

An Exponential Curve with Oscillating Term and Its Application in China's Primary Energy Consumption

Shengyuan Tan

School of Computer Science, Chengdu University of Information Technology, Chengdu Sichuan
Email: tangcuit2015@163.com

Received: Apr. 16th, 2019; accepted: Apr. 30th, 2019; published: May 7th, 2019

Abstract

Aiming at modelling and prediction for oscillation sequences which exist widely in the real world, this paper proposes a new type of exponential curve model with oscillation term based on the classical exponential curve model. With the characteristics of the model and the least squares estimation method, an optimization problem is developed to evaluate the system parameters. Based on this problem, the Matlab software is used to solve the optimization problem to obtain the system parameters. Further, the model is applied to forecast the China's primary energy consumption. The computational results are compared with the classical exponential curve and the modified exponential curve, and it shows the oscillating exponential curve has higher accuracy in China's primary energy consumption.

Keywords

Exponential Curve, Oscillating, Least Squares Estimation, Primary Energy Consumption

具有振荡项的指数曲线及其 在一次能源消费 中的应用

谭生源

成都信息工程大学, 计算机学院, 四川 成都
Email: tangcuit2015@163.com

收稿日期: 2019年4月16日; 录用日期: 2019年4月30日; 发布日期: 2019年5月7日

摘要

针对现实世界中普遍存在的振荡序列建模、预测问题, 本文在原有的指数曲线模型的基础上提出带有振荡项的新型指数曲线模型。针对模型本身的特点, 采用最小二乘法给出了系统参数满足的最优化问题。在此基础上, 借助Matlab软件包求解出系统参数的具体取值, 并将模型应用于中国一次能源消费。建模的结果与经典的指数曲线、修正的指数曲线进行比较, 计算结果表面振荡型的指数曲线在中国一次能源消费问题上有更高的精度。

关键词

指数曲线, 振荡型, 最小二乘法, 一次能源消费

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在英国石油公司(British Petroleum) 2018年的世界能源统计年鉴[1]中, 可以看到2017年中国能源消费增长3.1%, 目前中国仍然是世界上最大的能源消费国, 占全球能源消费量的23.2%和全球能源消费增长的33.6%。尽管煤炭仍是中国能源消费中的主要燃料, 但2017年其占比为60.4%, 创历史新低。中国可再生能源消费增长31%, 占全球增长的36.0%。中国可再生能源消费占全球总量的21.9%。在非化石能源中, 中国太阳能消费增长最快, 达76%, 其次是生物质能, 增长达25%, 风能增长达21%, 水电增长达0.5%。在能源的研究中, 其分为一次能源和二次能源。一次能源是指自然界中以原有形式存在的、未经加工转换的能量资料, 又称天然能源, 如煤炭、石油、天然气、水能。目前中国已经是世界上第一大的能源消费国, 但在科技进步和环境需求的共同驱动下, 能源的结构正在向更清洁、更低碳的燃料转型。于是, 对中国能源的消费研究是很有意义的工作, 研究的结果不仅对能源的消费有更清晰的认识, 也能为政策的制定提供可量化的科学依据。

在对数据预测分析中, 指数曲线[2]是很重要且常见的一类预测模型, 其主要描述的是各期的环比增长速度相同, 或者时间序列的逐期趋势按一定的百分比递增或递减。2010年, 秦尚林等[3]利用指数曲线拟合的方法对武广铁路专线的路基沉降进行了分析。刘芳等[4]于2013年将分段指数模型应用于风电功率的预测研究中, 并取得了很好的结果。杨桂元[5]根据指数曲线预测模型的特点, 对指数曲线预测模型的假设、参数估计、拟合误差及无偏性等若干问题进行了探讨。进一步, 在经典的指数曲线的基础上增加一个常数项, 即为修正的指数曲线[2]。它主要描述如某种刚问世的新产品, 初期销售量增长可能很快, 当市场拥有量接近饱和时, 销售量逐渐趋于某一稳定的水平。李晓风[6]应用修正指数曲线模型对我国的人口未来发展情况进行了短期的预测。王吉权[7]在现有文献的基础上, 给出了修正指数曲线参数估计的另一种新方法, 并将其应用在电力负荷预测研究中。欧阳明等[8]构造了一个新的修正指数曲线模型, 并以单桩静载荷试验数据进行拟合。计算结果表面修正的指数曲线比双曲线模型和指数模型都要好。石文杰[9]使用修正指数法来对某高速公路施工之后的软土路基的沉降问题进行了预测。

振荡序列预测问题是现实世界里广泛存在的一类比较复杂的问题, 如能源消费与需求、应急资源需

求预测、新产品销售预测等。在上述文献和文献[10]的综合启发下,本文提出一种新型的振荡型的指数曲线模型。结合最小二乘法和科学计算软件,给出了模型参数的计算方法和详细过程。最后将其应用在一次能源消费的预测上,并将计算结果与传统的指数模型、修正的指数模型进行对比。从数值结果上可以看出,本文提出的模型在一次能源预测上有更高的精度。

2. 指数曲线和修正的指数曲线

2.1. 指数曲线

由文献[2],经典的指数曲线为

$$Y_t = ab^t. \quad (1)$$

为了估计参数 a, b , 在手工计算中,一般首先将两端取对数,得

$$\ln Y_t = \ln a + t \ln b. \quad (2)$$

然后运用最小二乘法和方程(2),得到如下方程

$$\begin{cases} \sum \ln Y = n \ln a + (\sum t) \ln b \\ \sum t \ln Y = (\sum t) \ln a + (\sum t^2) \ln b \end{cases}, \quad (3)$$

估计出参数 $\ln a$ 和 $\ln b$, 再取反对数,即可得到参数 a, b 的估计值。

2.2. 修正指数曲线

在经典指数曲线的基础上增加一个常数 K , 即得到修正指数曲线方程

$$Y_t = ab^t + K, \quad (4)$$

其中, K, a, b 为未知参数, $K \in (0, \infty)$, $a \neq 0$, $b \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ 。

参数 K, a, b 估计的基本思想是三和法:把整个时间序列分成相等的三个数组,每个组有 m 项,根据趋势值 Y_t 的三个局部总和分别等于原数列观察值 Y_t 的三个局部总和来确定三个参数。具体为:设观察值的三个局部总和分别为 S_1, S_2, S_3 , 得

$$S_1 = \sum_{t=0}^{m-1} Y_t, \quad S_2 = \sum_{t=m}^{2m-1} Y_t, \quad S_3 = \sum_{t=2m}^{3m-1} Y_t. \quad (5)$$

由三和法得到如下方程

$$\begin{cases} S_1 = mK + a + ab + ab^2 + \dots + ab^{m-1} \\ S_2 = mK + ab^m + ab^{m+1} + \dots + ab^{2m-1} \\ S_3 = mK + ab^{2m} + ab^{2m+1} + \dots + ab^{3m-1} \end{cases}. \quad (6)$$

通过方程(6)解得

$$\begin{cases} b = \left(\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} \right)^{\frac{1}{m}} \\ a = (S_2 - S_1) \frac{b-1}{(b^m - 1)^2} \\ K = \frac{1}{m} \left(S_1 - \frac{a(b^m - 1)}{b-1} \right) \end{cases}. \quad (7)$$

3. 振荡型的指数曲线

在上面指数模型的基础上, 本文提出振荡型的新型指数曲线, 其一般方程为

$$Y_t = ab^t + ct + d + r \sin(t), \quad (8)$$

相比于经典的指数模型和修正的模型, 最大的一点是引入 $r \sin(t)$ 部分以描述系统行为对序列的振荡性影响。但是, 振荡型指数曲线带有 5 个未知参数, 且方程(8)本身为非线性函数。所以, 在对参数的估计时采用的是最小二乘法。

令原始序列为 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n)), n \geq 5$ 。取序列前面的 m 个数据来求解最优的系统参数 $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{r}$ 。事实上, 将得到的最优参数带入方程(8)有

$$\begin{cases} Y_1 = \hat{a}\hat{b} + \hat{c} + \hat{d} + \hat{r} \sin(1), \\ Y_2 = \hat{a}\hat{b}^2 + 2\hat{c} + \hat{d} + \hat{r} \sin(2), \\ \vdots \\ Y_m = \hat{a}\hat{b}^m + m\hat{c} + \hat{d} + \hat{r} \sin(m). \end{cases} \quad (9)$$

为此, 构造如下的最优化目标函数

$$S = \min_{a,b,c,d,r} \sum_{i=1}^m \{x(i) - (ab^i + ci + d + r \sin(i))\}^2. \quad (10)$$

利用高等数学中多元函数极值问题的求解思路, 对方程(10)关于系统参数求一阶导数, 可得到如下的方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^m \{x(i) - (ab^i + ci + d + r \sin(i))\} b^i = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^m \{x(i) - (ab^i + ci + d + r \sin(i))\} a i b^{i-1} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial c} = \sum_{i=1}^m \{x(i) - (ab^i + ci + d + r \sin(i))\} i = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial d} = \sum_{i=1}^m \{x(i) - (ab^i + ci + d + r \sin(i))\} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial r} = \sum_{i=1}^m \{x(i) - (ab^i + ci + d + r \sin(i))\} \sin(i) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

对于方程(11), 求解系统参数的解析解几乎是一件不可能的事情。基于此, 我们借助数值计算方法的 Levenberg-Marquardt 算法进行求解。一旦得到系统最优参数的取值, 则可用模型对具体的序列进行建模、预测分析。在上述求解中, 关于 m 值的选取并没有统一的标准, 一般根据所建立的优化目标函数来确定。对于不同的问题, 不同的优化目标函数, m 值的选取是不一样的, 但总的原则就是使目标函数达到最小值。

4. 应用实例

为了对新型振荡型的指数曲线的预测精度和拟合效果进行检验, 本文选用实际数据来验证分析, 并将计算结果与已有的指数曲线、修正的指数曲线模型的计算结果进行对比分析。本文选取中国一次能源消费 2004 年至 2017 的统计数据进行分析, 数据见文献[1](表 1)。

为了检验模型的预测精度，根据预测值与实际值确定绝对百分误差(APE)和平均绝对百分误差(MAPE)如下。

Table 1. The statistical data of the primary energy consumption of China (mtoe)

表 1. 我国一次能源消费量的统计数据(百万吨油当量)

年份	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
实际值	1586.8	1803.4	1977.8	2150.3	2231.2	2329.5	2491.3
年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
实际值	2690.1	2799.1	2907.0	2973.5	3009.8	3047.2	3132.2

$$APE = \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\%, t = 1, 2, \dots, n, \tag{12}$$

$$MAPE = \frac{1}{v-l+1} \sum_{t=l}^v \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\%, v \leq n. \tag{13}$$

从表达式(13)可知，当 $l=2, v=m$ ，MAPE 为拟合误差，记为 $MAPE_{fit}$ ；当 $l=m+1, v=n$ ，MAPE 为预测误差，记为 $MAPE_{fore}$ ；当 $l=2, v=n$ ，MAPE 为总误差，记为 $MAPE_{total}$ 。

本文结合 MATLAB 编程软件，使用 2004 年至 2013 年共 10 年的我国一次能源消费统计数据对其进行模型拟合。以 2014 年至 2017 年共 4 年的数据为模型外推预测检验数据。使用指数曲线模型、修正的指数曲线模型、振荡型的指数曲线模型进行拟合建模和外推预测，并将计算结果进行对比分析。上述三种模型的数值计算结果见表 2。相应的图形分别见图 1、图 2 和图 3。

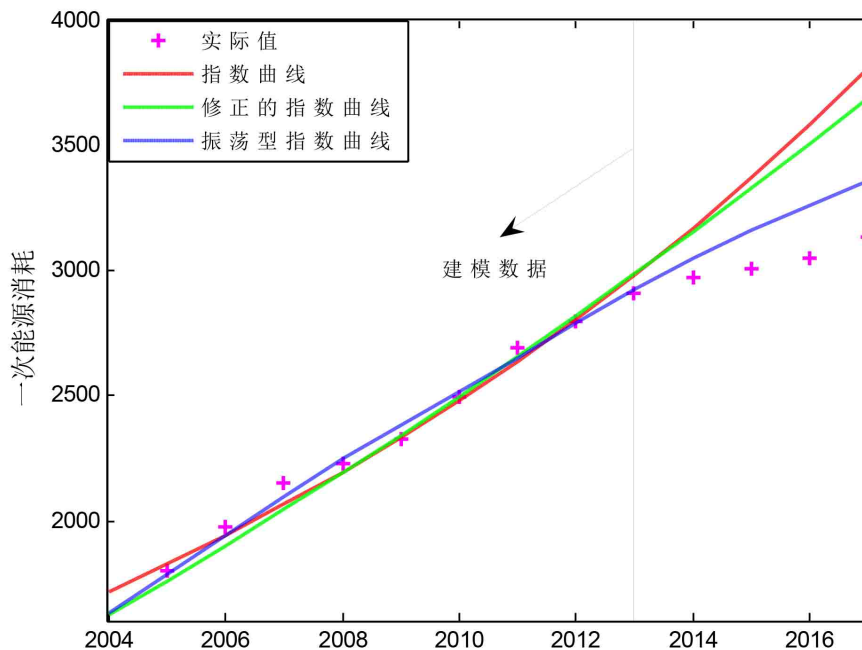


Figure 1. Modelling and forecasting the primary energy consumption by the exponential curve, the modified exponential curve and the oscillation exponential curve models

图 1. 指数曲线、修正的指数曲线和振荡型的指数曲线对一次能源消费的拟合预测

Table 2. The results of China's primary energy consumption by the exponential curve, the modified exponential curve and the oscillation exponential curve models

表 2. 指数曲线、修正的指数曲线和振荡型的指数曲线对一次能源消费的计算结果

年份	实际值	指数曲线	APE (%)	修正指数曲线	APE (%)	振荡指数曲线	APE (%)
2004	1586.8	1716.4824	8.1726	1623.3590	2.3040	1632.5780	2.8849
2005	1803.4	1825.0526	1.2007	1760.174	2.3969	1785.0933	1.0151
2006	1977.8	1940.4899	1.8864	1900.36	3.9155	1942.2660	1.7966
2007	2150.3	2063.2288	4.0493	2044.001	4.9434	2098.2136	2.4223
2008	2231.2	2193.7312	1.6793	2191.183	1.7935	2246.0701	0.6665
2009	2329.5	2332.4880	0.1283	2341.992	0.5362	2384.0208	2.3405
2010	2491.3	2480.0215	0.4527	2496.517	0.2094	2516.6567	1.0178
2011	2690.1	2636.8866	1.9781	2654.851	1.3103	2650.3982	1.4758
2012	2799.1	2803.6737	0.1634	2817.088	0.6426	2787.1902	0.4255
2013	2907.0	2981.0103	2.5459	2983.322	2.6255	2922.2588	0.5249
2014	2973.5	3169.5637	6.5937	3153.654	6.0587	3047.9856	2.5050
2015	3009.8	3370.0435	11.9690	3328.184	10.5782	3160.3295	5.0013
2016	3047.2	3583.2038	17.5900	3507.015	15.0897	3261.8827	7.0452
2017	3132.2	3809.8469	21.6349	3690.253	17.8166	3358.7418	7.2327
MAPE _{fit} (%)			1.5649		2.0415		1.2983
MAPE _{fore} (%)			14.4469		12.3858		5.4461
MAPE _{total} (%)			5.5286		5.2244		2.5746

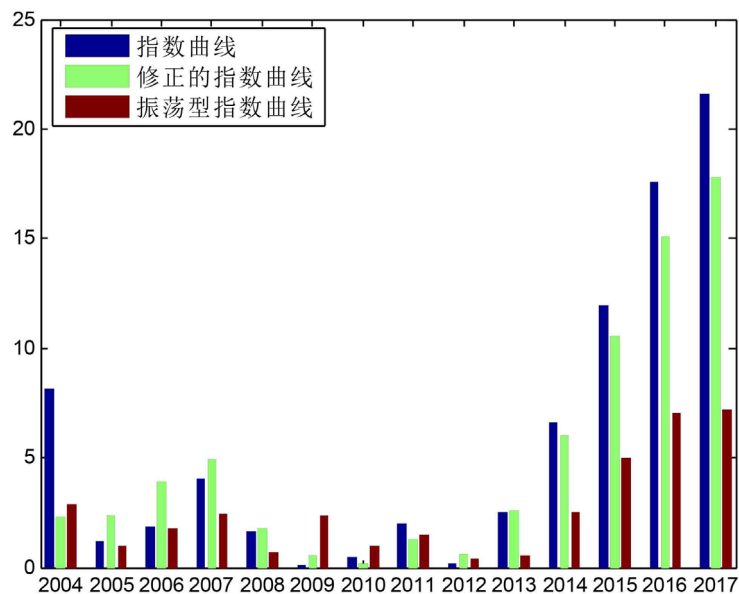


Figure 2. The absolute percentage errors of the primary energy consumption by the exponential curve, the modified exponential curve and the oscillation exponential curve models

图 2. 指数曲线、修正的指数曲线和振荡型的指数曲线对一次能源消费的绝对百分误差

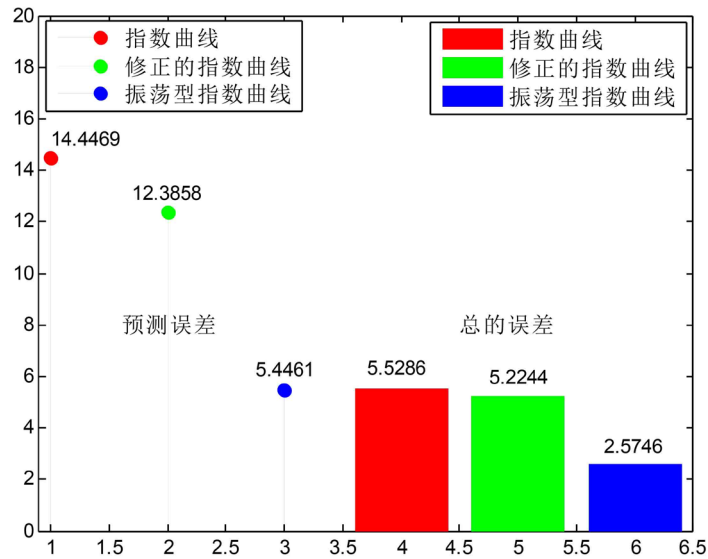


Figure 3. The forecasting error and the total error of the primary energy consumption by the exponential curve, the modified exponential curve and the oscillation exponential curve models

图 3. 指数曲线、修正的指数曲线和振荡型的指数曲线对一次能源消费的预测误差和总误差

5. 结论

本文在传统的指数曲线基础上，引入振荡型来描述现实世界的振荡序列。通过最小二乘法构建最优目标函数来求解系统的各个参数的取值，并进一步将其应用在我国一次能源消耗的拟合预测中。新型振荡型的指数曲线模型预测精度高于指数曲线和修正指数曲线模型。本文所建立的新型振荡型的指数曲线模型计算简单，计算量小，可进一步考虑应用于其它能源、教育、经济等方面。

参考文献

- [1] BP (2018) BP Statistical Review of World Energy 2018.
- [2] 宋廷山, 王坚, 刁艳华, 郭思亮. 应用统计学——以 EXCEL 为分析工具[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2018.
- [3] 秦尚林, 陈善雄, 许锡昌. 路基沉降预测的拓展指数曲线模型[J]. 铁道标准设计, 2010(2): 28-30.
- [4] 刘芳, 潘毅, 刘辉, 丁强, 李强, 王芝茗. 风电功率预测误差分段指数分布模型[J]. 电力系统自动化, 2013, 37(18): 14-19.
- [5] 杨桂元. 指数曲线预测模型的参数估计与误差分析[J]. 运筹与管理, 2003, 12(4): 55-58.
- [6] 李晓凤. 修正指数曲线的人口预测模型[J]. 荆门职业技术学院学报, 2006, 21(6): 85-88.
- [7] 王吉权. 修正指数曲线在电力负荷预测中的应用[J]. 工程应用技术与实现, 2006, 32(18): 253-254, 277.
- [8] 欧阳明, 丁伯阳, 石吉森. 单桩荷载 - 沉降曲线的修正指数曲线拟合研究[J]. 水运工程, 2013(1): 31-38.
- [9] 石文杰. 修正指数曲线法在软土路基沉降预测中的实践[J]. 中国标准化, 2017(8): 164-168.
- [10] 王正新. 振荡型 GM(1,1) 幂模型及其应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(10): 1459-1472.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2163-1476，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：orf@hanspub.org