

Modeling of Penetration Depth of Low Speed Projectile

Bei Zhao, Xiaoning Fu

School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi
Email: zhaobei_xidian@163.com

Received: May 1st, 2017; accepted: May 15th, 2017; published: May 22nd, 2017

Abstract

For the penetration depth of low speed projectile penetrating soil medium target, this paper is based on the analysis of the relevant empirical formulas at home and abroad. From the point of view of mechanics, the function of penetrating depth and penetration velocity are established by dimensional analysis method, and then the specific expression is determined by the test. Finally, the method is analyzed and evaluated. The calculation results show the rationality, validity and applicability of this formula.

Keywords

Penetration Depth, Empirical Formulas, Dimensional Analysis, Resistance

低速弹体侵彻深度的建模

赵 蓓, 付小宁

西安电子科技大学机电工程学院, 陕西 西安
Email: zhaobei_xidian@163.com

收稿日期: 2017年5月1日; 录用日期: 2017年5月15日; 发布日期: 2017年5月22日

摘 要

针对低速弹体侵彻土介质靶体的侵彻深度这一研究, 本文在分析国内外相关经验公式的基础上, 从力学角度出发, 利用量纲分析方法建立侵彻深度与侵彻速度的函数关系, 并通过试验确定了具体表达式, 最后对该方法进行了分析和评估, 计算结果表明了该公式的合理性、有效性和适用性。

关键词

侵彻深度, 经验公式, 量纲分析, 阻力

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近年来随着钻地武器研制和应用的迅速发展, 钻地武器的侵彻深度研究得到了广泛的关注。目前世界各国针对弹体侵彻问题做了大量的试验研究, 研究最多的就是关于钢筋混凝土结构的高速侵彻, 而关于土介质的研究却很少, 一个是因为应用的场合比较少, 另一个是因为侵彻过程中, 涉及到大量材料的非弹性形变、裂缝扩展等一系列难以用数学工具准确描述的现象, 导致目前还没有比较完善的模型。

对于弹体侵彻土介质靶体的深度研究, 可以从分析侵彻阻力入手。影响侵彻阻力的介质性质方面的因素有: 介质密度 ρ , 屈服强度 σ , 弹性模量 E , 粘滞系数 μ 。弹体结构因素有: 弹体质量 m , 弹体直径 d , 弹头部卵形直径 R 。弹体侵彻的运动条件因素有: 弹速 v , 偏转角 δ , 以及侵彻深度 L 。则弹体侵彻土介质的阻力可表示为:

$$F = f(\rho, \sigma, E, \mu, m, d, R, v, \delta, L) \quad (1)$$

实际上, 由于侵彻机理的复杂性和试验、计算工具、方法的简陋落后, 并因为在建立模型时做了大量的假设和简化处理, 基于空腔膨胀理论的纯力学分析很难给出完全符合实际情况的、符合试验结论的方程。于是, 一些人偏向于基于有限元、有限差分、离散元等的数值模拟[1]。目前, 商业有限元程序在侵彻和高速碰撞领域的应用非常普遍[2], 然而由于数值模拟结果的准确性在很大程度上取决于材料性质的定义, 计算结果往往与实际情况不相符。

另外一些研究人员从试验出发, 通过大量的试验数据进行分析, 提出了一些经验公式。其最有代表性的有: 美国 Sandia National Laboratories 提出的 Young 公式[3], Young 公式需要通过试验不断修正相关参数, 因此不具有普遍适用性, 且无法对侵彻过程各物理量的相关性进行准确分析, 具有很大的局限性[4]; Petry 公式[5] [6]是在 Poncelet 公式基础上发展起来的, 是一种半经验、半分析公式, 它是量纲不相符的[7]; M.J. Forrestal 等人在考虑靶体材料性质、弹头形状因素等对侵彻过程的影响情况下, 提出了 Forrestal 侵彻方程[8]。由于每个经验公式都有各自的应用范围和应用条件, 最终的计算结果也存在一定的差别。

本文将从力学方面进行分析, 列出侵彻阻力的表达式, 并将表达式的量纲考虑进去, 利用量纲分析法对低速弹体撞击土靶体试验进行分析。通过量纲分析既可以把多变量的函数关系归纳为数量最少而又能反映基本关系的无量纲化的函数关系, 从而为试验研究提供了方便的条件和内在本质性的规律, 得出对撞击过程的全面描述。

2. 力学分析—阻力公式的困惑

根据 Poncelet 阻力公式, 将弹体侵彻介质过程的阻力分为两个部分[9]: (1) 固体介质对弹体侵彻的静阻力, 也就是弹体在固体介质中运动时, 以自身的能量去克服的侵彻孔附近介质分子之间联系的凝聚力和弹体与介质之间的摩擦力。静阻力的大小与弹体的横截面积成正比, 与弹体的侵彻速度无关; (2) 介质对弹体的动阻力, 即弹体在介质中运动时介质对弹体的阻力。动阻力的大小不仅与弹体的横截面积有

关, 还与弹体的侵彻速度平方成正比。这里采用 Poncelet 阻力公式的上述思想, 建立弹体的侵彻阻力公式:

$$F = F_{\text{静}} + F_{\text{动}} = \alpha d^2 + \beta \rho d^2 v^2 \quad (2)$$

分析可知, F 的量纲为 MLT^{-2} , d^2 的量纲为 L^2 , $\rho d^2 v^2$ 的量纲为 MLT^{-2} , 所以公式(2)等号两边的量纲不相等, 是非其次的, 而能够正确反映侵彻过程这一现象规律的方程, 其等号两端都应该具有相同的量纲, 所以下面将通过量纲分析与建模正确分析阻力与各因素变量之间的关系。

3. 量纲分析及建模

当对一个物理概念进行定量描述时, 总离不开它的一些特性, 比如时间、质量、密度、速度等等, 这种表示不同物理特性的量, 称之为具有不同的“量纲” [10]。在物理学中, 一个物理量的量纲是质量、时间和长度的结合, 分别由符号 M 、 T 、 L 表示, 任意一个量均可按一定的规则由这三个基本量导出。例如, 物理量密度的量纲是质量/长度/长度/长度(ML^{-3})。

任何有意义的定律, 对于其方程式的每一个计量单位, 都必须是齐次方程式, 这个认识的最终形式成为 Π 定理 [11]。白金汉 Π 定理(Buckingham π theorem)表明, 对于任何一个有物理意义的方程式, 如果存在 n 个变量, 其中有 m 个基本量, 则存在 $n-m$ 个独立的无量纲参数, 即可以将 n 个变量组合成 $n-m$ 个无量纲 Π 数。

弹体对土介质的撞击过程是一个复杂的物理过程, 影响的因素很多, 很难通过单独的数学理论分析或实验的方法得出一个精确的解, 利用量纲分析法研究弹体侵彻深度问题, 是一种有效且可靠性较高的方法。这里基本量纲单位采用 MLT 国际单位制, 表 1 列出第一小节 11 个参量的量纲。

根据 Π 定理, 取 $k=3$, 并取 ρ, d, v 为量纲独立变量, 则在(1)式中可以找到 8 个无量纲的物理量, 以 Π 代表无量纲量, 则有:

$$\Pi = \frac{F}{\rho^\alpha d^\beta v^\gamma} \quad (3)$$

式中: α, β, γ 为待定系数, 因为 Π 是无量纲量, 所以分子分母量纲应该相等, 按照 ρ, d, v 和 F 的量纲可得下式:

$$MLT^{-2} = (ML^{-3})^\alpha L^\beta (LT^{-1})^\gamma \quad (4)$$

对于 M 有: $1 = \alpha$

对于 L 有: $1 = -3\alpha + \beta + \gamma$

对于 T 有: $-2 = -\gamma$

解得 $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 2$

则:

$$\Pi = \frac{F}{\rho d^2 v^2} \quad (5)$$

同理, 可以得到其余 7 个参量的无量纲表达形式。

则(1)式的无量纲关系式为:

$$\frac{F}{\rho d^2 v^2} = f\left(\frac{\sigma}{\rho v^2}, \frac{E}{\rho v^2}, \frac{\mu}{\rho d v}, \frac{m}{\rho d^3}, \frac{R}{d}, \frac{L}{d}, \delta\right) \quad (6)$$

函数 f 中的前三项与介质的性质有关, 后三项与介质的性质无关, 因此可以简化成:

Table 1. The dimensional parameters of projectile and soil
表 1. 弹体、土的各参量量纲

参量	符号	量纲
侵彻阻力	F	MLT^{-2}
弹体质量	m	M
弹体直径	d	L
弹头部卵形直径	R	L
弹体撞击速度	v	LT^{-1}
弹体偏转角	δ	1
侵彻深度	L	L
土介质密度	ρ	ML^{-3}
土介质屈服强度	σ	$ML^{-1}T^{-2}$
土介质弹性模量	E	$ML^{-1}T^{-2}$
土介质粘滞系数	μ	$ML^{-1}T^{-1}$

$$F = \rho d^2 v^2 f\left(\frac{\sigma}{\rho v^2}, \frac{E}{\rho v^2}, \frac{\mu}{\rho dv}, \right) f_1\left(\frac{m}{\rho d^3}\right) f_2\left(\frac{R}{d}\right) f_3\left(\frac{L}{d}\right) f_4(\delta) \quad (7)$$

式中:

$f_1\left(\frac{m}{\rho d^3}\right)$: 弹体横截面密度与靶体材料密度比值影响函数;

$f_2\left(\frac{R}{d}\right)$: 弹体头部形状影响函数;

$f_3\left(\frac{L}{d}\right)$: 弹体侵彻深度影响函数;

$f_4(\delta)$: 弹体偏转角影响函数;

将式(1)写成:

$$F = F_1 + F_2 \quad (8)$$

其中:

$$F_1 = \alpha \frac{\pi}{4} d^2 (E + \sigma) f_1 f_2 f_3 f_4, \quad F_2 = \beta \frac{\pi}{4} \rho d^2 v^2 f_1 f_2 f_3 f_4.$$

采用上一小节阻力公式的上述思想, 结合无量纲分析, 建立弹体的侵彻阻力公式:

$$F = F_{\text{静}} + F_{\text{动}} = \alpha \frac{\pi}{4} d^2 (E + \sigma) + \beta \frac{\pi}{4} \rho d^2 v^2 \quad (9)$$

式中, α —静抗力系数;

β —动抗力系数。

由运动方程得:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{F}{m} = -\left(\frac{\alpha \frac{\pi}{4} d^2 (E + \sigma)}{m} + \frac{\beta \frac{\pi}{4} \rho d^2 v^2}{m} \right) \quad (10)$$

$$\text{令: } A = \frac{\pi d^2 (E + \sigma)}{m}, \quad B = \frac{\pi \rho d^2}{m}$$

则:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{F}{m} = -(\alpha A + \beta B v^2) \quad (11)$$

因为在弹体侵彻过程中, 侵彻速度是变化的, 所以有:

$$v = \frac{dL}{dt} \quad (12)$$

把(12)式代入(11)式, 消去 dt , 得:

$$dL = -\frac{v dv}{\alpha A + \beta B v^2} \quad (13)$$

对上式两边积分, 即:

$$\int_0^L dL = -\int_v^0 \frac{v dv}{\alpha A + \beta B v^2} \quad (14)$$

从而:

$$L = \frac{1}{2\beta B} \ln \left(1 + \frac{\beta B}{\alpha A} v^2 \right) \quad (15)$$

上式中的 α, β 通过实验而确定。

4. 试验

试验采用质量 0.48 kg, 弹径 30 mm, CRH = 3 的 42CrMo 铜材料弹体进行侵彻, 土介质靶体的相关参数如下: 密度 $\rho = 1.84 \text{ g/cm}^3$ 、抗压强度 $\sigma = 10 \text{ Mpa}$ 、弹性模量 $E = 120 \text{ Mpa}$ 、粘滞系数 $\mu = 10.0 \times 10^{-6} \text{ kg/ms}$ 。

土中侵彻试验结果采用文献[12]中的数据, 如表 2 所示。

利用表 2 中的数据进行拟合, 确定公式(15)中的两个系数的值, 即 $\alpha = 0.0304$, $\beta = 2.7096$ 。则公式(15)可以写成:

$$\begin{aligned} L &= \frac{2m}{0.0704\pi\rho d^2} \ln \left(1 + \frac{0.0704\rho}{0.0304(E+\sigma)} v^2 \right) \\ &= \frac{m}{0.0352\pi\rho d^2} \ln \left(1 + \frac{2.3158\rho}{E+\sigma} v^2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

利用(16)式计算结果如表 3 所示。

从上表可以看出, 当弹速低于 200 m/s 时, 用本文方法预估的深度和试验结果相近, 而当弹速高于 200 m/s 时, 误差将达 40%, 这是因为当弹体高速侵彻时, 弹体头部会开始钝化, 从而严重变形。由于存在弹体材料的物理侵蚀现象, 在此对公式(16)进行修正, 乘以一个靶体修正因子, 此因子与弹形、弹速无关, 只决定于靶体的成分与堆砌工艺。修正方法如下:

$$L = k \cdot \frac{m}{0.0352\pi\rho d^2} \ln \left(1 + \frac{2.3158\rho}{E+\sigma} v^2 \right) \quad (17)$$

式中, $k = f\left(\frac{v}{100}\right)$, 是无量纲相对速度的函数。

利用表 3 数据对 k 进行拟合, 得出修正后的深度预估公式为:

$$L = 1.5005 \left(\frac{v}{100} \right)^{-0.8556} \frac{m}{0.0352\pi\rho d^2} \ln \left(1 + \frac{2.3158\rho}{E + \sigma} v^2 \right) \quad (18)$$

表 4 为应用 Petry 公式、Ferrostal 公式、Young 公式及本文提出的公式预估弹体侵彻土介质靶体的深度结果对比。从表中可以看出, 各个公式的计算结果互不相同, 与试验结果也有一定的差异, 但本文提出的方法预估效果比较好, 误差小。

5. 总结

本文介绍了目前国内外用于混凝土等介质侵彻深度计算的经验公式, 在此基础上通过试验并结合国内外试验数据, 利用量纲分析和力学分析方法, 得到了一个新的关于侵彻土介质深度的预估公式。最后

Table 2. Penetration test results with soil medium

表 2. 土介质侵彻试验结果

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
弹速(m/s)	152	150	149	203	201	203	253	251	248
深度(m)	1.58	1.61	1.43	1.83	1.79	1.85	2.11	1.97	1.95

Table 3. Comparison of result with the method proposed in this paper

表 3. 本文方法数据处理结果对比

试验号	弹速	试验结果	量纲 + 力学分析
1	152	1.58	1.51
2	150	1.61	1.49
3	149	1.43	1.47
4	203	1.83	2.21
7	253	2.11	2.93
8	251	1.97	2.90
9	248	1.95	2.86

Table 4. Comparison of computed result with all kinds of method

表 4. 各种方法计算结果对比

试验号	弹速	试验结果	Petry 公式	Ferrostal 公式	Young 公式	量纲力学分析	量纲力学修正
1	152	1.58	0.09	0.063	0.90	1.48	1.55
2	150	1.61	0.08	0.062	0.88	1.45	1.54
3	149	1.43	0.08	0.062	0.87	1.43	1.53
4	203	1.83	0.12	0.089	0.52	2.24	1.83
5	201	1.79	0.12	0.087	0.51	2.21	1.83
6	203	1.85	0.12	0.089	0.52	2.24	1.83
7	253	2.11	0.16	0.12	0.77	2.96	2.01
8	251	1.97	0.16	0.119	0.76	2.94	2.00
9	248	1.95	0.16	0.117	0.74	2.89	2.00

的数据处理结果表明, 我们可在靶场数据处理的基础上, 建立自己包含靶体修正因子在内的一个侵彻深度公式。该公式不仅适用于沙土层, 调整靶体修正因子即可适用于混凝土等其他介质。

参考文献 (References)

- [1] Zukas, J. (1990) Survey of Computer Codes for Impact Simulation. In: Zukas, J., Ed., *High Velocity Impact Dynamics*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 593-714.
- [2] Tai, Y.S. and Tang, C.C. 2006; Numerical Simulation: The Dynamic Behavior of Reinforced Concrete Plates under Normal Impact. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, **45**, 117-127.
- [3] Young, C.W. (1997) Penetration Equations. SNL: UAS, SAND97-2426/UC-705. <https://doi.org/10.2172/562498>
- [4] 周玉兵. 带覆土层混凝土结构的斜侵彻研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京理工大学, 2013.
- [5] Hellstrom, K.-G. (1986) Jomforelse mellan nagra olika formler for berokning av projektilers introngning betong. For Rapport C6, Eskilstuna.
- [6] Amirikian, A. (1970) Design of Protective Structures Report NT-3276, Bureau of Yards and Docks, Department of the Navy.
- [7] 吴飏, 刘瑞朝, 何翔, 等. 射弹侵彻混凝土深度经验预估公式力学模型分析[C]//中国土木工程学会防护工程分会理事会暨第九次学术会议, 2004.
- [8] Forrestal, M.J., Altman, B.S., Cargile, J.D., *et al.* (1994) An Empirical Equation for Penetration Depth of Ogive-Nose Projectile into Concrete Targets. *International Journal of Impact Engineering*, **15**, 395-405.
- [9] 王宝兴. 弹丸碰目标时的阻力及侵彻行程的分析[J]. 探测与控制学报, 1986(1): 20-25.
- [10] 高英杰, 朱建奇. 量纲分析在教学中的应用[J]. 江苏第二师范学院学报: 自然科学版, 2004(3): 55-57.
- [11] 孙博华. 量纲分析以及应用[J]. 物理与工程, 2016(6): 11-20.
- [12] 何翔, 吴祥云, 曲建波. 细长弹丸侵彻土壤介质的实验研究[C]//全国爆炸力学实验技术交流会, 2002.

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: ojs@hanspub.org