

An Improved Vibration-Insensitive Spherical Optical Cavity

Liqing Ren^{1*}, Guanjun Xu^{2,3}, Zhaohua Wang¹, Xiaoli Liu¹, Fan Li¹, Zhongxun Deng¹, Xiaolong Li¹, Zengsheng Li¹, Tao Liu^{2,3}

¹College of Energy and Engineering, Yulin University, Yulin Shaanxi

²National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an Shaanxi

³Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standard, Xi'an Shaanxi

Email: *renliqing1984@163.com

Received: Mar. 1st, 2018; accepted: Mar. 19th, 2018; published: Mar. 27th, 2018

Abstract

In this study, we present a four-point horizontally supported spherical reference cavity of relatively low vibration sensitivity by using finite element analysis (FEA). We show that the vibration sensitivity is tunable by changing the support positions and contact areas. We also show that a zero crossing of the vibration sensitivity can be achieved for the proposed optical cavity. More important is that the zero crossing is still achievable once the cavity has been machined, taking into account tolerances in manufacturing and errors in the FEA simulations. The proposed cavity can also be designed as a two-dimensional squeezed portable cavity, which might find potential application for a non-laboratory cavity-stabilized laser.

Keywords

Reference Cavity, Vibration Sensitivity, Optical Clock

优化的振动不敏感球形参考腔

任立庆¹, 许冠军^{2,3}, 王兆华¹, 刘孝丽¹, 李凡¹, 邓仲勋¹, 李小龙¹, 李增生¹, 刘涛^{2,3}

¹榆林学院, 能源与工程学院, 陕西 榆林

²中国科学院国家授时中心, 陕西 西安

³中国科学院时间频率基准重点实验室, 陕西 西安

Email: *renliqing1984@163.com

收稿日期: 2018年3月1日; 录用日期: 2018年3月19日; 发布日期: 2018年3月27日

*通讯作者。

文章引用: 任立庆, 许冠军, 王兆华, 刘孝丽, 李凡, 邓仲勋, 李小龙, 李增生, 刘涛. 优化的振动不敏感球形参考腔[J]. 现代物理, 2018, 8(2): 35-41. DOI: 10.12677/mp.2018.82005

摘要

利用有限元分析方法提出了四点对称支撑的具有较低振动敏感度的球形参考腔模型。有限元分析表明,通过改变参考腔的支撑位置和支撑面积振动敏感度是可调的,而且可以获得振动敏感度的零交叉点。当考虑加工精度和误差时,切割参考腔振动敏感度的零交叉点仍然可得。这种参考腔模型对于实验室环境中腔稳激光的研究具有重要的参考价值。

关键词

参考腔, 振动敏感度, 光钟

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

超稳激光在光频标[1] [2] [3] [4], 基本物理测试[5]以及重力波探测[6] [7]等方面得到了广泛的应用。超稳激光通常是将激光锁定到一个光学参考腔上实现的。因此,超稳激光的频率稳定度主要取决于光学参考腔的腔长稳定度[8]。然而,来自外界机械振动等噪声会引起参考腔腔长的波动,从而降低了这种腔稳激光的频率稳定度。关于振动不敏感参考腔的研究,人们提出了许多研究方案[9] [10] [11]。

这些方案通常是利用参考腔自身重力将参考腔四点对称地支撑起来。这类研究中的一种方案是将柱体参考腔切割以使得人们可以在水平方向四点对称放置[12] [13] [14]。另一种方案是利用惯性力将参考腔对称地挤压实现支撑、用于非实验室环境的可搬运参考腔[15] [16]。研究表明,利用惯性力实现四点挤压支撑的方块腔对所加的力更加不敏感[17]。为了进一步优化参考腔的腔长敏感度,人们利用加速计和温度传感器研发了前馈系统[18]。结合前馈系统,48 cm 球形参考腔振动敏感度可以优化到方块腔的量级[17]。最近,人们提出了一种小型化三角腔。这种腔由于腔长很短而具有很好的振动敏感度[19]。尽管如此,多数研究方案使用柱体腔作为参考腔腔体,而且由于软支撑问题仍然局限于实验室环境中[12] [13] [14]。其它类型的腔,例如球形腔[15] [16] [18]或者三角腔[19]太短因而具有较差的温度敏感度。很少腔可以很容易地从实验室环境放置类型转换为非实验室环境类型。

本文中我们研究了利用两套正交平面切割的四点支撑水平放置的球形参考腔。这四个点分别对称地处于同一水平面内,并且分别处于四个切割的弧形面的中心位置。为了优化切割腔的振动敏感度,我们对切割参考腔使用大量的有限元模拟。在有限元模拟中四个点沿着加速度方向固定,而不是沿着三个正交方向固定。研究发现,相比前面的研究[14] [20],这种约束大大改进了振动敏感度。人们也许注意到这种约束方式已经在其他工作中也考虑过[14],但那个研究由于腔体形状等参数不同而使得振动敏感度指标较差。我们的研究表明,所研究的切割球形参考腔具有更佳的振动敏感度。这种放置方式的参考腔也许可以应用于实验室环境的超稳激光研究。基于当前的研究,我们想到了一种可搬运参考腔放置结构。这种结构是在原来的基础上切割出与球心所在平面呈完全对称的另一套支撑结构。通过惯性力上下对称挤压实现支撑。这种结构的可搬运参考腔或许可以应用于室外或太空研究的超稳激光方面。人们也许会注意到室外球形参考腔已经提出并得到了测试[15] [16]。然而,他们研究的参考腔由于腔长较短因而具有

较差的温度敏感度，从而需要复杂的电路系统以进一步校准热噪声引起的腔长波动。

2. 参考腔模型

在直角坐标系中，水平放置的参考腔如图 1 所示。腔体由 103.2 mm 直径的 ULE (Ultra-low expansion) 玻璃球构成。腔体沿着光轴(y 轴)钻开 12 mm 直径的孔作为通光孔。光孔两端切出端面直径约 25 mm 的面积，然后将 25.4 mm 直径、厚度为 4 mm 的镜片光学式地贴于两端使得两镜片中心距离为 $L = 100$ mm，如图 1(a)所示。以平行于 xoy 平面 z 坐标为 $z = z_c$ 作为公共的水平切割面。正交平面中的其中之一距离球心的距离为 R_C ，而 Θ_C 为该平面相对于 x 轴的角度。四个正交平面的位置可以利用球坐标系来描述。例如， (R_C, Θ_C) 表示的是垂直于切割面的其中之一平面所在的位置坐标。这样，将四个支撑点分别置于切割水平面和四个正交平面切割出的弧形面中心位置。支撑点的位置既可以用 (R_P, Θ_P) 描述，也可以用 (X_P, Y_P) 来描述，如图 1(b)所示。图中四个点可以利用有限元模拟获得最佳支撑位置以使得振动敏感度值最小。其中之一的支撑点位置在直角坐标系下可以描述为 $(X_P, Y_P, -Z_C)$ 。如图 1(c)所示，参考腔可以通过自身重力放置于最佳支撑点上。

考虑 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 重力加速度作用下参考腔由于弹性形变引起的腔长变化 ΔL 。参考腔沿着重力加速度方向的振动敏感度定义为

$$k_g = \Delta L / (L \cdot g) \quad (1)$$

其中 L 为腔镜之间的距离。

基于有限元分析方法我们将研究加速度沿着 z 轴反方向时参考腔的振动敏感度问题。利用 Ansys 软件将上述提出的参考腔分割成具有 4 节点的 103,000 个四面体小单元。在模拟中，腔体和镜片被认为是严格的整体。假定有限元是在弹性形变范围内计算的。所有有限元的材料使用 ULE 玻璃，密度为 2210 kg/m^3 ，泊松比为 0.17，弹性模量为 67,600 MPa。溶硅和 ULE 镜片的振动敏感度差别可以忽略不计[12]。因此，人们也可以利用该研究模型使用溶硅镜片替换 ULE 镜片来减弱热噪声的影响。我们知道，腔长的长度在减小热噪声方面扮演着重要的角色。这是因为长腔的相对长度波动更低。但是长腔又对机械振动

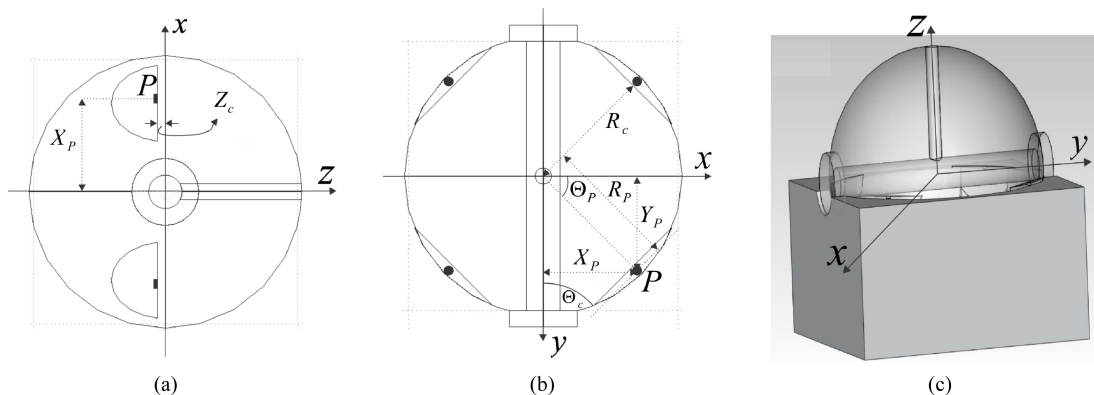


Figure 1. Horizontal mounted spherical optical reference cavity. The cavity is shown in a rectangular coordinate system, in which the z axis is shown in (a) to be perpendicular to the optical axis (y -axis); (a) Projection of the cavity in xz plane; (b) Projection of the cavity in xy plane. P means the location of the support point (nylon). Parameters with index c represent the positions of cut, while that with P are coordinates of the support points; (c) Three-dimensional cavity supported by four points in an aluminium base

图 1. 水平放置球形参考腔。图中光轴沿着直角坐标系 y 轴，通光孔沿着 z 轴。(a) 参考腔在 xoz 平面的投影。图中 Z_C 对应于切割水平面的 z 方向位置坐标。 P 为支撑点， X_P 为支撑点在 x 方向的位置坐标。下标为 C 的表示切割参数的坐标，下标为 P 的坐标参数对应于支撑点；(b) 球形腔在 xoy 平面的投影图。 Y_P 为支撑点在 y 方向的位置坐标；(c) 参考腔放置在铝块槽中四点支撑的三维图

噪声更加敏感。因此，研究中需要权衡以寻找合适的长度参数。并没有使用 48.5 mm 短球腔[15]，我们选择具有更低热敏感度的 100 mm 球形参考腔。尽管长腔将具有较差的振动敏感度，但是我们下面将讲述如何通过优化支撑参数来优化其振动敏感度的。

3. 结果与讨论

考虑到大切割角度会为镜片放置带来困难，而较小的切割角度又会导致交叉切割。我们将切割角度限制在 $[35^\circ, 70^\circ]$ 范围内。在模拟计算中，我们设定 $R_c = 48.6$ mm, $R_p = 50.1$ mm。为了简化问题，我们将支撑点固定在支撑弧面中心。

理想球形腔由于其完美对称性因而将其中部附近支撑将具有较低的振动敏感度。切割球形腔将会破坏其完美对称性。当切割球形腔受到重力作用时弹性形变会诱导腔长变化。然而，利用泊松效应和腔对称性通过精心设计参考腔支撑位置可以补偿这种变化。为了获得最佳支撑点和支撑面积，下面利用有限元分析进行大量数值模拟计算 y 方向腔长变化引起的振动敏感度问题。在计算中，四个支撑点沿着加速度方向固定。

对于支撑面积为 1 mm^2 的情况，改变支撑角度 Θ_c 通过观测两镜片之间的距离可以获得腔长变化，如图 2 所示。从图 2 可以看出，参考腔随着支撑高度的升高变得越来越不敏感。图中曲线是有限元模拟结果(标记符号，如方块、圆圈和三角形等)的拟合结果。所使用的拟合多项式分别是， $74.3 - 3.1\Theta_c + 0.03\Theta_c^2 - 0.002\Theta_c^3$ (蓝色实线)， $54.8 - 1.5\Theta_c + 0.0006\Theta_c^2 + 0.00014\Theta_c^3$ (红色实线)和 $65.7 - 2.1\Theta_c + 0.02\Theta_c^2 + 0.0013\Theta_c^3$ (黑色实线)。其中拟合曲线函数对应的单位是 $10^{-12} (\text{m/s}^2)^{-1}$ 。从图 2 可以看出， $z_c = -3$ mm 对应的曲线包含了零交叉值点。相对于支撑角度的变化，振动敏感度的斜率为

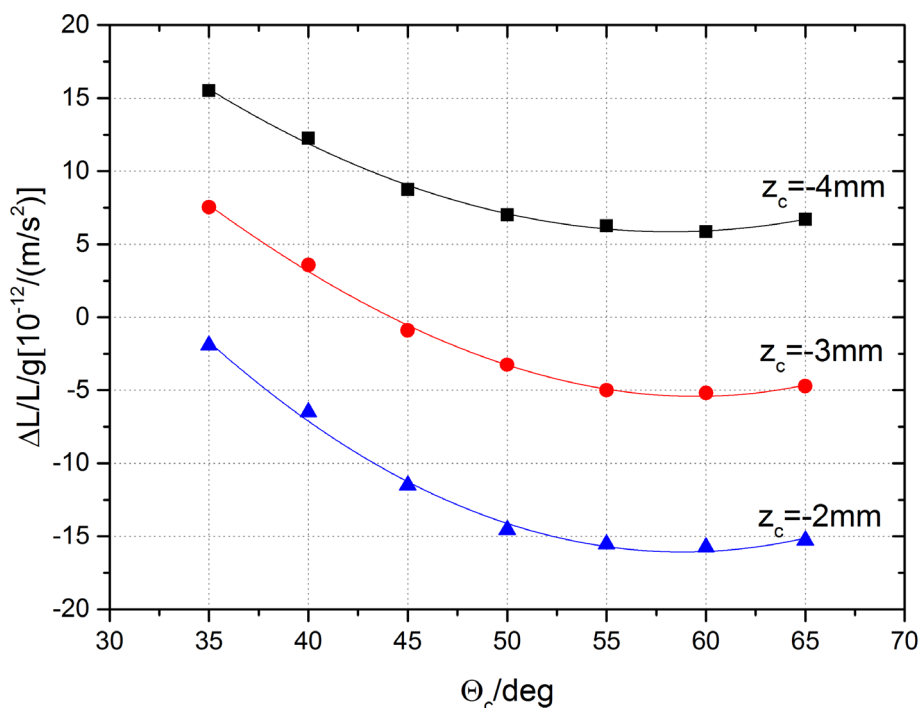


Figure 2. Vibration sensitivity varies with different cut-angle at different cut-height. Shown are polynomial fittings (lines) along with the calculations by the finite element model (markers)

图 2. 不同支撑高度对应的振动敏感度随着切割角度的变化。图中曲线是对有限元模拟结果(符号标记，如方块，三角形和圆圈)的多项式拟合

$\sim 3.5e-13 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) / ^\circ$ 。通过对比发现, 该结果大大优于前面的研究[14] [20]。零交叉点对应的参数为 $\Theta_c \sim 44^\circ$, $z_c = -3 \text{ mm}$ 。

图 3 表明所研究的参考腔对支撑面积也不敏感。这里所使用的多项式拟合函数类似于图 2 所用的函数。相对于支撑面积, 最差的振动敏感度为 $dk_g/dA \sim 1.5 \times 10^{-12} (\text{m/s}^2)^{-1} \cdot \text{mm}^{-2}$ 。零交叉值大约为 $\Theta_c \sim 45^\circ$ 。随着支撑面积的增大, 参考腔越来越不敏感, 零交叉值稍微朝着切割角较大的方向移动。然而, 支撑面积不能太大由于切割面的面积是有限的。通过有限元模拟发现, 最佳支撑点其中之一的直角坐标为(35.4 mm, 35.4 mm, -3 mm), 其它三点可以根据对称性得到。对于当前参考腔结构而言, 振动敏感度处于如此低的量级上, 那么热噪声将成为影响参考腔腔长波动的主要因素。这样一来, 可以采用 ULE 环光学地贴于镜片上可以进一步矫正参考腔的温度敏感度[21]。

现实中需要考虑加工误差和加工精度诱导的参考腔腔长变化。考虑两种较差的情形, 一种是光轴相对于力学轴在中间位置有旋转的情况; 另一种是这两个轴之间有一个平行位移[14]。对于前一种情况, 两个镜片旋转引起的腔长变化相互抵消使得总腔长变化可以忽略不计[20]。这类似于竖直放置的参考腔情形, 上半部分对应的参考腔腔长缩短, 而下半部分则增长, 但总腔长几乎不变[10]。假定后一种情况对应的两个轴之间位移为 1.3 mm。选择支撑面积为 5 mm^2 , 通过有限元计算发现位移引起了腔长变化, 如图 4 所示。尽管振动敏感度斜率较理想情况增大大约 20%, 但零交叉点仍然可以得到。

此外, 非对称放置也会诱导腔长变化。考虑只有一个支撑点是非对称放置的, 该点的角度为 $\Theta_p + \Delta\Theta_p$, 偏转角为 $\Delta\Theta_p = 5^\circ$ 。模拟结果表明这种非对称放置也引起了腔长的变化, 如图 4 所示。尽管如此, 但相比理想的情况零交叉点几乎没有变化。实验中可以将支撑点固定在腔体上以避免这种非对称放置的影响。

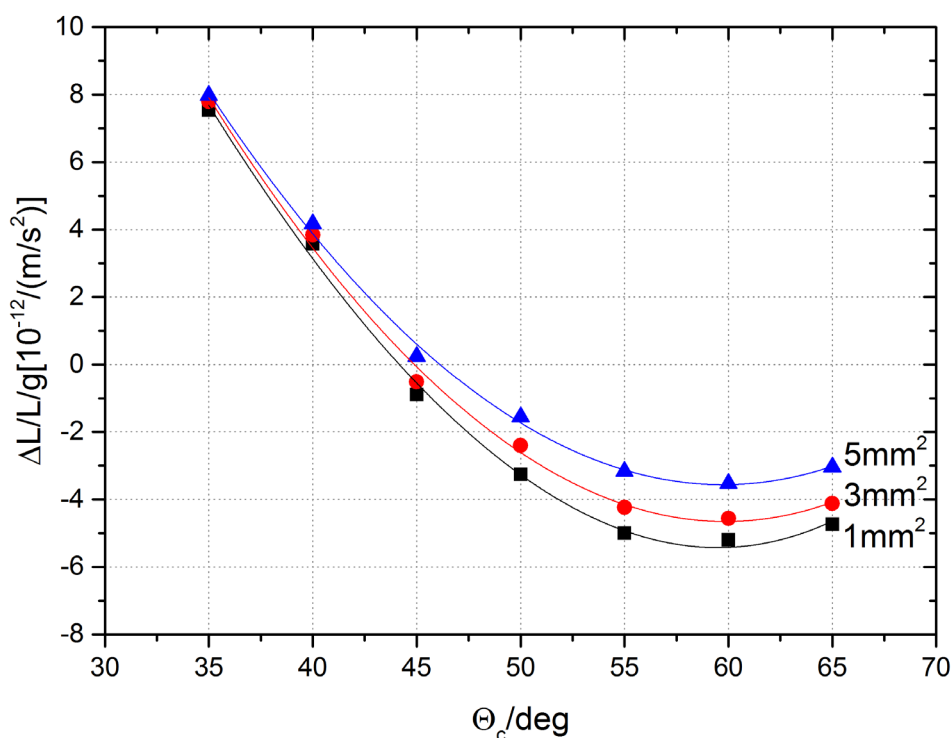


Figure 3. Vibration sensitivity varies with different cut-angle for different contact areas. Shown are polynomial fittings (lines) along with the calculations by the finite element model (markers)

图 3. 不同支撑面积对应的振动敏感度随着切割角度的变化。图中实线指的是对有限元模拟结果(符号标记, 如三角形, 方块和圆圈)的多项式拟合结果

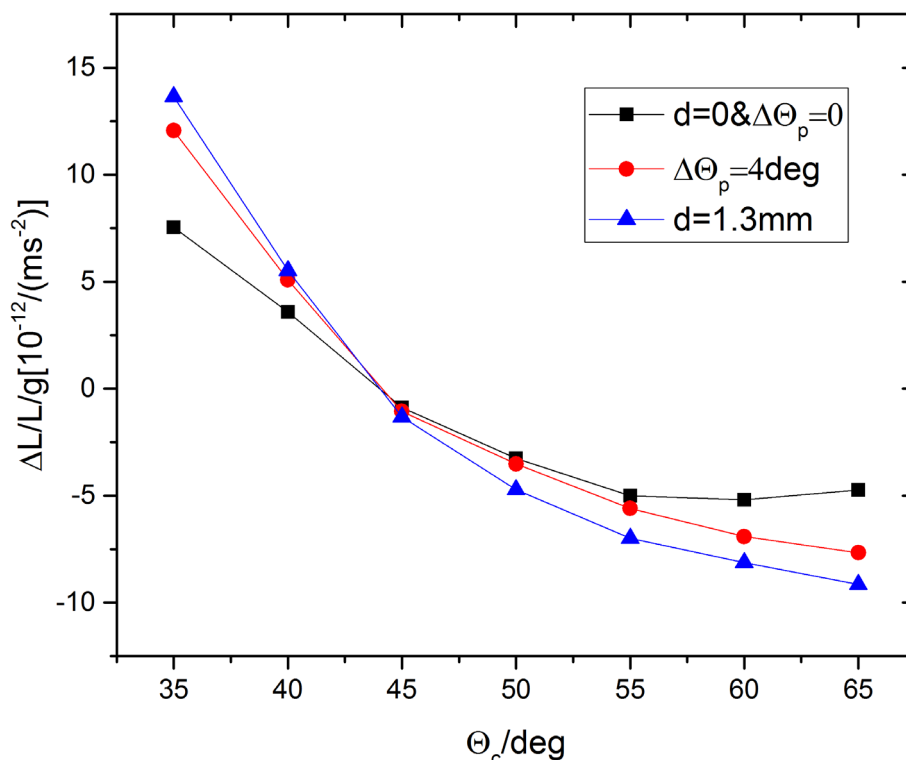


Figure 4. Vibration sensitivity variation with cut-angle considering machining errors and unequal mount
图 4. 考虑加工误差和非对称放置时振动敏感度随着切割角的变化

4. 结论

我们研究了一种振动敏感度优化的水平放置球形参考腔。利用前反馈方法可以进一步优化这种参考腔的振动敏感度。但在如此低振动敏感度量级上，热噪声将成为引起参考腔长波动的主要因素。因此，为了进一步降低热噪声的影响，研究较长的参考腔将成为今后的重要课题。所得结果对于实验室环境中的超稳激光研究具有重要的参考意义。

基金项目

陕西省科学技术研究发展计划项目(批准号：2014K05-11)资助。

参考文献

- [1] Ludlow, A.D., Boyd, M.M., Ye, J., Peik, E. and Schmid, P.O. (2015) Optical Atomic Clock. *Reviews of Modern Physics*, **87**, 637-701. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.87.637>
- [2] Jiang, Y.Y., Ludlow, A.D., Lemke, N.D., Fox, R.W., Sherman, J.A., Ma, L.-S. and Oates, C.W. (2011) Making Optical Atomic Clocks More Stable with 10^{-16} -Level Laser Stabilization. *Nature Photonics*, **5**, 158-161. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.313>
- [3] Ushijima, I., Takamoto, M., Das, M., Ohkubo, T. and Katori, H. (2016) Frequency Ratio of Yb and Sr Clocks with 5×10^{-17} Uncertainty at 150 Seconds Averaging Time. *Nature Photonics*, **10**, 258-261. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2016.20>
- [4] Abbott, B.P., et al. (2016) Single-Ion Atomic Clock with 3×10^{-18} Systematic Uncertainty. *Physical Review Letters*, **116**, 1-5.
- [5] Renzler, M., Kuhn, M., Mauracher, A., Lindinger, A., Scheier, P. and Ellis, A.M. (2016) Anionic Hydrogen Cluster Ions as a New Form of Condensed Hydrogen. *Physical Review Letters*, **117**, 1-4.
- [6] Eisele, C., Nevsky, A.Y. and Schiller, S. (2009) Laboratory Test of the Isotropy of Light Propagation at the 10^{-17} Lev-

- el. *Physical Review Letters*, **103**, 1-4.
- [7] Hogan, J.M. and Kasevich, M.A. (2016) Atom-Interferometric Gravitational-Wave Detection Using Heterodyne Laser Links. *Physical Review A*, **94**, 1-10.
- [8] Acernese, F. (2006) Status of Virgo. *Classical and Quantum Gravity*, **23**, 32-35.
- [9] Kessler, T., Hagemann, C., Grebing, C., Legero, T., Sterr, U., Riehle, F., Martin, M.J., Chen, L. and Ye, J. (2012) A Sub-40-mHz-Linewidth Laser Based on a Silicon Single-Crystal Optical Cavity. *Nature Photonics*, **6**, 687-692. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2012.217>
- [10] Notcutt, M., Ma, L.-S., Ye, J. and Hall, J.L. (2005) Simple and Compact 1-Hz Laser System via an Improved Mounting Configuration of a Reference Cavity. *Optics Letters*, **30**, 1815-1817.
- [11] Nazarova, T., Riehle, F. and Sterr, U. (2006) Vibration-Insensitive Reference Cavity for an Ultra-Narrow-Linewidth Laser. *Applied Physics B*, **83**, 531-536. <https://doi.org/10.1007/s00340-006-2225-y>
- [12] Chen, L.S., Hall, J.L., Ye, J., Yang, T., Zang, E.J. and Li, T.C. (2006) Vibration-Induced Elastic Deformation of Fabry-Perot Cavities. *Physical Review A*, **74**, 1-13.
- [13] Häfner, S., Falke, S., Grebing, C., Vogt, S., Legero, T., Merimaa, M., Lisdat, C. and Sterr, U. (2015) 8×10^{-17} Fractional Laser Frequency Instability with a Long Room-Temperature Cavity. *Optics Letters*, **40**, 2112-2115. <https://doi.org/10.1364/OL.40.002112>
- [14] Millo, J., Magalhães, D.V., Mandache, C., Coq, Y.L., English, E.M.L., Westergaard, P.G., Lodewyck, J., Bize, S., Lemonde, P. and Santarelli, G. (2009) Ultrastable Lasers Based on Vibration Insensitive Cavities. *Physical Review A*, **79**, 1-7.
- [15] Leibrandt, D.R., Thorpe, M.J., Notcutt, M., Drullinger, R.E., Rosenband, T. and Bergquist, J.C. (2011) Spherical Reference Cavities for Frequency Stabilization of Lasers in Non-Laboratory Environments. *Optics Express*, **19**, 3471-3482. <https://doi.org/10.1364/OE.19.003471>
- [16] Leibrandt, D.R., Thorpe, M.J., Bergquist, J.C. and Rosenband, T. (2011) Field-Test of a Robust, Portable, Frequency-Stable Laser. *Optics Express*, **19**, 10278-10286. <https://doi.org/10.1364/OE.19.010278>
- [17] Webster, S. and Gill, P. (2011) Force-Insensitive Optical Cavity. *Optics Letters*, **36**, 3572-3574. <https://doi.org/10.1364/OL.36.003572>
- [18] Leibrandt, D.R., Bergquist, J.C. and Rosenband, T. (2013) Cavity-Stabilized Laser with Acceleration Sensitivity below 10^{-12} g^{-1} . *Physical Review A*, **87**, Article ID: 023829.
- [19] Didier, A., Millo, J., Lacroute, C., Ouisse, M., Delporte, J., Giordano, V., Rubiola, E. and Kersale, Y. (2016) Design of an Ultra-Compact Reference ULE Cavity. *Journal of Physics: Conference Series*, **723**, Article ID: 012029.
- [20] Ren, L., Zhu, S., Xu, G., Wang, Z., Deng, Z., Wei, Y., Jin, H., Li, Z., Gao, J., Liu, J., Zhang, L., Dong, R., Liu, T., Li, Y. and Zhang, S. (2014) Study of a Spherical Vibration-Insensitive Optical Reference Cavity. *Acta Physica Sinica*, **63**, Article ID: 090601.
- [21] Kessler, T., Legero, T. and Sterr, U. (2012) Thermal Noise in Optical Cavities Revisited. *Journal of the Optical Society of America B*, **29**, 178-184. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.29.000178>

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2161-0916, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: mp@hanspub.org