Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2016, 6(2), 66-77
Published Online May 2016 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/orf
http://dx.doi.org/10.12677/orf.2016.62009

The "Logical Or" Rough Set Theory of Variable Precision and Grade Based on Dominance Relation in Intuitionistic Fuzzy Information System

Meng Hu, Yanting Guo, Weihua Xu

School of Mathematics and Statistics, Chongqing University of Technology, Chongqing
Email: chxuwh@gmail.com

Received: May 5th, 2016; accepted: May 23rd, 2016; published: May 26th, 2016

Abstract

The weighted score function is proposed in the intuitionistic fuzzy information system, and a new sort rule is defined on the basis. Dominance relation of the system is constructed based on the rule. Then the upper and lower approximation of variable precision and degree "logic or" based on the dominance relation is introduced. Moreover, the basic structure and important properties of the rough set region are studied and the corresponding algorithm is designed. Finally, a practical case is introduced to verify the feasibility and effectiveness of the theory, which provides a theoretical basis for the knowledge discovery of intuitionistic fuzzy order information systems.

Keywords

Logic Or, Dominance Relation, Intuitionistic Fuzzy Set, Intuitionistic Fuzzy Order Information System

优势关系下直觉模糊信息系统的变精度与程度“逻辑或”粗糙集

胡　猛，郭艳婷，徐伟华

重庆理工大学数学与统计学院，重庆

文章引用: 胡猛, 郭艳婷, 徐伟华. 优势关系下直觉模糊信息系统的变精度与程度“逻辑或”粗糙集[J]. 运筹与模糊学, 2016, 6(2): 66-77. http://dx.doi.org/10.12677/orf.2016.62009

Email: chxuwh@gmail.com

收稿日期：2016年5月5日；录用日期：2016年5月23日；发布日期：2016年5月26日

摘　要

本文在直觉模糊信息系统中定义了加权得分函数，然后在此基础上定义了一种新的排序规则，基于此排序规则构造出优势关系。然后引入基于此优势关系的变精度与程度“逻辑或”上下近似的定义，并研究其粗糙集区域的基本结构和重要性质，并设计了相应的算法。最后，引入实际案例验证了该理论的可行性和有效性，进一步为直觉模糊序信息系统的知识发现提供了理论基础。

关键词

逻辑或，优势关系，直觉模糊集，直觉模糊序信息系统

1. 引言

自 Zadeh 基于元素的隶属度提出模糊集[1]的概念，大量处理不确定性、不精确问题的理论和方法相继出现。基于模糊集的理论，Atanassov 提出了直觉模糊集[2]。与 Zadeh 的模糊集相比，直觉模糊集对隶属度、非隶属度和犹豫度这三个方面的信息同时考虑，因而在处理模糊性和不确定性等方面更具灵活性和实用性，被广泛应用于实际问题，如知识发现、模式识别、医疗诊断、机器学习等领域[3]-[5]。

粗糙集理论是处理不完备、不精确和不确定信息的一种有效工具。Pawlak [6]于1982年提出粗糙集的概念以来，经过几十年的发展，该理论在研究和应用方面都得到了迅猛的发展。经典的粗糙集是以完备信息系统为研究对象，以等价关系为基础的理论。然而在实际问题中很多信息系统是基于优势关系的[7] [8]，传统的粗糙集理论已不适用于解决此类问题，于是Greco等提出了基于优势关系的粗糙集理论(Dominance-based Rough Set Approach) [9]。该理论主要将属性集上的等价关系替换为优势关系，但仍保持经典粗糙集的基本性质。Yang [10]和Qian [11]等在研究序信息系统的数据挖掘时也引入优势关系粗糙集方法。

经典粗糙集理论由于知识等价类与概念集之间的包含关系太过严格，没有考虑某种程度上的子集关系和知识等价类与概念集相交关系的量化信息，因而在实际应用中具有一定得局限性。于是Ziarko W. [12]在1993年通过引入误差参数提出了变精度粗糙集模型，可以属性之间没有函数关系的数据问题进行处理。Yao Y.Y.和Lin T.Y. [13]在1996年通过研究粗糙集与模态逻辑间的关系，基于程度模态逻辑构建了程度粗糙集模型。变精度粗糙集模型[12] [14]与程度粗糙集模型[15] [16]分别从相对量化指标和绝对量化指标对近似空间进行描述。变精度与程度从两个不同客观方面去刻画同一概念，两个指标既有其优势及适用环境又是相辅相成的关系。因此，对变精度与程度模型的复合研究具有深远意义。通过两者的复合，相对量化与绝对量化既能同时进行，又能扬长避短，使信息的量化更加全面和更加深刻。在实际应用中，可能要求同时考虑变精度与程度，基于对精度与程度上的不同逻辑需求，可以构建许多新的模型，通过多方位的量化刻画，去更好地满足现实需求。

本文在直觉模糊信息系统中，基于变精度与程度的逻辑组合，构建了直觉模糊信息系统的变精度与程度“逻辑或”粗糙集模型并对其粗糙区域和基本性质进行深入研究，以形成对近似空间变精度相对量化与程度绝对量化的复合描述，同时拟在模型层面完全或部分扩张经典粗糙集模型，变精度粗糙集模型

和程度粗糙集模型。

2. 预备知识

定义 2.1 [2]：设论域 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 是一个非空有限的 Cantor Set，称集合 $A=\{\langle x,\mu_A(x),\nu_A(x)\rangle | x\in U\}$ 为 U 上的一个直觉模糊集，其中，$\mu_A:U\to[0,1]$ 是 U 中元素 x 对集合 A 的隶属度；$\nu_A:U\to[0,1]$ 是 U 中元素 x 对集合 A 的非隶属度，且 $\forall x\in U$，有 $0\le\mu_A(x)+\nu_A(x)\le 1$。$\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\nu_A(x)$ 表示 U 中元素 x 对集合 A 的犹豫度。

定义 2.2：设 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 是有限对象集，$AT=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$ 是有限属性集，$F=\{f|U\to V_a|a\in AT\}$ 是 U 与 AT 的关系集，V_a 为 $\langle\mu_a,\nu_a\rangle$ 的有限值域，其中 μ_a 是 U 中元素对属性 a 的隶属度，ν_a 是 U 中元素对属性 a 的非隶属度，称三元组 $I=(U,AT,F)$ 为一个直觉模糊信息系统。

定义 2.3 [12]：设 U 为论域，R 为 U 上的等价关系，(U,R) 称为近似空间。$\forall X\subseteq U$，定义集合 X 关于近似空间 (U,R) 的精度 $1-\beta$ 的上近似集和下近似集分别为

$$\overline{R_\beta}X=\cup\left\{[x]_R \middle| c\left([x]_R,X\right)<1-\beta\right\};\quad \underline{R_\beta}X=\cup\left\{[x]_R:c\left([x]_R,X\right)\le\beta\right\}.$$

其中 $c\left([x]_R,X\right)=1-\left|[x]_R\cap X\right|/\left|[x]_R\right|$ 称为等价类 $[x]_R$ 关于集合 X 的错误分分类率，β 为 0 到 1 的实数，称为可调错误分类水平，$1-\beta$ 称为精度，$|\bullet|$ 表示集合的基数。本文为了更一般化，将参数 β 的取值限定在 $(0.5,1]$ 上，$\beta\in(0,0.5]$ 可以类似的得到。$\overline{R_\beta}X$ 是关于 X 的错误分类率小于 $1-\beta$ 的等价类的并集，$\underline{R_\beta}X$ 是关于 X 的错误分类率不大于 β 的等价类的并集。若 $\overline{R_\beta}X\ne\underline{R_\beta}X$，则称 X 在精度 $1-\beta$ 下是 R 粗糙的，否则称 X 是 R 精确的。

定义 2.4 [16]：设 (U,R) 为近似空间，$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，其中 R 为论域 U 上的等价关系。$\forall X\subseteq U$，k 为非负整数，X 关于近似空间 (U,R) 依程度 k 的上近似和下近似分别为

$$\overline{R_k}X=\cup\left\{[x]_R \mid \left|[x]_R\cap X\right|>k\right\};\quad \underline{R_k}X=\cup\left\{[x]_R \mid \left|[x]_R\right|-\left|[x]_R\cap X\right|\le k\right\}.$$

$\overline{R_k}X$ 是由等价类 $[x]_R$ 与 X 的交集的个数多于 k 个元素的所有等价类构成，$\underline{R_k}X$ 是由等价类 $[x]_R$ 不属于 X 的元素的个数最多只有 k 的所有等价类构成。若 $\overline{R_k}X\ne\underline{R_k}X$，称 X 依程度 k 是 R 粗糙的，否则称为是 R 精确的。

设 $I=(U,AT,V,F)$ 为信息系统，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为有限非空对象集，$AT=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为条件属性集，$F=\{f|U\to V_a,a\in AT\}$ 是 U 与 AT 之间的关系集，V_a 为 a 的有限值域。在给定信息系统 I 中，若 $a\in AT$ 的值域上存在偏序关系“$\ge_a$”，则称 a 为一个准则。$\forall x,y\in U,x\ge_a y$ 表示在准则 a 下对象 x 至少和对象 y 一样好。$x\ge_a y\Leftrightarrow f(x,a)\ge_a f(y,a)$。对于 $\forall B\subseteq A$，$B\ne\phi$，$x\ge_B y$ 表示对象 x 关于 B 中的所有的准则都优于对象 y。如果信息系统 I 中所有的属性都为准则，那么称 I 为一个序信息系统[17]，记为 $I^{\ge}=(U,AT,V,F)$。

设 $I^{\ge}=(U,AT,V,F)$ 是一个序信息系统，对 $\forall B\subseteq AT$ 且 $B\ne\phi$，属性集 B 的优势关系定义为 $R_B^{\ge}=\{(x,y)\in U\times U \mid f(x,a)\ge_a f(y,a),\forall a\in B\}$，且属性集 B 的优势类为 $[x]_B^{\ge}=\{y\in U \mid (x,y)\in R_B^{\ge}\}=\{y\in U \mid f_l(x)\le f_l(y),\forall a_l\in B\}$；对 $\forall X\subseteq U$，那么 X 在序信息系统下的 $A^{\ge}$ 上近似集、下近似集、正域、负域、上边界域、下边界域和边界域的分别定义为

$$\overline{A^{\ge}}(X)=\cup\left\{[x]_A^{\ge} \mid [x]_A^{\ge}\cap X\ne\varnothing\right\};\quad \underline{A^{\ge}}(X)=\cup\left\{[x]_A^{\ge} \mid [x]_A^{\ge}\subseteq X\right\};$$

$$posA^{\ge}(X)=\underline{A^{\ge}}(X);\quad negA^{\ge}(X)=\sim\overline{A^{\ge}}(X);\quad UbnA^{\ge}(X)=\overline{A^{\ge}}(X)-\underline{A^{\ge}}(X);$$

$$LbnA^{\geq}(X)=\underline{A^{\geq}}(X)-\overline{A^{\geq}}(X)\quad;\quad bnA^{\geq}(X)=UbnA^{\geq}(X)\cup LbnA^{\geq}(X)$$

若 $\overline{A^{\geq}}X\neq\underline{A^{\geq}}X$，则称 X 在序信息系统下是 $A^{\geq}$ 粗糙的；若 $\overline{A^{\geq}}X=\underline{A^{\geq}}X$ 则称为 X 在序信息系统下是 $A^{\geq}$ 精确的或 $A^{\geq}$ 可描述的[6]。

3. 直觉模糊序信息系统下变精度与程度“逻辑或”粗糙集

在预备知识中，对变精度粗糙集、程度粗糙集以及序信息系统下的粗糙集的基本知识进行了简要介绍，本节基于直觉模糊序信息系统，研究变精度与程度“逻辑或”粗糙集的内容，并深入讨论其相关性质。

定义 3.1：设 $I=(U,AT,F)$ 为一个直觉模糊信息系统，$\forall x\in U$，$\forall a\in AT$，定义对象 x 对属性 a 的加权得分函数，$S_a(x)=\omega_1\mu_a(x)-\omega_2\nu_a(x)-\omega_3\pi_a(x)$。

其中 $\mu_a(x)$ 和 $\nu_a(x)$ 分别表示对象 x 对属性 a 的隶属度和非隶属度，且满足 $0\leq\mu_a(x)+\nu_a(x)\leq1$。并且 $\pi_a(x)=1-\mu_a(x)-\nu_a(x)$ 表示对象 x 对属性 a 的犹豫度。加权系数满足 $\omega_1+\omega_2+\omega_3=1\ (0\leq\omega_i\leq1,i=1,2,3)$。

注：ω_1 为隶属度的权重，当得分评价越看重隶属度时，ω_1 的取值越大；ω_2 为非隶属度的权重，当得分评价越看重非隶属度时，ω_2 的取值越大；$\omega_3=1-\omega_1-\omega_2$ 为犹豫度的权重，当得分评价越看重犹豫度时，ω_3 的取值越大。所以在进行得分评价时，根据实际需求给出相应的权重。由于 $\omega_1+\omega_2+\omega_3=1$，所以在取值时只需给出 ω_1 和 ω_2，并且保证 $\omega_1+\omega_2\leq1$。

定义 3.2：设 $I=(U,AT,F)$ 为一个直觉模糊信息系统，$\forall x\in U$，$\forall a\in AT$，根据加权得分函数，属性 a 的值域上存在着递增偏序关系“$\geq_a$”或递减偏序关系“$\leq_a$”，故称 a 为一个准则。若直觉模糊信息系统 I 中所有的属性都为准则，则称信息系统 I 为一个直觉模糊序信息系统，记为 $I^{\geq}=(U,AT,F)$。

在直觉模糊序信息系统中，$\forall x\in U$，$\forall A\subseteq AT,A\neq\phi$，定义属性集 A 的优势关系为

$R_A^{\geq}=\{(x,y)\in U\times U\mid S_a(x)\geq S_a(y),\forall a\in A\}$，且属性集 A 的优势类定义为

$[x]_A^{\geq}=\{y\in U\mid(y,x)\in R_A^{\geq}\}=\{y\in U\mid S_a(y)\geq S_a(x),\forall a\in A\}$。其中 $S_a(x)=\omega_1\mu_a(x)-\omega_2\nu_a(x)-\omega_3\pi_a(x)$ 是对象 x 对属性 a 的加权得分。

定义 3.3：设 $I^{\geq}=(U,AT,F)$ 为直觉模糊序信息系统，对 $\forall X\subseteq U,A\subseteq AT$，$X$ 在直觉模糊序信息系统下的精度为 $1-\beta$，程度为 k 的“逻辑或”上、下近似集分别定义为

$$\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)=\left\{x\mid c\left([x]_A^{\geq},X\right)<1-\beta\ \text{或}\ \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|>k\right\};$$

$$\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)=\left\{x\mid c\left([x]_A^{\geq},X\right)\leq\beta\ \text{或}\ \left|[x]_A^{\geq}\right|-\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\leq k\right\}.$$

相应地给出 X 的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域

$$posR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\cap\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X);\quad negR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\sim\left(\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\cup\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\right);$$

$$UbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)-\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X);\quad LbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)-\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X);$$

$$bnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=UbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)\cup LbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X).$$

如果 $\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\neq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，则称 X 在直觉模糊序信息系统下依精度 $1-\beta$ 与程度 k 是“逻辑或”粗糙的；否则称 X 依精度 $1-\beta$ 与程度 k 是“逻辑或”是精确的。

定理 3.1：设 $I^{\geq}=(U,AT,F)$ 为直觉模糊序信息系统，对 $\forall X\subseteq U$，$A\subseteq AT$，$\beta\in[0,1]$，$k\in N$，有以下结论成立：

(1) $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)\cup\overline{R^{\geq}_{k}}(X)$；(2) $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\underline{R^{\geq}_{\beta}}(X)\cup\underline{R^{\geq}_{k}}(X)$。

证明：(1)对 $\forall x\in\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$，有 $c\left([x]^{\geq}_{R},X\right)<1-\beta$ 或 $\left|[x]^{\geq}_{R}\cap X\right|>k$。即 $x\in\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)$ 或 $x\in\overline{R^{\geq}_{k}}(X)$。所以 $x\in\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\subseteq\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)\cup\overline{R^{\geq}_{k}}(X)$。另外，对 $\forall x\in\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)\cup\overline{R^{\geq}_{k}}(X)$，有 $x\in\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)$ 或 $x\in\overline{R^{\geq}_{k}}(X)$，即 $c\left([x]^{\geq}_{R},X\right)<1-\beta$ 或 $\left|[x]^{\geq}_{R}\cap X\right|>k$。故 $\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)\cup\overline{R^{\geq}_{k}}(X)\subseteq\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 综上可得 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\overline{R^{\geq}_{\beta}}(X)\cup\overline{R^{\geq}_{k}}(X)$。

(2) 证明方法与(1)类似。

特别地：当 $\beta=0$，$k\neq 0$，$\underline{R^{\geq}_{k}}(X)=\underline{R^{\geq}_{0\vee k}}(X)$，$\overline{R^{\geq}}(X)=\overline{R^{\geq}_{0\vee k}}(X)$；

当 $\beta\neq 0$，$k=0$，$\underline{R^{\geq}_{\beta}}(X)=\underline{R^{\geq}_{\beta\vee 0}}(X)$，$\overline{R^{\geq}}(X)=\overline{R^{\geq}_{\beta\vee 0}}(X)$；

当 $\beta\neq 0$，$k=0$，$\underline{R^{\geq}}(X)=\underline{R^{\geq}_{0\vee 0}}(X)$，$\overline{R^{\geq}}(X)=\overline{R^{\geq}_{0\vee 0}}(X)$；

当 $\beta\neq 0$，$k=0$，$\overline{R^{\geq}_{k}}(X)=\overline{R^{\geq}_{1\vee k}}(X)$；

当 $\beta\neq 0$，$k=0$，$\overline{R^{\geq}}(X)=\overline{R^{\geq}_{1\vee 0}}(X)$。

定理 3.2: 设 $I^{\geq}=(U,AT,F)$ 为直觉模糊序信息系统，对 $\forall X\subseteq U$，$A\subseteq AT$，$\beta\in[0,1]$，$k\in N$，有

(1) $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$; (2) $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$.

证明：由定义 3.3 可以直接得到。

定理 3.3: 设 $I^{\geq}=(U,AT,F)$ 为直觉模糊序信息系统，对 $\forall X\subseteq U$，$A\subseteq AT$，$\beta\in[0,1]$，$k\in N$，有

(1) $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|>\min\left(k,\beta\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\right)\right\}$；

(2) $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\geq\min\left(\left|[x]^{\geq}_{A}\right|-k,\left|[x]^{\geq}_{A}\right|-\beta\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\right)\right\}$.

证明：(1)由定义 3.3 知：$\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\left\{x\mid c\left([x]^{\geq}_{A},X\right)<1-\beta\text{ 或 }\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|>k\right\}$ 和 $c\left([x]^{\geq}_{A},X\right)=1-\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|/\left|[x]^{\geq}_{A}\right|<1-\beta$，由此可得 $\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|>\beta\left|[x]^{\geq}_{A}\right|$，所以结论 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|>\min\left(k,\beta\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\right)\right\}$ 成立。

(2) 同理可得。

定理 3.4: 设 $I^{\geq}=(U,AT,F)$ 为直觉模糊序信息系统，对 $\forall X\subseteq U$，$A\subseteq AT$，$\beta\in[0,1]$，$k\in N$，有下列结论成立

(1) 当 $0<\beta<0.5$ 且 $k\neq 0$ 时有

$$
\begin{aligned}
posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=&\left(\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\geq k/\beta,\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\geq(1-\beta)\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\right\}\right)\\
&\cup\left(\left\{x\mid k/(1-\beta)<\left|[x]^{\geq}_{A}\right|<k/\beta,\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\geq\left|[x]^{\geq}_{A}\right|-k\right\}\right);\\
&\cup\left(\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\leq\mid k/(1-\beta),\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\geq\beta\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\right\}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=&\left(\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\geq k/\beta,\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\leq k\right\}\right)\\
&\cup\left(\left\{x\mid k/(1-\beta)<\left|[x]^{\geq}_{A}\right|<k/\beta,\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\geq\beta\left|[x]^{\geq}_{A}\right|\right\}\right);\\
&\cup\left(\left\{x\mid\left|[x]^{\geq}_{A}\right|<k/(1-\beta),\left|[x]^{\geq}_{A}\cap X\right|\geq\left|[x]^{\geq}_{A}\right|-k\right\}\right)
\end{aligned}
$$

$$UbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left(\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right| \geq k/\beta, k<\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|<(1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}\right)$$
$$\cup\left(\left\{x \mid k/(1-\beta)<\left|[x]_A^{\geq}\right|<k/\beta, \beta\left|[x]_A^{\geq}\right|<\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|<\left|[x]_A^{\geq}\right|-k\right\}\right);$$

$$LbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\cup\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right| \leq k/1-\beta, \left|[x]_A^{\geq}\right|-k \leq \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right| \leq \beta\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}。$$

(2) 当 $0.5\leq\beta<1$ 且 $k\neq 0$ 时有

$$posR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left(\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|>k/1-\beta, \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\geq(1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}\right)$$
$$\cup\left(\left\{x \mid k/\beta<\left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/1-\beta, \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|>k\right\}\right);$$
$$\cup\left(\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/\beta, \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|>\beta\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}\right)$$

$$negR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left(\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|>k/(1-\beta), \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\leq k\right\}\right)$$
$$\cup\left(\left\{x \mid k/\beta<\left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/(1-\beta), \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|<(1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}\right);$$
$$\cup\left(\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/\beta, \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|<\left|[x]_A^{\geq}\right|-k\right\}\right)$$

$$UbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|>k/(1-\beta), k<\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|<(1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\};$$

$$LbnR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left(\left\{x \mid k/\beta<\left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/(1-\beta), (1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\leq\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\leq k\right\}\right)$$
$$\cup\left(\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/\beta, \left|[x]_A^{\geq}\right|-k\leq\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\leq\beta\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}\right).$$

证明：由 $0<\beta<0.5$ 且 $k\neq 0$，可得 $\beta<1-\beta$，$k/(1-\beta)<k/\beta$，

(1) 当 $\left|[x]_R^{\geq}\right|\geq k/\beta>2k$ 时有

$[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Leftrightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_k^{\geq}}(X)$ 和 $[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Leftrightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_\beta^{\geq}}(X)$，由此可得 $[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Rightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，故 $\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\geq(1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\Rightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，

$$posR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|\geq k/\beta, \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\geq(1-\beta)\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\};$$

当 $k/(1-\beta)<\left|[x]_R^{\geq}\right|<k/\beta$ 时有

$[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Leftrightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_\beta^{\geq}}(X)$ 和 $[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Leftrightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_k^{\geq}}(X)$，于是可知 $[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Rightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，所以 $\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\geq\left|[x]_A^{\geq}\right|-k\Rightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，

$$posR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left\{x \mid k/(1-\beta)<\left|[x]_A^{\geq}\right|<k/\beta, \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\geq\left|[x]_A^{\geq}\right|-k\right\};$$

当 $\left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/(1-\beta)$ 时有

$[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，即 $[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Leftrightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_\beta^{\geq}}(X)$ 和 $[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Leftrightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_k^{\geq}}(X)$，有 $[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)\Rightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\underline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，进而有 $\left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|>\beta\left|[x]_A^{\geq}\right|\Rightarrow[x]_A^{\geq}\subseteq\overline{R_{\beta\vee k}^{\geq}}(X)$，故

$$posR_{\beta\vee k}^{\geq}(X)=\left\{x \mid \left|[x]_A^{\geq}\right|\leq k/(1-\beta), \left|[x]_A^{\geq}\cap X\right|\geq\beta\left|[x]_A^{\geq}\right|\right\}。$$

其他对应的区域，以及当$0.5 \le \beta < 1$且$k \ne 0$时可以类似的得到。

定理 3.5: 设$I^{\ge} = (U, AT, F)$为直觉模糊序信息系统，对$\forall X \subseteq U$，$A \subseteq AT$，$\alpha, \beta \in [0,1]$，$k, l \in N$有下列结论成立：

(1) $\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\varnothing) = \varnothing, \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(U) = U$；

当$\beta = 1$时，$\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) = \overline{R^{\ge}_{k}}(X)$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) = U$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\varnothing) = U$，$\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) = \left\{x \mid \left|[x]^{\ge}_{A}\right| > k\right\}$；

当$\beta \ne 1$时，$\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(U) = U$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\varnothing) = \left\{x \mid \left|[x]^{\ge}_{A}\right| \le k\right\}$；

(2) 若$X \subseteq Y$，那么$\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \subseteq \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(Y)$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \subseteq \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(Y)$；

(3) $\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X \cup Y) \supseteq \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \cup \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(Y)$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X \cup Y) \supseteq \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \cup \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(Y)$；

(4) $\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X \cap Y) \subseteq \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \cap \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(Y)$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X \cap Y) \subseteq \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \cap \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(Y)$；

(5) 若$\beta \ge \alpha$，$k \ge l$，有

$$\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \subseteq \overline{R^{\ge}_{\beta\vee l}}(X), \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \subseteq \overline{R^{\ge}_{\alpha\vee k}}(X), \overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \subseteq \overline{R^{\ge}_{\alpha\vee l}}(X);$$
$$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \supseteq \underline{R^{\ge}_{\beta\vee l}}(X), \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \supseteq \underline{R^{\ge}_{\alpha\vee l}}(X), \underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(X) \supseteq \underline{R^{\ge}_{\alpha\vee l}}(X);$$

(6) $\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\sim X) = \sim \underline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X)$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\sim X) = \sim \overline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X)$。

证明：(1)~(5)易证。

(6)要证明该定理需要引入$\overline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X)$，$\underline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X)$的定义，类似与该粗糙集的定义方式其具体定义如下：

$$\overline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X) = \left\{x \mid c\left([x]^{\ge}_{A}, X\right) < 1-\beta, \left|[x]^{\ge}_{A}\right| > k\right\};$$

$$\underline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X) = \left\{x \mid c\left([x]^{\ge}_{A}, X\right) \le \beta, \left|[x]^{\ge}_{A}\right| - \left|[x]^{\ge}_{A} \cap X\right| \le k\right\}。$$

因为 $\overline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\sim X) = \overline{R^{\ge}_{\beta}}(\sim X) \cup \overline{R^{\ge}_{k}}(\sim X) = \left(\sim \underline{R^{\ge}_{\beta}}(X)\right) \cup \left(\sim \underline{R^{\ge}_{k}}(X)\right) = \sim \underline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X)$

同理可得：$\underline{R^{\ge}_{\beta\vee k}}(\sim X) = \sim \overline{R^{\ge}_{\beta\wedge k}}(X)$。

4. 算法设计

为了方便验证我们所提出的定义与定理，本文设计了两个算法来计算X的上、下近似集以及正、负域，上、下边界域和边界域，其中算法 1 是计算直觉模糊序信息系统的上下近似；算法 2 是计算直觉模糊序信息系统中X的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域。而且分析了算法的步骤。

在算法 1 中，第 2 步初始化X的上、下近似集为空集；第 3 步到第 7 步计算论域U上所有的对象在属性集AT下的得分；第 8 步到第 28 步求解逻辑或上下近似，其中第 10 步到第 21 步为求对象x的优势类，第 22 步到第 24 步求解X的上近似，第 25 步到第 27 步求解X的下近似；第 29 步返回X的上近似和下近似。

在算法 2 中，第 2 步和第 3 步初始化X的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域为空集；第 4 步到第 28 步为循环论域U计算X的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域，其中第 5 步和第 6 步初始化对象x默认是属于上近似和下近似的，第 7 步到第 9 步判断对象x是否属于上近似并更新其默认值，第 10 步到第 12 步判断对象x是否属于下近似并更新其默认值，第 5 步到第 12 步的目的是为了减少后面重复判断对象x是否属于上近似和下近似，第 13 步到第 15 步判断对象x是否属于X的正域，如果x属于X的正域则更新正域，第 16 步到第 18 步判断对象x是否属于X的负域，如果x属于X的负域则更

新负域，第 19 步到第 21 步判断对象 x 是否属于 X 的上边界域，如果 x 属于 X 的上边界域则更新上边界域，第 22 步到第 24 步判断对象 x 是否属于 X 的下边界域，如果 x 属于 X 的下边界域则更新下边界域，第 25 步到第 28 步判断对象 x 是否属于 X 的边界域，如果 x 属于 X 的边界域则更新边界域，第 29 步返回 X 的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域。

算法 1： 计算直觉模糊序信息系统的上下近似。

输入： β ， k ， ω_1 ， ω_2 ， X 和 $I^{\geq}=(U,AT,F)$ 。

输出： X 的上近似 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 和下近似 $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 。

1 **begin**
2 初始化 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\leftarrow\varnothing$ 和 $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\leftarrow\varnothing$
3 **for** each $x\in U$
4 **for** each $a\in AT$
5 $S_a(x)=\omega_1\mu_a(x)-\omega_2\nu_a(x)-\omega_3\pi_a(x)$. //计算对象 x 在属性 a 下的得分
6 **end**
7 **end**
8 **for** each $x\in U$
9 $[x]^{\geq}_{AT}\leftarrow\varnothing$ //在求解对象 x 的优势类之前将其初始化为空集。
10 **for** each $o\in U$
11 flag←**true** // flag 为判断对象 o 是否优于对象 x 的临时标记。
12 **for** each $a\in AT$
13 **if**($S_a(x)>S_a(o)$) //如果 o 在 a 下的得分小于 x ，则 $o\notin[x]^{\geq}_{AT}$ 。
14 flag←**false** //表示对象 o 在准则 a 不优于对象 x 。
15 **break** //对象 o 在准则 AT 下不优于对象 x ，结束循环。
16 **end**
17 **end**
18 **if** (flag) //如果 flag 为 **true** 则表示 o 在准则 AT 下优于 x 。
19 $[x]^{\geq}_{AT}\leftarrow[x]^{\geq}_{AT}\cup\{o\}$ //保存对象 x 的优势类。
20 **end**
21 **end**
22 **if** ($c\left([x]^{\geq}_{AT},X\right)<1-\beta$ **or** $\left|[x]^{\geq}_{AT}\cap X\right|>k$) // “逻辑或”的判断。
23 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\leftarrow\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的“逻辑或”上近似集。
24 **end**
25 **if** ($c\left([x]^{\geq}_{AT},X\right)\leq\beta$ **or** $\left|[x]^{\geq}_{AT}\right|-\left|[x]^{\geq}_{AT}\cap X\right|\leq k$) // “逻辑或”的判断。
26 $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\leftarrow\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的“逻辑或”下近似集。
27 **end**
28 **end**
29 **return** $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 和 $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$
30 **end**

算法 2： 直觉模糊序信息系统中 X 的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域。

输入： X 的上近似 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 和下近似 $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 和论域 U 。

输出： $posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$、$negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$、$UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$、$LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$ 和 $bnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$ 。

begin
  初始化 $posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow\varnothing$， $negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow\varnothing$， $UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow\varnothing$，
    $LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow\varnothing$， $bnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow\varnothing$
  for each $x\in U$
    flag1←**true** // flag1 为判断对象 $x\in\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 的临时标记。
    flag2←**true** // flag2 为判断对象 $x\in\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$ 的临时标记。
    if ($x\notin\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$) //此步骤为了减少重复判断 x 是否属于 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$。
      flag1←**false** //对象 $x\notin\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$。
    end
    if ($x\notin\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$) //此步骤为了减少重复判断 x 是否属于 $\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$。
      flag2←**false** //对象 $x\notin\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)$。
    end
    if (flag1 **and** flag2)
      $posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的正域集。
    end
    if (~flag1 **and** ~flag2) //~表示命题的否，即命题的非。
      $negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的负域。
    end
    if (flag1 **and** ~flag2)
      $UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的上边界域。
    end
    if (~flag1 **and** flag2)
      $LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的下边界域。
    end
    if (flag1 ≠ flag2) // ≠ 表示 flag1 与 flag2 的真假值互异时为真，否则为假。
      $bnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\leftarrow bnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)\cup\{x\}$ //保存 X 的边界域。
    end
  end
  return $posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$、$negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$、$UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$、$LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$ 和 $bnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)$
end

5. 实例及其分析

在装备采购中，存在多个装备供应商可供选择，对供应商资格评价是供应商选择的关键问题。某型军用装备邀请招标，已经投标入围的有 5 家供应商分别为 a_1， a_2， a_3， a_4， a_5，但合同仅授予其中的一家。当时特邀 20 名专家 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_{20}\}$，对入围的 5 家供应商进行评判，现将专家当时的满意程度与

不满意的程度列在下表，表 1 中的直觉模糊数可通过专家是否满意的形式来获取，如专家 x_1 对于属性 a_4 的隶属度与非隶属度，可通过下面的方法来确定：邀请 10 位专家，对 5 名供应商进行投票，若有 4 个满意，5 个不满意，1 个弃权，即有 1 位专家在满意与不满意之间持犹豫意见。这时我们认为专家 x_1 对属性 a_4 的隶属度为 0.4，非隶属度为 0.5，而犹豫度为 0.1，记作 $f\left(x_1,a_4\right)=\langle 0.4,0.5\rangle$，其他的直觉模糊数可类似得到。

在这里，隶属度权重 ω_1 和非隶属度权重 ω_2 分别表示满意程度和不满意程度的权重，ω_1 和 ω_2 是根据不同的需求来设置，一般而言对于满意和不满意程度，人们往往更看中满意程度，对于不满意程度和犹豫度往往不太看重，所以本文设置 $\omega_1=0.6$，$\omega_2=0.2$，那么犹豫度 $\omega_3=0.2$。对于精度 β 和程度 k 往往会根据需求而自行选择，所以本文设置 $\beta=0.6$，$k=1$，通过定义 3.1 计算得到加权得分表 2。

运用表 2 的加权得分和定义 3.2 可以计算论域 U 中所有对象的优势类，所有的优势类见表 3。

随机抽取一部分对象集 $X=\{x_1,x_4,x_5,x_6,x_7,x_{10},x_{11},x_{15},x_{18},x_{20}\}$ 作为研究对象。X 的上、下近似分别为 $\overline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_7,x_{10},x_{18},x_{20}\}$；$\underline{R^{\geq}_{\beta\vee k}}(X)=U-\{x_2,x_{14},x_{15}\}$。

进而，X 的正域、负域、上边界域、下边界域和边界域分别为

$$posR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=\{x_1,x_3,x_4,x_5,x_7,x_{10},x_{18},x_{20}\};\quad negR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=\{x_{14},x_{15}\};\quad UbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=\{x_2\};$$

$$LbnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=\{x_6,x_8,x_9,x_{11},x_{12},x_{13},x_{16},x_{17},x_{19}\};\quad bnR^{\geq}_{\beta\vee k}(X)=\{x_2,x_6,x_8,x_9,x_{11},x_{12},x_{13},x_{16},x_{17},x_{19}\}。$$

Table 1. Satisfaction and dissatisfaction degree for suppliers
表 1. 专家对供应商的满意程度与不满意的程度

U	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	<0.4,0.5>	<0.3,0.5>	<0.8,0.2>	<0.4,0.5>	<0.7,0.1>
x_2	<0.3,0.5>	<0.4,0.5>	<0.6,0.1>	<0.4,0.5>	<0.7,0.3>
x_3	<0.3,0.5>	<0.1,0.8>	<0.8,0.1>	<0.4,0.5>	<0.7,0.3>
x_4	<0.1,0.8>	<0.1,0.8>	<0.4,0.5>	<0.1,0.8>	<0.8,0.2>
x_5	<0.7,0.3>	<0.4,0.5>	<0.9,0.1>	<0.4,0.6>	<0.8,0.1>
x_6	<0.3,0.6>	<0.4,0.6>	<0.7,0.2>	<0.5,0.5>	<0.8,0.2>
x_7	<0.4,0.5>	<0.4,0.5>	<0.8,0.2>	<0.4,0.5>	<0.8,0.2>
x_8	<0.4,0.6>	<0.4,0.5>	<0.9,0.1>	<0.7,0.3>	<0.8,0.2>
x_9	<0.4,0.6>	<0.7,0.3>	<0.9,0.1>	<0.4,0.5>	<0.9,0.0>
x_{10}	<0.7,0.3>	<0.7,0.3>	<0.8,0.2>	<0.9,0.0>	<0.4,0.5>
x_{11}	<0.3,0.6>	<0.6,0.4>	<0.5,0.4>	<0.5,0.4>	<0.5,0.0>
x_{12}	<0.4,0.6>	<0.5,0.4>	<0.8,0.2>	<0.7,0.0>	<0.7,0.1>
x_{13}	<0.2,0.7>	<0.8,0.2>	<0.3,0.6>	<0.6,0.4>	<0.4,0.4>
x_{14}	<0.2,0.8>	<0.8,0.2>	<0.3,0.6>	<0.3,0.6>	<0.3,0.6>
x_{15}	<0.4,0.6>	<0.5,0.4>	<0.7,0.2>	<0.2,0.0>	<0.7,0.0>
x_{16}	<0.4,0.5>	<0.6,0.4>	<0.6,0.4>	<0.5,0.3>	<0.5,0.0>
x_{17}	<0.6,0.4>	<0.3,0.6>	<0.4,0.6>	<0.5,0.4>	<0.6,0.4>
x_{18}	<0.6,0.4>	<0.3,0.6>	<0.5,0.4>	<0.7,0.2>	<0.5,0.2>
x_{19}	<0.8,0.2>	<0.2,0.8>	<0.3,0.6>	<0.5,0.4>	<0.6,0.1>
x_{20}	<0.8,0.2>	<0.2,0.8>	<0.4,0.6>	<0.6,0.1>	<0.3,0.7>

Table 2. The weighted score table
表 2. 加权得分表

U	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0.12	0.04	0.44	0.12	0.36
x_2	0.04	0.12	0.28	0.12	0.36
x_3	0.04	-0.12	0.44	0.12	0.36
x_4	-0.12	-0.12	0.12	-0.12	0.44
x_5	0.36	0.12	0.52	0.12	0.44
x_6	0.04	0.12	0.36	0.2	0.44
x_7	0.12	0.12	0.44	0.12	0.44
x_8	0.12	0.12	0.52	0.36	0.44
x_9	0.12	0.36	0.52	0.12	0.52
x_{10}	0.36	0.36	0.44	0.52	0.12
x_{11}	0.04	0.28	0.20	0.20	0.20
x_{12}	0.12	0.20	0.44	0.36	0.36
x_{13}	-0.04	0.44	0.04	0.28	0.12
x_{14}	-0.04	0.44	0.04	0.04	0.04
x_{15}	0.12	0.2	0.36	-0.04	0.36
x_{16}	0.12	0.28	0.28	0.20	0.2
x_{17}	0.28	0.04	0.12	0.20	0.28
x_{18}	0.28	0.04	0.20	0.36	0.20
x_{19}	0.44	-0.04	0.04	0.20	0.28
x_{20}	0.44	-0.04	0.12	0.28	0.04

Table 3. Dominant classes of all objects in the discourse universe
表 3. 论域 U 中所有对象的优势类

U	x 的优势类	U	x 的优势类
x_1	$x_1, x_5, x_7, x_8, x_9, x_{12}$	x_{11}	x_{11}, x_{16}
x_2	$x_2, x_5, x_7, x_8, x_9, x_{12}$	x_{12}	x_{12}
x_3	$x_1, x_3, x_5, x_7, x_8, x_9, x_{12}$	x_{13}	x_{13}
x_4	$x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$	x_{14}	x_{13}, x_{14}
x_5	x_5	x_{15}	x_9, x_{12}, x_{15}
x_6	x_6, x_8	x_{16}	x_{16}
x_7	x_5, x_7, x_8, x_9	x_{17}	x_{17}
x_8	x_8	x_{18}	x_{18}
x_9	x_9	x_{19}	x_{19}
x_{10}	x_{10}	x_{20}	x_{20}

6. 结论

本文在直觉模糊序信息系统下，通过充分考虑隶属度、非隶属度和犹豫度等指标在评价机制中的重

要性，定义了加权得分函数。通过此函数，定义了一种新的排序规则和优势关系。基于此优势关系，本文提出了直觉模糊变精度和程度“逻辑或”双量化粗糙集模型，并对其粗糙集区域的基本结构和重要性质进行深入研究。最后，结合装备采购实际案例验证了该理论的可行性和有效性。直觉模糊“逻辑或”双量化粗糙集模型不仅使信息量化更加准确，而且为直觉模糊序信息系统中的知识发现提供了理论基础。

基金项目

国家自然科学基金(61472463, 61402064)；重庆市自然科学基金(cstc2015jcyjA1390)；重庆理工大学研究生创新基金(YCX2015227)。

参考文献 (References)

[1] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-353. http://dx.doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

[2] Atanassov, K. (1986) Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96. http://dx.doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3

[3] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.

[4] 李梁, 张建刚. 基于粗糙集与关联规则的教师科研能力评价[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学版, 2014, 28(1): 69-74.

[5] 陈媛, 苟光磊, 卢玲. 基于一致性准则的属性约简改进算法[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学版, 2014, 28(5): 79-83.

[6] Pawlak, Z. (1982) Rough Sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, **11**, 341-356. http://dx.doi.org/10.1007/BF01001956

[7] Dembczyński, K.R., Pindur, R. and Susmaga, R. (2003) Dominance-Based Rough Set Classifier without Induction of Decision Rules. *Electronic Notes Theory Computer Science*, **82**, 84-95. http://dx.doi.org/10.1016/S1571-0661(04)80708-4

[8] Dembczyński, K.R., Pindur, R. and Susmaga, R. (2003) Generation of Exhaustive Set of Rules within Dominance-Based Rough Set Approach. *Electronic Notes Theory Computer Science*, **82**, 96-107. http://dx.doi.org/10.1016/S1571-0661(04)80709-6

[9] Greco, S., Matarazzo, B. and Slowinski, R. (2002) Rough Approximation by Dominance Relations. *International Journal of Intelligence Systems*, **17**, 153-171. http://dx.doi.org/10.1002/int.10014

[10] Yang, X.B., Yang, J.Y., Wu, C., *et al.* (2008) Dominance-Based Rough Set Approach and Knowledge Reductions in Incomplete Ordered Information Systems. *Information Sciences*, **178**, 1219-1234. http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2007.09.019

[11] Qian, Y.H., Dang, C.Y., Liang, J.Y., *et al.* (2009) Set-Valued Ordered Information Systems. *Information Science*, **179**, 2809-2832. http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2009.04.007

[12] Ziarko, W. (1993) Variable Precision Rough Set Model. *Journal of Computer System Science*, **46**, 39-59. http://dx.doi.org/10.1016/0022-0000(93)90048-2

[13] Yao, Y.Y. and Lin, T.Y. (1996) Generalization of Rough Sets Using Modal Logics. *Intelligent Automation and Soft Computing*, **2**, 103-119. http://dx.doi.org/10.1080/10798587.1996.10750660

[14] 张贤勇, 莫志文. 变精度粗糙集[J]. 模式识别与人工智能, 2004, 17(2): 151-155.

[15] Xu, W., Liu, S. and Wang, Q. (2010) The First Type of Grade Rough Set Based on Rough Membership Function. *Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, **4**, 1922-1926.

[16] Yao, Y.Y. and Lin, T.Y. (1997) Graded Rough Set Approximations Based on Nested Neighborhood Systems. *Proceedings of* 5*th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing*, **1**, 196-200.

[17] 徐伟华. 序信息系统与粗糙集[M]. 北京: 科学出版社, 2013.