

Research Status and Progress of Electrothermal Field Simulation of Aluminum Electrolysis Cell

Shuo Han^{1*}, Mingren Wei², Weiwei Wang², Qidong Sun², Xiaojun Lv^{2#}

¹Shenhua Zhunneng Resources Comprehensive Development Co. Ltd., Ordos Inner Mongolia

²School of Metallurgy and Environment, Central South University, Changsha Hunan

Email: #csuxiaojun@126.com

Received: Sep. 6th, 2019; accepted: Sep. 23rd, 2019; published: Sep. 30th, 2019

Abstract

Reasonable electrothermal field distribution is the premise and fundamental guarantee for efficient and stable operation of aluminum electrolysis cell, which directly affects current efficiency, energy consumption, ledge profile and cell stability. Therefore, it is of great significance to study the electrothermal field of aluminum electrolysis cell. This paper describes the research method of the electrothermal field of aluminum electrolysis cell. The research progress of electrothermal field simulation of aluminum electrolysis cell is analyzed and discussed. Finally, the problems of the electrothermal field simulation to be solved in the future research are pointed out.

Keywords

Aluminum Electrolysis, Electrothermal Field Simulation, Simulation Calculation

铝电解槽电热场仿真的研究现状与进展

韩 硕^{1*}, 韦茗仁², 王维维², 孙启东², 吕晓军^{2#}

¹神华准能资源综合开发有限公司, 内蒙古 鄂尔多斯

²中南大学, 冶金与环境学院, 湖南 长沙

Email: #csuxiaojun@126.com

收稿日期: 2019年9月6日; 录用日期: 2019年9月23日; 发布日期: 2019年9月30日

摘 要

合理的电热场分布是铝电解槽高效稳定运行的前提和根本保证, 其直接影响着铝电解电流效率、能耗、

*第一作者。

#通讯作者。

炉膛内形以及槽稳定性。因此,开展铝电解槽电热场研究具有重要意义。本文介绍了铝电解槽电热场的研究方法,分析和讨论了国内外铝电解槽电热场仿真的研究进展。最后,指出了铝电解槽电热场仿真在未来的研究中需要解决的问题。

关键词

铝电解, 电热场仿真, 仿真计算

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

仿真技术具有成本低、效率高等优点,对铝电解槽设计和生产提供了良好的指导。在铝电解槽各大物理场中,电场是铝电解槽运行的能量基础,直接影响着其他物理场的分布,而热场分析结果为保温结构设计的优化选择和设计参数提供重要依据[1]。不管怎样,合理的热场是铝电解槽持续稳定运行的关键之一。因而,电热场仿真对铝电解槽设计与生产管理具有重要的指导意义。

2. 铝电解技术概况

在铝电解槽中,电解质主要由冰晶石、添加剂和氧化铝原料组成。碳素材料作为阴阳极,在直流电作用下,阴极炭块上还原为铝。式(1)为铝电解的基本反应方程式:



铝电解槽在直流电作用下,根据焦耳定律,电能转化成焦耳热,各种因素对热平衡的综合调节作用下形成了热场。此外,铝电解槽中还存在着多种物理场,包括磁场、流场、应力场等[1]。每一种物理场相互影响,关系极为复杂。根据它们的相关程度一般可划分为两大部分,即电-热-应力场和电-磁-流场[1][2]。合理的电热场分布使槽内具有良好的电热平衡,得到稳定规整的槽膛内形,降低铝液波动,有利于提高电流效率延长槽寿命。因此,对铝电解槽电热场进行全面深入的研究很有必要。数值模拟仿真是目前研究铝电解槽电-热场的主要方法[1][2][3]。

3. 铝电解槽电热场仿真模型的发展

3.1. 单物理场模型与耦合模型

早期铝电解槽仿真研究并未考虑电-热场耦合作用,分析方式为单物理场分析。模型的发展趋势为局部发展到整体,从一维发展到三维。

铝电解槽电场的研究对象就是电流流经的导体。阳极电流分布对于整体电流的走向及分布有很大影响,故阳极电流分布研究也是铝电解槽电场研究的热点。

采用不同的建模方法将阳极电流分布分为一次电流分布和二次电流分布[4][5][6],前者在任意电流密度下将阳极过电压定义为一个定值,计算电流分布。而后者过电压取决于电流密度,由于电流密度是变化的,这种定义方法精度更高。局部阳极电流密度不同会造成碳消耗速率不同,从而很大程度上影响电流的分布。J. Zoric 等[4][5]采用二维有限元法计算阳极、熔体及阴极的电场分布,将局部电流密度设

为定值, 得到阳极电流密度分布。在获悉电流密度分布的情况下, 根据电化当量关系计算得出阳极形状随时间的变化。Y. Xu 等[6]建立了基于拉普拉斯方程和塔费尔方程的二次电流分布的二维模型, 并采用拉格朗日-欧拉法, 考虑阳极底面局部电流密度随距离拐角位置的变化, 模拟了单个阳极形状随时间的变化。忽略了阳极之间的相互作用。而单个阳极电流所携带的电流会通过传质与传热影响周围区域, 进而影响相邻阳极的电流。S. Guérard 等[7]考虑了阳极之间不同电流的分布, 把铝电解槽电场视为仅包含横梁、阳极炭块、电解质的模型, 详细解释了阳极电流和极距变化的关系。L. Dion [8]考虑了氧化铝进料行为, 模拟氧化铝和阳极电流在电解槽内的分布, 模型能反映氧化铝的分布, 根据阳极电流分布可以用来预测阳极效应。此外, 对电场研究的方法还包括等效电阻法。等效电阻法是将铝电解槽导电部分用等效电阻代替, 根据串并联关系计算各节点电位及母线电流大小和方向。Y. Wang 等[9]用 Matlab/Simulink 软件建立的电解槽等效电路进行仿真, 得到了槽电压和阳极电流分布的信号。不过这种方法未见引入其他物理场的相关报道。

Haupin [10]率先对铝电解槽热场进行研究, 提出了一个计算槽膛内形的一维模型, 并假设铝液与伸腿之间存在电解质薄层(bath film), 大致计算出炉帮各区域的热损失。Solheim 等[11]在此基础上考虑伸腿熔融或凝固时的热平衡和质量平衡, 认为薄层来源于槽底沉淀, 底部的伸腿熔融或凝固速度更快。Giskeødegård 等[12]引入瞬态 CFD 模型, 改变表面张力、铝液流速这些参数研究, 并考虑扩散对薄层的影响, 认为铝液流动对薄层的形成有较大的影响。J.N. Bruggeman 等[13]认为一维模型不能准确地反映槽膛内形, 故采用二维模型研究了槽体设计和运行参数对伸腿形状、电解质温度和热损失分布的影响。H.A. Ahmed [14]提出的二维模型, 认为槽帮熔融和凝固过程中需要考虑相变热, 预测了稳态炉帮剖面 and 温度分布。

然而采用一维或二维计算方法难以完全考虑电热的影响, 边界条件的处理也有一定的局限性。后来的模型大多是建立在三维数学模型之上的。

李景江等[15]用三维有限差分模型研究了 160KA 和 135KA 两种不同容量的铝电解槽阴极电场分布。李劼等[16] [17]等在 ANSYS 平台上开发验证了三维阳极熔体电场模型, 后来还建立了非线性电接触模型分析阴极电压降。但并没有将电场与热场结合起来。铝电解槽中各物理场之间并不是孤立地存在, 只是人为地将它们分成单场现象, 以便各自分析, 但这样的计算结果与实际偏差较大。为此, 综合考虑电、热等各物理场的相互耦合作用, 与生产实际更为接近。如 Dupuis 等[18] [19]采用三维耦合模型进行计算。采用 ANSYS 先后建立了半阳极模型, 三维阴极侧部切片模型, 三维整槽切片模型, 1/4 槽模型, 1/2 槽模型等。这些模型减少了计算时间, 推进了铝电解电热耦合仿真实验。

3.2. 稳态模型和瞬态模型

根据模型与时间的相关性划分还可以分为稳态模型和瞬态模型。

稳态模型是能量收支达到稳态平衡状态条件下, 对电热场的电热特性进行计算, 对电解槽优化设计、技术改进和槽况诊断提供指导。铝电解槽稳态电场、热场数值模拟计算实质上是分别求解导电的拉普拉斯方程、基尔霍夫定律和有内热源的导热泊松方程, 如式(2)~(5)所示:

$$\sigma_x \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \sigma_z \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

$$\sum V = \sum I \cdot R \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = 0 \quad (4)$$

$$q = \sigma \times (-\nabla V)^2 \quad (5)$$

式中： σ ——电导率，S/m； V ——电位，V； I ——电流，A； R ——电阻， Ω ； T ——温度，K； λ ——材料在 X，Y 和 Z 方向的导热系数，W/(m·K)； q ——热源，W。

稳定规整的炉帮使熔体保持良好的电流密度分布，减少热损失，是铝电解槽处于合理的电热场分布的重要指标。

在炉帮计算方面，开展了大量的电热场稳态和瞬态模型研究。尹诚刚[20]建立了铝电解槽电热场单阳极切片模型，并通过二分法和黄金分割法对炉帮形状进行迭代，为了应对切片模型没有考虑切片与槽内周围区域的热交换这一缺陷，通过在模型的熔体中添加热源来模拟这一热交换形式，建立了电-热场仿真模型，这种方法需多次移动节点。刘浩[21]给定了初始假设的炉帮形状，以温度等于电解质的结晶点等值面为新炉帮表面重新进行建模，循环结束的条件为控制两次计算的槽帮温差不超过给定的温度容差。陶文举[22]、张家奇[23]通过给定初始炉帮形状，根据炉帮节点温度和初晶温度之差移动节点，若节点温度低于初晶点温度，认为此处的电解质是凝固的，若节点温度高于初晶点温度，则此处的电解质是熔融的。如此反复进行，直到炉帮表面所有节点的温度值与初晶点温度之差的绝对值小于 1℃，确定了炉帮的最终形状，这种方法需要多次建立模型。

实际上铝电解槽槽况是不断变化的，电解槽能量平衡和物料平衡处于动态变化中。因此，建立准确的瞬态电热场耦合仿真，对铝电解槽炉帮变化进行时间和空间的预测，以进行应对和调控，是铝电解工业另需解决的难题。

Ramesh Kumar Nayak [24]通过人为调整伸腿的形状，研究了不同形状的伸腿对温度和电流分布的影响，然而并未解决上述问题。Zhengguang Xu [25]利用有限差分法建立了具有相变的三维非稳态传热模型。然后逐层计算初始温度场和初始伸腿轮廓，通过迭代对伸腿节点进行校正。不过没有模拟工艺条件的改变导致炉帮的变化。C.Y. Cheung 等[26] [27] [28]等通过将单个阳极电流信号作为模型输入，计算局部电解质温度和局部伸腿厚度，模拟阳极电流信号的改变对局部热平衡的影响，量化了换极后新极附近伸腿厚度随移除时间的变化。之后把模型离散化，分析了炉帮区、液相区、阳极炭块区之间的传热方程，模拟了短路阳极对电解质温度和伸腿厚度的影响，还考虑了电解质的流动建立三维瞬态模型来估计温度分布以及伸腿轮廓。张家奇[23]、王恒[29]建立了电热场瞬态计算模型模拟换极工艺带来的影响，丁培林[30]建立在电热场耦合的基础上引入了浓度场，建立了瞬态计算模型模拟下料过程带来的影响。不过都只关注了电解质的变化，并未对炉帮变化进行分析。

综上所述，建立快速而准确的稳态模型与瞬态模型对炉帮行为的预测有待进一步研究。需要注意的是，炉帮与凝固炉帮之间还存在一层过渡层影响着炉帮与高温熔体的传热，炉帮与高温熔体的作用机理尚未完全明确，目前基于有限元的仿真方法着重与对铝电解槽宏观电热场进行描述，无法描述炉帮复杂的微观界面行为，并且炉帮行为受到流场的影响也较大[31]，故建立准确的铝电解槽电热场模型并引入其他物理场对炉帮行为分析有重要意义。

4. 铝电解槽电热场边界条件及物性参数研究现状

除了对模型发展的研究外，准确的边界条件和物性参数也是铝电解槽电热场耦合仿真的关键，直接影响着仿真结果的可靠性。

Dupuis M. [18]，S.W. Jessen [32]，A.E. Gheribi [33]等许多研究者通过测试法或者模拟计算得到相关材料的电导率或者导热系数，Aïmen E.等[34] [35]在 423~873 K 的温度范围内，推导了工业铝电解槽不同相组成的炉帮的导热系数。然而较高温度情况下的导热系数数据仍然缺乏。对此梅焱[36]，R. Singh [37]等许多研究者也给出相应的经验公式进行描述，可以大致得出相关材料在高温下的物性参数。Solheim A.

等[38]总结了与熔体有关的传热系数的文献,然而这些数据比较久远,差别大,如电解质-炉帮对流系数范围为 $250\sim 1400\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ 。Sevro D.S.等[39]提出了一种计算电解槽内传热系数的方法,基于 ANSYS CFX 的计算结果得到电解质-炉帮、电解质-阳极的对流换热系数,然而仅考虑了气泡对流场的作用,忽略了电磁力的影响。杨帅[3]建立电解质与内衬界面换热系数的模型,计算出不同推动因素下槽内各区域换热系数均值。张家奇[28]通过预设换热系数初始值,通过计算的散热量、炉帮厚度与槽壳等结果与测试值对比,再进行参数的调整直至仿真结果与测试值相符合。崔喜凤等[40]利用定义炉帮与熔体之间的热接触来模拟炉帮与熔体的对流传热,为描述炉帮与高温熔体之间的热量传递提供了另一种思路。Allard F.等[41]考虑了与电解质接触的阳极覆盖料熔融后由对流传热机理转变为辐射传热机理,对阳极覆盖料和阳极壳与电解质间的辐射度进行了测量,并进行验证,结果与实际接近。如表 1 为部分研究者测得的与熔体有关的对流换热系数的相关数据。

Table 1. Some data of convective heat transfer coefficients related to melt obtained by research

表 1. 部分研究者得到的与熔体有关的对流换热系数的相关数据

项目	对流换热系数数值大小($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$)	参考文献
电解质-阳极	700	[23]
	478	[3]
	1130	[30]
电解质-炉帮	950	[23]
	1473 (电解质-大面炉帮); 1894 (电解质-小面炉帮)	[3]
	1370	[30]
电解质-铝液界面	1150	[23]
	1511	[3]
	1500	[42]

熔体与槽帮之间、电解质-铝液之间等的对流换热系数与熔体复杂的成分、槽帮附近熔体流速、槽帮形状等因素有关,并且不同容量、不同结构的电解槽得到的对流换热系数结果也不同,这些导致了研究者得出相关数据有一定差别。这会影响到相关物理场的计算结果。

5. 结语与展望

综上所述,铝电解槽电热场仿真研究工作大体可分为以下两大类:一是从一维到三维对模型完善,进行铝电解槽局部或整体的稳态和瞬态电热场计算;二是对电-热场仿真中需要用到的边界条件和物性参数进行测量、模拟计算。尽管电热场仿真已取得了较大的进展,但仍有很大的改进空间。

首先,一种快速并且准确的模型模拟计算稳态槽膛内形,并建立瞬态模型预测炉帮随时间变化行为的方法急需完善。然而,高温熔体与炉帮之间作用的机理尚未完全明确,健全、完善相关数据及明确相关理论这也是今后研究铝电解槽电热场工作的方向。

其次,边界条件过于理想化,比如忽略气泡作用、电解质流动、阳极消耗、铝液-电解质界面的波动、槽底沉淀等,这需要判断实际问题是否允许进行这些假设,以提高仿真结果的可靠性。

基金项目

基于硼势调控的 Ti 基 TiB₂/TiB 渗层可润湿性阴极得到形成机制与可控制备(国家自然科学基金面上项目, 51674302)。

参考文献

- [1] 刘业翔, 李劫. 现代铝电解[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2008.
- [2] Li, J., Liu, J., Liu, W., *et al.* (2008) Resistance Optimimization of Flxes in Aluminum Reduction Cells. *Journal of Central South University of Technology*, **15**, 20-24. <https://doi.org/10.1007/s11771-008-0005-z>
- [3] 杨帅. 基于界面传热机理的铝电解槽综合传热分析模型及其应用[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2013.
- [4] Zoric, J., Rousar, I., Kuang, Z., *et al.* (1997) Current Distribution in Aluminium Electrolysis Cells with Soderberg Anoder Part II: Mathematical Modelling. *Journal of Applied Electrochemistry*, **26**, 795-802. <https://doi.org/10.1007/BF00683741>
- [5] Zoric, J., Rousar, I. and Thonstad, J. (1997) Mathematical Modelling of Industrial Aluminium Cells with Prebaked Anodes Part I: Current Distribution and Anode Shape. *Journal of Applied Electrochemistry*, **26**, 928-938. <https://doi.org/10.1023/A:1018401602274>
- [6] Xu, Y., Li, J., Zhuang, H., *et al.* (2015) Computational Modeling of Anodic Current Distribution and Anode Shape Change in Aluminium Reduction Cells. *Journal of Mining and Metallurgy, Section B: Metallurg*, **51**, 7-15. <https://doi.org/10.2298/JMMB140223006X>
- [7] Guérard, S. and Côté, P. (2019) A Transient Model of the Anodic Current Distribution in an Aluminum Electrolysis Cell. In: Chesonism, C., Ed., *Light Metals*, Springer, Berlin, 595-603. https://doi.org/10.1007/978-3-030-05864-7_74
- [8] Dion, L., Kiss, L.I., Poncsak, S., *et al.* (2018) Simulator of Non-Homogenous Alumina and Current Distribution in an Aluminum Electrolysis Cell to Predict Low-Voltage Anode Effects. *Metallurgical and Materials Transactions B*, **49**, 737-755. <https://doi.org/10.1007/s11663-018-1174-2>
- [9] Wang, Y., Tie, J. and Sun, S. (2015) Simulation Method Based on Equivalent Circuit to Investigate the Circuit Characteristics in Aluminum Reduction Cell. *Transactions of the Indian Institute of Metals*, **68**, 443-451. <https://doi.org/10.1007/s12666-014-0473-9>
- [10] Haupin, W.E. (1971) Calculating Thickness of Containing Walls Frozen from Melt. *JOM*, **23**, 41-44. <https://doi.org/10.1007/BF03355715>
- [11] Solheim, A., Giskeødegård, N.-H. and Holt, N.J. (2016) Sideledge Facing Metal in Aluminium Electrolysis Cells: Freezing and Melting in the Presence of a Bath Film. In: Williams, E., Ed., *Light Metals*, Springer, Berlin, 333-338. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48251-4_55
- [12] Giskeødegård, N.-H., Solheim, A. and Holt, N.J. (2016) Sideledge Facing Metal in Aluminium Electrolysis Cells: Preliminary Modelling Study of Bath Film Formation. In: Williams, E., Ed., *Light Metals*, Springer, Berlin, 423-428. <https://doi.org/10.1002/9781119274780.ch69>
- [13] Bruggeman, J.N. and Danka, D.J. (1990) Two-Dimensional Thermal Modeling of the Hall-Héroult Cell. In: *Light Metals*, Springer, Berlin, 203-211.
- [14] Ahmed, H.A., Elrefale, F.A., El-Demerdash, M.F., *et al.* (1993) Development of a Thermal Model for Prebaked Aluminium Reduction Cells at the Aluminum Company of Egypt (Egyptalum). In: Das, S.K., Ed., *Light Metals*, TMS (The Minerals, Metals & Materials Society), Denver, 375-378.
- [15] 李景江, 邱竹贤. 铝电解槽阴极电场的计算机仿真[J]. 东北工学院学报, 1989, 10(6): 591-597.
- [16] 李劫, 程迎军, 赖延清, 等. 大型预焙槽电解槽电、热场的有限元计算[J]. 计算物理, 2003, 20(4): 351-355.
- [17] Li, J., Liu, W., Lai, Y.Q., *et al.* (2007) Analysis of Cathode Voltage Drop in Aluminum Electrolysis Cells with an Electric Contact Model. In: *Light Metals*, Orlando, FL, 465-469.
- [18] Dupuis, M. (1994) Thermo-Electric Analysis of the Grande-Baie Aluminum Reduction Cell. In: *Light Metals*, Warrendale, PA, 339-342.
- [19] Dupuis, M. (1998) Computation of Aluminum Reduction Cell Energy Balance Using ANSYS Finite Element Models. In: *Light Metals*, Jonquière, 294-302.
- [20] 尹诚刚. 面向在线仿真的铝电解槽电 - 热场耦合建模研究[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2014.
- [21] 刘浩. 铝电解槽的多物理场仿真研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- [22] 陶文举. 大型预焙铝电解槽水平电流的研究[D]: [博士学位论文]. 沈阳: 东北大学, 2016.
- [23] 张家奇. 基于数学模型的铝电解槽动态过程及其预报系统研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2011.
- [24] Nayak, R.K. (2018) Effect of Ledge Shape on Temperature and Current Distribution of Hall-Heroult Cell. *Modeling and Simulation*, **5**, 1875-1876. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.06.222>
- [25] Xu, Z.G., Song, L.L., Ju, M.S., *et al.* (2016) Online Monitoring of Three Dimensional Ledge Profile of Aluminum Electrolytic Cell. *Advances in Intelligent Systems Research*, **133**, 388-392. <https://doi.org/10.2991/aiie-16.2016.89>

- [26] Cheung, C.-Y., Menictas, C., Bao, J., *et al.* (2012) Impacts of Anode Set on the Energy Re-Distribution of PB Aluminum Smelting Cells. *The Minerals, Metals and Materials Society*, Pittsburgh, 943-947. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48179-1_164
- [27] Cheung, C.-Y., Menictas, C., Bao, J., *et al.* (2012) Spatial Temperature Profiles in an Aluminum Reduction Cell under Different Anode Current Distributions. *AIChE Journal*, **59**, 1544-1556. <https://doi.org/10.1002/aic.13942>
- [28] Cheung, C.-Y., Menictas, C., Bao, J., *et al.* (2015) Spatial Thermal Condition in Aluminum Reduction Cells under Influences of Electrolyte Flow. *Chemical Engineering Research and Design*, **100**, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2015.04.034>
- [29] 王恒. 铝电解槽电-热-应力场及钠膨胀应力研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2016.
- [30] 丁培林. 铝电解下料过程中氧化铝浓度分布及电解质温度场的数值模拟分析[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2016.
- [31] 梁金鼎. 大型铝电解槽热-流强耦合建模及三维槽帮影响因素研究[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2017.
- [32] Jessen, S.W. (2008) Mathematical Modeling of a Hall Héroult Aluminum Reduction Cell. Technical University of Denmark, Copenhagen.
- [33] Gheribi, A.E., Salanne, M. and Chartrand, P. (2016) Formulation of Temperature-Dependent Thermal Conductivity of NaF, Beta- Na_3AlF_6 , $\text{Na}_5\text{Al}_3\text{F}_{14}$, and Molten Na_3AlF_6 Supported by Equilibrium Molecular Dynamics and Density Functional Theory. *Journal of Physical Chemistry*, **120**, 2287-2288. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.6b07959>
- [34] Aïmen, E., Gheribi, S.P., *et al.* (2017) Thermal Conductivity of the Sideledge in Aluminium Electrolysis Cells: Experiments and Numerical Modelling. *The Journal of Chemical Physics*, **146**, 1-10. <https://doi.org/10.1063/1.4978235>
- [35] Aïmen, E. and Gheribi, P.C. (2017) Thermal Conductivity of Compounds Present in the Side Ledge in Aluminium Electrolysis Cells. *The Minerals, Metals and Materials Society*, **69**, 2412-2417. <https://doi.org/10.1007/s11837-017-2563-8>
- [36] 梅焱. 有色冶金炉设计手册[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2000.
- [37] Singh, R., Das, K., Mishra, A.K., *et al.* (2016) An Approach for Estimation of Cathode Voltage Drop in an Aluminum Reduction Cell with an Inclined Carbon Block and a Copper Insert. *Transactions of the Indian Institute of Metals*, **70**, 1795-1804. <https://doi.org/10.1007/s12666-016-0978-5>
- [38] Solheim, A. (2011) Some Aspects of Heat Transfer between Bath and Sideledge in Aluminum Reduction Cells. In: Lindsay, S.J., Ed., *Light Metals*, TMS, San Diego, 381-386. <https://doi.org/10.1002/9781118061992.ch68>
- [39] Sevro, D.S. and Gusberty, V. (2009) A Modeling Approach to Estimate Bath and Metal Heat Transfer Coefficients. In: Bearne, G., *Light Metals*, TMS, San Francisco, 557-562.
- [40] 崔喜凤, 邹忠, 张红亮, 等. 预焙铝电解槽三维槽帮形状的模拟计算[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(3): 815-820.
- [41] Allard, F., Desilets, M. and LeBreux, M. (2019) Improved Heat Transfer Modeling of the Top of Aluminum Electrolysis Cells. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **132**, 1262-1276. <https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2018.12.062>
- [42] Wang, Q., Li, B.K. and Fafard, M. (2016) Effect of Anode Change on Heat Transfer and Magneto-Hydrodynamic Flow in Aluminum Reduction Cell. *The Minerals, Metals and Materials Society*, **68**, 610-622. <https://doi.org/10.1007/s11837-015-1714-z>