = 120 \text{ veh/km}$ 。根据权重大小在 MATLAB

中随机产生 8 个小于 10 veh/km 自由流密度：

$$\begin{aligned} K(A) &= 9.85, K(B) = 7.92, K(C) = 7.83, K(D) = 10.00, \\ K(E) &= 7.52, K(F) = 7.38, K(G) = 8.92, K(H) = 8.06. \end{aligned}$$

由流量加权平均值公式： $K_{je} = 111.17 \text{ veh/km}$ 和 $V_{fe} = 92.21 \text{ km/h}$ 。取等效之前的自由流状态下经过路段 a 车辆的行驶时间 t_0 为 0.5 h ，实际车流密度为 100 veh/km ，求得 $t_2 = 0.5 \text{ h}$ ， $\Delta t = t_1 - t_2 = 0.1 \text{ h} > 0$ 。由

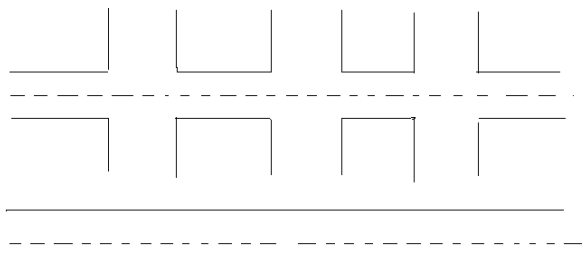


Figure 6. Concept map of equivalent capacity
图 6. 等效通行能力概念图

此可知当小区开放之后周边道路的车辆通行能力变好。

(3) Greenshields 线性模型与等效通行模型结果分析

1) 小区开放前的路段车流密度与路段行驶所需时间的表达式:

$$\begin{cases} Q = KV_f - \frac{V_f}{K_{\max}} K^2 \\ t_1 = t_0 \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - Q/C}} \right) \end{cases} \Rightarrow M : t_1 = t_0 \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - (KV_f - V_f K^2 / K_{\max}) / C}} \right)$$

2) 小区开放后的路段等效车流密度与路段行驶所需时间的表达式:

$$\begin{cases} Q' = KV_{fe} - \frac{V_{fe}}{K_{je}} K^2 \\ t_2 = t_0 \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - Q'/C'}} \right) \end{cases} \Rightarrow N : t_2 = t_0 \left(\frac{2}{1 \pm \sqrt{1 - (KV_{fe} - V_{fe} K^2 / K_{je}) / C'}} \right)$$

给定同一个道路密度 K , 代入 M, N 中分别求得 t_1, t_2 , 求得 t_1, t_2 的差值 $\Delta t = t_1 - t_2$ 。 Δt 的大小反映了小区开放之后缓解了道路压力的程度, 当 Δt 越大, 缓解交通压力的能力更强。

3. 模型的推广与改进

在等效通行模型中均为车流状态为自由流状态下的车流流量与车流密度, 由对城市快速路交通流速度—密度模型研究[5]可知城市快速路交通流状态划分为四个相位: 自由流、谐动流、同步流与阻塞流。我们可将车流状态推广至谐动流和同步流时分别计算车辆通过一段道路的时间 t_3, t_4 , 来反映不同车流状态下周边道路通行能力。建立分段速度—密度关系模型并且以不同密度下速度分布的标准差作为交通流状态划分的依据。依靠大量统计数据做出散点图运用 SPSS 用不同函数进行拟合利用流量、速度与密度的关系 ($Q = KV$) 得到各交通流状态下的流量—密度函数:

自由流状态: $Q(K) = 67K, K < 10 \text{ veh/km}$ 。

谐动流状态: $Q(K) = 80.893K - 0.888K^2, 10 \text{ veh/km} \leq K < 44 \text{ veh/km}$ 。

同步流状态: $Q(K) = 77.151Ke^{-0.0026K}, 44 \text{ veh/km} \leq K < 120 \text{ veh/km}$ 。

阻塞流状态: $Q(K) = 0K, K \geq 120 \text{ veh/km}$ 。

在小区与主路相连的每条道路中取定车流流量 $Q(I) < 670 \text{ veh/h}$, 车流密度 $K(I) < 670 \text{ veh/h}$ 其中 $I = A, B, C, D, E, F, G, H$ 由 Greenshields 线性模型与等效通行模型结果分析得到的 Δt 为正数, 即在车辆进出小区道路是自由通行时, 主路上的车辆在一距离中的行驶时间变短, 若在等效通行模型中将车辆进出小区的车流状态设定为谐动流(即车辆行驶过程中相互之间会造成一定的影响, 但影响不大), 理论上 Δt 会变大。

实际计算结果为: $t_3 = 0.42h, \Delta t' = t_1 - t_2 = 0.6h - 0.42h = 0.18h, \Delta t' > \Delta t$ 与理论结果相匹配。

同理, 若将等效通行模型中将车辆进出小区的车流状态设定为同步流(即车辆行驶过程中相互之间会造成较大的影响, 速度分布均匀), 得到 $t_4 = 0.27h, \Delta t'' = t_1 - t_3 = 0.6h - 0.27h = 0.33h, \Delta t'' > \Delta t'$, 即结论得到验证。

道路通行能力评价模型是对网络复杂程度不同的小区进行研究, 得到网络度方差随接入节点数量及节点度的变化趋势, 将小区开放程度越小(接入的节点对数越少)直接等视为封闭时的开放程度, 随着变化趋势从而得出小区开放时对道路通行能力的影响。忽略了开场程度很小的小区 and 封闭小区之间的差别, 带来误差。构建的小区结构掺杂了需要主观因素, 虽然有相应的实地调查, 但是数据不够或者误差较大,

造成求解的结果与实际情况差距较大。

4. 模型的优缺点

4.1. 模型的优点

1) 我们分别从外部影响因素和内部影响因素两个方面来考虑小区开放对周边道路的影响,避免了在问题研究中的局限和不全面,从而忽略了其他因素的影响。

2) 将复杂的道路结构抽象为网络,小区道路或其连接小区周边道路的交叉口为网络中的节点,连接交叉口的路段为网络中的节点度,大大简化了小区道路结构,对模型求解提供了很大的方便。

3) 运用等效道路的原理将城市中由多个路段和交叉路口组成的一条道路等效成一条没有交叉口的道路,并按一整条道路来评价,大大简化了运算,提高了运算效率。

4) 模型具有坚实的数学基础,很多数学理论如等效通行理论都已经有了很坚实的研究基础。

5) 在等效通行能力模型中,本文采取自由流为车辆进出小区的交通流状态,即用最弱的疏通方案使通行能力得到了较为明显的提高,并对其它两种情况在模型的推广中得到了补充说明。

4.2. 模型的缺点

1) 对网络复杂程度不同的小区进行研究,得到网络度方差随接入节点数量及节点度的变化趋势,将小区开放程度越小(接入的节点对数越少)直接等视为封闭时的开放程度,随着变化趋势从而得出小区开放时对道路通行能力的影响。忽略了开场程度很小的小区和封闭小区之间的差别,带来误差。

2) 构建的小区结构掺杂了需要主观因素,虽然有相应的实地调查,但是数据不够或者误差较大,造成求解的结果与实际情况差距较大。

致 谢

感谢四川师范大学数学与软件科学学院陈东老师的指导。

参考文献 (References)

- [1] 詹斌,蔡瑞东,胡远程,曹梦鑫. 基于城市道路网络脆弱性的小开放策略研究[J]. 物流技术, 2016, 35(7): 98-101.
- [2] 贾秀丽,蔡绍洪,刘浩广,汪红,张芙蓉. 无标度网络 BA 模型的物理内涵及其改进模型比较[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2007, 24(6): 578-582.
- [3] 徐程,陈晓明. 交通流速度-密度模型特性分析[J]. 公路交通科技, 2014, 31(2): 114-120.
- [4] 高旺生,涂辉招,杜豫川,孙立军. 一种新的城市道路通行能力计算方法——等效通行能力[J]. 上海工程, 2005(1): 53-57.
- [5] 曹亚康,刘立英,王卫卫. 城市快速路交通流速度-密度模型研究[J]. 物流技术, 2013, 32(4): 166-169.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2163-145X，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：hjdm@hanspub.org