

Analysis of Frequency Shift Based on Horizontal Movement

—Discussion on a Novel Detecting Principle

Dewen Bu, Dan Xia*

Tianjin Key Laboratory of Film Electronic and Communication Device, School of Electronic Information Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin
Email: waiting831@163.com, *xiadan@tjut.edu.cn

Received: Jan. 15th, 2016; accepted: Feb. 2nd, 2016; published: Feb. 5th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

For relativistic Doppler Effect, both vertical and horizontal movements can generate Doppler frequency shift. The moving velocity is much less than the speed of light in the non-relativistic Doppler Effect, the vertical movement can generate Doppler frequency shift, while the horizontal movement cannot generate frequency shift. In reality, the movement velocity of macro-object is not close to the speed of light, so it is related to the Doppler Effect of non-relativity. Theoretical analysis in this paper shows that the horizontal movement will also generate frequency shift when the movement leads to equivalent vertical displacement or phase shift of the electromagnetic wave propagating in the vertical direction. This is able to be a novel detecting principle for detecting velocity, target shape, etc.

Keywords

Doppler Frequency Shift, Vertical Movement, Horizontal Movement, Detecting Principle

基于横向运动的频移分析

—对一种新检测原理的探讨

卜德文, 夏丹*

天津理工大学电子信息工程学院, 天津市薄膜电子与通信器件重点实验室, 天津
*通讯作者。

Email: waiting831@163.com, *xiadan@tjut.edu.cn

收稿日期: 2016年1月15日; 录用日期: 2016年2月2日; 发布日期: 2016年2月5日

摘要

对于相对论 Doppler 效应, 纵向和横向运动都会产生 Doppler 频移; 在非相对论 Doppler 效应中, 运动速度远小于光速, 纵向运动会产生 Doppler 频移, 而横向运动不会产生频移。在现实中, 宏观物体的运动速度不可能接近光速, 故涉及到的都是非相对论的 Doppler 效应。本文理论分析表明, 当横向运动引起等效的纵向位移或引起纵向传播的电磁波的相位变化时, 横向运动也有可能产生频移。这能够成为一种新的检测原理, 用于检测运动速度和目标外形等。

关键词

Doppler 频移, 纵向运动, 横向运动, 检测原理

1. 引言

在日常生活中, 人们都会有这样的体验: 当鸣笛的火车迎面开过来时, 观察者所听到的笛声音调由低到高; 当火车急驰而过向远离观察者的方向运动时, 听到的笛声音调则是由高到低。而且火车行驶的速度越快, 观察者听到笛声音调的高低变化也就越明显。在物理学中, 音调的高低是由声源振动的频率决定的。但在上述情况中, 观察者听到的音调变化完全是由声源与观察者之间的相对运动所引起的。这一物理现象就是著名的 Doppler 效应, 它是由奥地利物理学家 Christian Johann Doppler 于 1842 年最先发现的。此效应不仅仅适用于声波, 也适用于所有类型的波, 包括光波和电磁波[1] [2]。

Doppler 效应在现代科学技术领域中有着广泛的应用, 如卫星定位、医学诊断、气象探测等等[1] [3] [4]。特别是基于电磁波 Doppler 效应研制出的一种机载雷达——多普勒雷达, 它可应用于导航、测速、测距、跟踪和引爆等诸多系统中, 受到了人们极大的关注。直至今日, Doppler 效应及其相关应用依旧是研究的热点问题, 人们试图将它运用到更多的领域中, 解决一些棘手的问题。目前, 发现不法分子利用鲜活农产品“绿色通道”夹带一些非鲜活农产品, 使国家和人民的利益受到损失, 而研发有效的监测手段和检测设备已成为了当务之急。由于国内外现有通关监测方法存在着成本、安全和可靠性等方面的问题, 故考虑采用多普勒雷达来进行绿色通道车辆异常物品的监测, 而其中关键的问题就是检测 Doppler 效应/频移。

本文基于传统 Doppler 效应的基本原理, 对利用横向移动的检测装置来检测静止的不规则物体时和电磁波入射到横向运动的非均匀介质(周期结构)上出现的频移进行理论分析, 并由此得出结论。

2. Doppler 效应

若波源和观察者之间存在着相对运动, 观察者接收到的频率就不同于波源发射的频率。这种由于相对运动引起的频率变化, 就称为 Doppler 效应, 而接收频率与发射频率之间的差频则称为 Doppler 频移。

2.1. 相对论和非相对论 Doppler 效应

对于相对论 Doppler 效应, 其公式形式可表述如下: 如图 1 所示, 观察者 A 静止于 S 系中的 O 点, 波源 B 静止于 S'系的原点 O', 且 S'系相对于 S 系以速度 v 沿 xx' 正方向运动。设波源发射频率为 f_0 , 观察

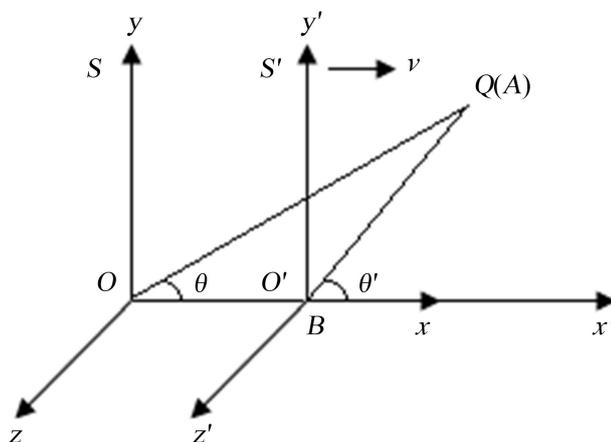


Figure 1. Doppler effect

图 1. Doppler 效应

者接收到的波的频率为 f , 则有

$$f = f_0 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (1)$$

其中, 当 $\theta = 0$ 时, $f = f_0 [(c+v)/(c-v)]^{1/2}$ (发生“蓝移”), $\theta = \pi$ 时, $f = f_0 [(c-v)/(c+v)]^{1/2}$ (发生“红移”), 这两种情况统称为相对论纵向 Doppler 效应; 而当 $\theta = \pi/2$ 时, $f = f_0 [1 - (v/c)^2]^{1/2}$, 这种情况则称为相对论横向 Doppler 效应。可见, Doppler 效应不仅与波源和观察者之间的运动速度有关, 还与波源和观察者的相对位置有关; 在相对论 Doppler 效应中, 无论是纵向运动还是横向运动, $f - f_0 \neq 0$ 都成立, 总有 Doppler 频移产生。

然而, 对于非相对论 Doppler 效应, 考虑 $v^2/c^2 \ll 1$, 那么忽略表达式(1)中的 v^2/c^2 项, 即得

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \approx f_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta \right) \quad (2)$$

其中, 当 $\theta = 0$ 时, $f = f_0(1 + v/c)$, $\theta = \pi$ 时, $f = f_0(1 - v/c)$; 而当 $\theta = \pi/2$ 时, $f = f_0$ 。可见, 在非相对论 Doppler 效应中, 纵向运动会产生 Doppler 频移, 但是横向运动则不会产生 Doppler 频移[4]-[6]。

由于静止质量不为零的宏观物体其运动速度 v 不可能很接近光速 c , 一般都是 $v \ll c$ 。因而, 在实际应用中, 通常考虑的都是非相对论的 Doppler 效应。作为其中的一种典型情况, 当只存在纵向运动时, Doppler 效应具有下列计算公式: 设某一波源发射的波的频率为 f , 波长为 λ , 它们与波的传播速度 v 的关系是 $f = v/\lambda$ 。

若观察者静止, 当波源以速度 w 向观察者运动时, 观察者所接收到的频率为

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = f \frac{v}{v - w} \quad (3)$$

而当波源以速度 w 背向观察者运动时, 观察者所接收到的频率则为

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = f \frac{v}{v + w} \quad (4)$$

同理, 若波源不动, 当观察者以速度 w 向波源运动时, 观察者所接收到的频率为

$$f_3 = \frac{v+w}{\lambda} = f \frac{v+w}{v} \quad (5)$$

而当观察者以速度 w 背向波源运动时, 观察者所接收到的频率则为

$$f_4 = \frac{v-w}{\lambda} = f \frac{v-w}{v} \quad (6)$$

从中可以发现: 波源和观察者之间的距离缩短(相向运动)时, 接收频率高于发射频率; 而两者之间的距离增大(反向运动)时, 接收频率则低于发射频率[1] [2]。

2.2. 纵向运动产生的 Doppler 频移

假设在天线的有效范围内, 有一运动目标, 如图 2 所示: 天线 1 发射电磁波到运动目标上, 天线 2 接收被其反射回来的电磁波。令发射频率为 f_0 , 电磁波的传播速度为光速 c , 目标的运动速度为 v 。由 Doppler 效应的计算公式(即式(6)), 可知运动目标接收到的频率为

$$f_1 = f_0 \frac{c-v}{c} \quad (7)$$

而再根据式(4), 可得天线 2 接收到的频率则为

$$f_2 = f_1 \frac{c}{c+v} \quad (8)$$

那么天线 2 接收到的频率与天线 1 发射的频率之间的关系即为

$$f_2 = f_0 \frac{c-v}{c+v} \quad (9)$$

结果表明: 天线 1 发射频率为 f_0 的电磁波, 目标以纵向速度 v 背离天线运动, 天线 2 接收运动目标反射回来的电磁波, 由于 Doppler 效应, 那么天线 2 接收到的频率将是发生两次 Doppler 效应后的频率, 即 f_2 。用 Δf 表示 Doppler 频移, 则为

$$\Delta f = f_0 - f_2 = 2f_0 \frac{v}{c+v} \approx 2f_0 \frac{v}{c} \quad (10)$$

由上式可知, Doppler 频移与相对于天线的纵向速度 v 成正比。因为发射频率 f_0 、光速 c 都是已知的参量, 所以只要能测出 Doppler 频移 Δf , 就可以求出运动目标的速度 v , 即 $v = \Delta f c / (2f)$ 。这就是多普勒雷达测速的基本原理[1] [2]。

3. 横向运动引起的频移

当波源和观察者之间存在纵向运动, 引起纵向位移, 就一定会产生 Doppler 频移; 而横向运动在一般情况下不可能引起纵向位移, 也就不会产生 Doppler 频移。然而, 在一些特殊情况下, 横向运动还是有可能产生频移。

3.1. 横向运动引起的 Doppler 频移

假若将一静止的不规则物体作为目标, 通过移动检测装置对其进行检测, 如图 3 所示: 在 t_0 时刻位于 A 处的检测装置向此不规则物体发射频率为 f_0 的电磁波, t_1 时刻到达此物体表面并发生反射, 这段时间 $(t_1 - t_0)$ 里检测装置移至 B 处; 而被反射回来的电磁波, 在 t_2 时刻又被移动到 C 处的检测装置接收。由

于目标表面不规则, 那么不同时刻目标和检测装置之间对应的纵向距离是不等的, 即存在纵向位移。也就是说, 检测装置相对于目标的横向运动可以等效为目标和检测装置之间的纵向运动。

考虑到电磁波在空气中传播的速度(光速 c)远大于宏观物体的运动速度, 因而当不规则物体和检测装置之间的距离一定时, 可以认为入射波和反射波传播的时间近似相等, 即 $t_1 - t_0 \approx t_2 - t_1$ 。令在 t_0 、 t_1 和 t_2 时刻检测装置和不规则物体之间的纵向距离分别为 L_0 、 L_1 和 L_2 , 其中 $L_0 = c(t_1 - t_0)$; 再设检测装置以速度 v_D ($v_D \ll c$) 匀速移动, 则 $AB = v_D(t_1 - t_0)$, $BC = v_D(t_2 - t_1)$, 且 $AB = BC$ 。在不规则物体表面的入射点处做切线, 根据三角形相似原理, 可得: $L_1 - L_0 = L_2 - L_1$ 。若将不规则物体和检测装置之间的等效纵向速度记为 v , 那么

$$v = \frac{L_1 - L_0}{t_1 - t_0} = \frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1} = \frac{L_2 - L_0}{t_2 - t_0}$$

也可表示为

$$v = c \frac{L_2 - L_0}{2L_0} \tag{11}$$

由 Doppler 效应的计算公式(即式(4)), 可知 t_1 时刻, 在不规则物体上检测到的电磁波频率为

$$f_1 = f_0 \frac{c}{c + v} \tag{12}$$

而再根据式(6), 可得 t_2 时刻, 检测装置接收到的电磁波频率则为

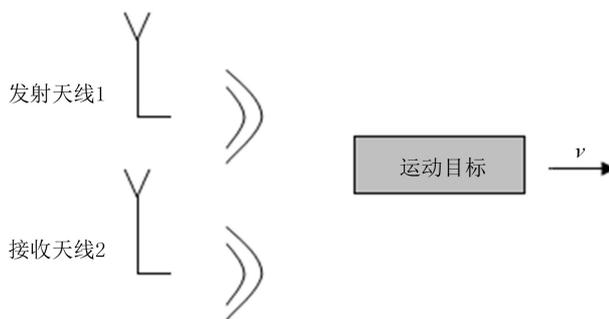


Figure 2. Doppler frequency shift caused by vertical movement of objective
图 2. 目标纵向运动产生的 Doppler 频移

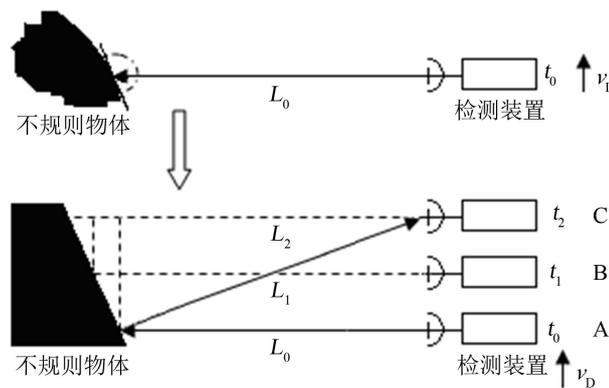


Figure 3. Doppler frequency shift caused by horizontal movement of detecting device
图 3. 检测装置横向运动引起的 Doppler 频移

$$f_2 = f_1 \frac{c-v}{c} = f_0 \frac{c-v}{c+v} \quad (13)$$

那么发生两次 Doppler 效应后的 Doppler 频移即为

$$\Delta f = f_0 - f_2 = 2f_0 \frac{v}{c+v} \approx 2f_0 \frac{v}{c} \quad (14)$$

将等效纵向速度的表达式(即式(11))代入上式, 进而得到

$$\Delta f = f_0 \frac{L_2 - L_0}{L_0} \quad (15)$$

由此可知, 只要横向运动时检测装置与目标之间的相对纵向距离发生改变(即 $L_2 \neq L_0$), 就会有 Doppler 频移产生。另外, 如果已知随时间变化的 Doppler 频率, 那么就可以得到检测装置与不规则物体之间纵向距离的时间函数, 即不规则物体的外形。

3.2. 非均匀介质横向运动引起的频移

作为一种特殊的非均匀介质, 周期结构也是不规则物体。通过对一系列运动周期结构的电磁散射问题进行研究[7]-[9], 结果发现: 当周期结构横向运动时, 得到散射场的频率不同于入射场的频率, 并且此时的频移与运动速度有关。如图 4 所示, 在自由空间(区域 I)与相对介电常数为 ε 的电介质(区域 II)的分界面上, 有一周期薄层以速度 v 沿平行于分界面方向匀速运动, 假设其相对介电常数在运动坐标系(相对于静止坐标系以速度 $\mathbf{v} = \mathbf{e}_x v$ 运动)中可表示为

$$\varepsilon(x') = \varepsilon(x' + a) = \varepsilon_a \left[1 + 2\delta \cos\left(\frac{2\pi}{a} x'\right) \right] \quad (16)$$

其中, ε_a 是平均相对介电常数, δ 是调制系数, a 是周期。针对宏观物体的运动速度 v 远小于光速 c 的情况($v/c \ll 1$), 根据 Galilean 变换可知: 在静止坐标系中周期薄层的相对介电常数为

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_a \left[1 + 2\delta \cos\left(\frac{2\pi}{a} x - \frac{2\pi}{a} vt\right) \right] \quad (17)$$

可见, 它具有时空周期介电常数分布。

以 TE 波为例, 假设频率为 ω 的入射波的电场表达式为

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_y E_0 e^{j(\omega t - k_x x - k_z z)} \quad (18)$$

根据狭义相对性原理, 物理定理对于做匀速运动的坐标系而言形式不变。那么在运动坐标系中反射电场和透射电场可表示为

$$\mathbf{E}'_r = \mathbf{e}_y A_m e^{jk_z m t' z'} \psi_m(x', t') \quad (19)$$

$$\mathbf{E}'_t = \mathbf{e}_y B_m e^{-jk_z m t' z'} \psi_m(x', t') \quad (20)$$

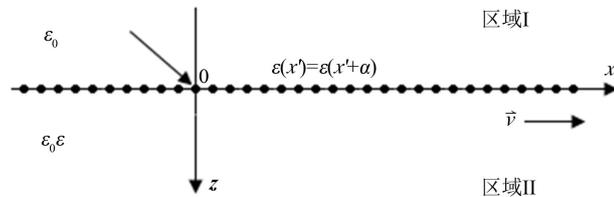


Figure 4. Structure of moving periodic thin-film
图 4. 运动周期薄层结构

这里, $\psi_m(x', t') = e^{j(\omega' t' - k_{xm} x')}$ 是 Floquet 模式函数, 表示由于周期结构的存在而出现的一系列谐波分量。其中, ω' 是运动坐标系中的频率; $k_{xm} = k_x + \frac{2\pi m}{a}$, k_x 表示 x 方向的传播常数, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为模式阶数。由 Galilean 变换可得

$$\psi_m(x, t) = e^{j[\omega' t - k_{xm}(x - vt)]} = e^{j[(\omega' + vk_{xm})t - k_{xm}x]} = e^{j(\omega_m t - k_{xm}x)} \quad (21)$$

可见在静止坐标系中反射波和透射波的频率为

$$\omega_m = \omega + \frac{2\pi m v}{a} \quad (22)$$

那么产生的频移, 即散射波与入射波的频率之差为

$$\Delta\omega = \frac{2\pi m v}{a} \quad (23)$$

可知, 除了基次模($m = 0$)外, 其他所有高次模对应的频移都与周期薄层的横向运动速度 v 成正比。通过选择适当的周期 a 和阶数 m , 运动周期结构可以用于速度检测。换句话说, 这种特殊的结构可以作为一种速度-频率转换器而得到广泛应用。

4. 讨论和结论

对于相对论 Doppler 效应, 无论是纵向运动还是横向运动, 都会有 Doppler 频移产生。而在非相对论 Doppler 效应中, 运动速度远小于光速, 纵向运动会产生 Doppler 频移, 但横向运动则不会产生 Doppler 频移。由于宏观物体的运动速度不可能很接近光速, 因而在实际应用中, 人们通常关注的都是非相对论的 Doppler 效应。众所周知, 纵向运动一定会产生 Doppler 频移, 而横向运动一般不会产生 Doppler 频移。然而, 上述分析表明, 在一些特殊的情况下横向运动也能引起频移, 即: 横向运动引起等效的纵向位移, 或者横向运动引起纵向传播的电磁波的相位变化。

如果目标为外形不规则的物体, 当横向移动检测装置时, 会发现不同时刻目标和检测装置之间的纵向位移发生变化, 这可以等效为在二者之间存在着纵向速度, 从而有 Doppler 频移产生。反之, 当检测装置静止, 而不规则物体横向运动时, 同样会产生 Doppler 频移。倘若平面波入射到横向运动的非均匀介质(如周期结构)表面上, 散射波的频率将不同于入射波, 且频移与速度成正比。

多普勒雷达是基于 Doppler 效应的典型应用, 根据纵向运动产生 Doppler 频移的原理, 人们通常利用它来检测目标与其之间的相对运动速度。对于不规则物体或非均匀介质, 同样可以采用多普勒雷达来进行检测, 包括其相对运动速度、实物外形等等。

本文仅仅对横向运动是否可以引起频移进行了探讨, 并只使用简单和有限的数学语言描述了基本的检测原理。基于 Doppler 效应的理论分析表明, 当横向运动引起等效的纵向位移或引起纵向传播的电磁波的相位变化时, 横向运动就会产生频移。

参考文献 (References)

- [1] 林宝玺, 胡志英. 多普勒雷达[M]. 北京: 国防工业出版社, 1982: 1-15.
- [2] 陈抗生. 应用电磁学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2001: 238-242.
- [3] 李启明. 多普勒、多普勒效应及其应用[J]. 现代物理知识, 2006, 18(6): 17-19.
- [4] 赵旭光, 郭明音. 浅谈多普勒效应及其应用[J]. 现代物理知识, 2003, 15(2): 16-17.
- [5] 张树华, 俞文光. 横向多普勒效应[J]. 山西大学学报(自然科学版), 1986(1): 31-38.
- [6] 蒋华莉, 许裕生. 相对论多普勒效应公式的推导[J]. 大学物理, 1989(8): 7-9.

- [7] Dong, T.L. and Xia, D. (2008) Frequency Shift in the Moving Periodic Structure. *Review of Scientific Instruments*, **79**, Article ID: 094704. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2976754>
- [8] Dong, T.L. (2007) Diffraction Anomalies in Moving Periodic Structure. *Optical and Quantum Electronics*, **39**, 787-793. <http://dx.doi.org/10.1007/s11082-007-9144-y>
- [9] 夏丹, 董天临. 运动导体 - 介质周期结构的电磁散射和电磁力[J]. 天中学刊, 2007, 22(2): 21-24.