Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2021, 11(3), 282-288
Published Online August 2021 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2021.113033

语义球型模糊集的定义及相关性质

贾　睿

北京邮电大学理学院，北京
Email: 13269552776@163.com

收稿日期：2021年6月16日；录用日期：2021年7月20日；发布日期：2021年7月27日

摘　要

模糊集理论是一门为了描述现实世界中大量存在的模糊现象的数学理论。球型模糊集因在传统模糊集的基础上综合考虑了元素属于概念集合的隶属度、中立度和非隶属度而备受关注。本文更进一步考虑更加具有现实意义的语义环境，提出语义球型模糊集并讨论了其相关重要性质。

关键词

模糊集，球型模糊集，球型模糊元，语义术语集

The Definition of Linguistic Spherical Fuzzy Set and Its Related Properties

Rui Jia

School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing
Email: 13269552776@163.com

Received: Jun. 16th, 2021; accepted: Jul. 20th, 2021; published: Jul. 27th, 2021

Abstract

Fuzzy set theory is a mathematical theory to describe the large number of fuzzy phenomena which appears in the real world. Spherical fuzzy sets have attracted much attention because they comprehensively considering the membership degree, neutral degree and non-membership degree of elements on the basis of traditional fuzzy sets. This paper further considers a more realistic semantic environment and proposes the linguistic spherical fuzzy sets. Also, some related important properties of the linguistic spherical fuzzy sets are discussed.

文章引用: 贾睿. 语义球型模糊集的定义及相关性质[J]. 运筹与模糊学, 2021, 11(3): 282-288.
DOI: 10.12677/orf.2021.113033

Keywords

Fuzzy Sets, Spherical Fuzzy Sets, Spherical Fuzzy Elements, Linguistic Term Sets

1. 引言

在现实生活中，由于信息的缺失或者人类思维的局限性等因素，人们往往遇到的大多数是模糊的概念。例如天气冷热、个子高低、雨的大小以及人的胖瘦等模糊概念。为了描述这种现实世界中大量存在的模糊现象，美国学者 Zadeh 教授于 1965 年提出了模糊集理论[1]。根据模糊集理论，论域中的所有元素不一定非得完全属于或者完全不属于某个集合，而是可以在一定程度上属于某个集合。然而在面对更加复杂的模糊环境时，经典模糊集理论显得有些无能为力。基于此，土耳其学者 Kutlu Gündoğdu 和 Kahraman 通过引入隶属度、中立度、非隶属度和弃权度这四个参量从而提出了球型模糊集理论[2]。球型模糊集理论能够很好地处理球型模糊环境下的信息，然而在实际情况下，人们往往难以或不能给出隶属度、中立度、非隶属度和弃权度的相关具体数值。通常，人们只能用一些具体的语义词来描述这四个参量，如“很高”、“很低”、“有点高”或“一般”等等。因此，为了使球型模糊集能够处理语义模糊信息，我们借助语义术语集理论[3]将球型模糊集拓展为语义球型模糊集。

2. 预备知识

本节主要介绍球型模糊集和语义术语集的相关概念与性质，为语义球型模糊集的提出做铺垫。

2.1. 球型模糊集

定义 2.1 [2]假设 U 是一个有限非空论域，A 是定义在 U 上的一个球型模糊集，则球型模糊集 A 可以表示为如下的形式：

$$A=\left\{\left\langle x,\left(s_A\left(x\right),i_A\left(x\right),d_A\left(x\right)\right)\right\rangle \middle| x\in U\right\} \tag{2.1}$$

其中，映射 $s_A:U\to[0,1]$，映射 $i_A:U\to[0,1]$ 和映射 $d_A:U\to[0,1]$ 分别称为球型模糊集 A 的隶属函数、中立函数和非隶属函数，$s_A(x)$、$i_A(x)$ 和 $d_A(x)$ 分别称为 x 对 A 的隶属度、中立度和非隶属度。且对于任意的 x 属于 U，满足

$$0\le s_A^2(x)+i_A^2(x)+d_A^2(x)\le 1 \tag{2.2}$$

则 $r_A(x)=\sqrt{1-\left(s_A^2(x)+i_A^2(x)+d_A^2(x)\right)}$ 称为 x 对 A 的弃权度。此外，为了便于表述与计算，我们将论域 U 上的所有球型模糊集所构成的集合记做 $SF(U)$ 并且称三元组 $T_A=(s_A,i_A,d_A)$ 为球型模糊集 A 的一个球型模糊元。

2.2. 语义术语集

定义 2.2 [4]假设 $S=\left\{s_m \mid s_0\le s_m\le s_q, m\in[0,q]\right\}$ 是一个由无限个全序语义术语组成的集合，则集合 S 满足以下两个条件时称集合 S 为一个连续语义术语集：

(1) 有序性：若 $m \ge n$，则有 $s_m \ge s_n$ 成立；

(2) 存在负元：$neg(s_m) = s_{q-m}$。

其中，s_0 是该语义术语集的下界，s_q 是该语义术语集的上界。

3. 语义球型模糊集

本节分别主要介绍语义球型模糊集和语义球型模糊元的定义和相关性质。

定义 3.1 假设 U 是一个有限非空论域，$S = \{s_m \mid s_0 \le s_m \le s_q, m \in [0,q]\}$ 是一个连续语义术语集，A 是定义在 U 上的一个语义球型模糊集，则语义球型模糊集 A 可以表示为如下的形式：

$$A = \left\{\left\langle x, \left(s_a(x), s_b(x), s_c(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\} \tag{3.1}$$

其中，映射 $s_a : U \to S_{[0,q]}$，映射 $s_b : U \to S_{[0,q]}$ 和映射 $s_c : U \to S_{[0,q]}$ 分别称为语义球型模糊集 A 的语义隶属函数、语义中立函数和语义非隶属函数，$s_a(x)$、$s_b(x)$ 和 $s_c(x)$ 分别称为 x 对 A 的语义隶属度、语义中立度和语义非隶属度。且对于任意的 x 属于 U，满足 $0 \le a^2 + b^2 + c^2 \le q^2$，则 $s_d(x) = s_{\sqrt{q^2 - (a^2+b^2+c^2)}}$ 称为 x 对 A 的语义弃权度。此外，为了便于表述与计算，我们将论域 U 上的所有语义球型模糊集所构成的集合记做 $LSF(U)$，且称三元组 $T_A = (s_a, s_b, s_c)$ 为语义球型模糊集 A 的一个语义球型模糊元。

基于定义 3.1，我们将首先定义语义球型模糊集的基本运算，然后给出语义球型模糊集的一些重要性质以及相关证明。

定义 3.2 假设 $M = \left\{\left\langle x, \left(s_{a_1}(x), s_{b_1}(x), s_{c_1}(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$ 和 $N = \left\{\left\langle x, \left(s_{a_2}(x), s_{b_2}(x), s_{c_2}(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$ 是定义在论域 U 上的任意两个语义球型模糊集，则有如下定义：

(1) 若对于任意 x 属于 U，都有 $s_{a_1}(x) \le s_{a_2}(x)$、$s_{b_1}(x) \le s_{b_2}(x)$ 和 $s_{c_1}(x) \ge s_{c_2}(x)$ 成立，则 $M \subseteq N$；

(2) 若对于任意 x 属于 U，$M \subseteq N$ 和 $N \subseteq M$ 同时成立，则 $M = N$；

(3) $M \cup N = \left\{\left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_1}(x), s_{a_2}(x)\right), \wedge\left(s_{b_1}(x), s_{b_2}(x)\right), \wedge\left(s_{c_1}(x), s_{c_2}(x)\right)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$；

(4) $M \cap N = \left\{\left\langle x, \left(\wedge\left(s_{a_1}(x), s_{a_2}(x)\right), \wedge\left(s_{b_1}(x), s_{b_2}(x)\right), \vee\left(s_{c_1}(x), s_{c_2}(x)\right)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$；

(5) $M^c = \left\{\left\langle x, \left(s_{c_1}(x), s_{b_1}(x), s_{a_1}(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$，$M^c$ 称为语义球型模糊集 M 的补集。

语义球型模糊集的交、并、补运算满足下列定理给出的基本运算法则。

定理 3.1 假设 $M = \left\{\left\langle x, \left(s_{a_1}(x), s_{b_1}(x), s_{c_1}(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$、$N = \left\{\left\langle x, \left(s_{a_2}(x), s_{b_2}(x), s_{c_2}(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$ 和 $K = \left\{\left\langle x, \left(s_{a_3}(x), s_{b_3}(x), s_{c_3}(x)\right)\right\rangle \middle| x \in U\right\}$ 是定义在论域 U 上的任意三个语义球型模糊集，则如下结论成立：

(1) 传递性：若 $M \subseteq N$ 且 $N \subseteq K$，则 $M \subseteq K$；

(2) 交换律：$M \cup N = N \cup M$ 且 $M \cap N = N \cap M$；

(3) 结合律：$M \cup (N \cup K) = (M \cup N) \cup K$ 且 $M \cap (N \cap K) = (M \cap N) \cap K$；

(4) 分配律：$M \cup (N \cap K) = (M \cup N) \cap (M \cup K)$ 且 $M \cap (N \cup K) = (M \cap N) \cup (M \cap K)$；

(5) 德摩根率：$(M \cup N)^c = M^c \cap N^c$ 且 $(M \cap N)^c = M^c \cup N^c$；

(6) 等幂率：$M \cup M = M$ 且 $M \cap M = M$；

(7) 吸收率：$(M \cup N) \cap M = M$ 且 $(M \cap N) \cup M = M$。

证明

(1) 传递性：根据定义 3.2，由 $M \subseteq N$ 可得对于任意 x 属于 U，都有 $s_{a_1}(x) \le s_{a_2}(x)$、$s_{b_1}(x) \le s_{b_2}(x)$ 和

$s_{c_1}(x) \geq s_{c_2}(x)$成立。而由$N \subseteq K$可得对于任意 x 属于 U，都有$s_{a_2}(x) \leq s_{a_3}(x)$、$s_{b_2}(x) \leq s_{b_3}(x)$和$s_{c_2}(x) \geq s_{c_3}(x)$成立。则可得对于任意$x$属于$U$，都有$s_{a_1}(x) \leq s_{a_3}(x)$、$s_{b_1}(x) \leq s_{b_3}(x)$和$s_{c_1}(x) \geq s_{c_3}(x)$成立，即$M \subseteq K$成立。

(2) 交换律：根据定义 3.2 可得：

$$M \cup N = \left\{ \left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_1}(x), s_{a_2}(x)\right), \wedge\left(s_{b_1}(x), s_{b_2}(x)\right), \wedge\left(s_{c_1}(x), s_{c_2}(x)\right) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\}$$

$$N \cup M = \left\{ \left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_2}(x), s_{a_1}(x)\right), \wedge\left(s_{b_2}(x), s_{b_1}(x)\right), \wedge\left(s_{c_2}(x), s_{c_1}(x)\right) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\}$$

显然，$M \cup N = N \cup M$ 成立。同理可得$M \cap N = N \cap M$ 成立。

(3) 结合律：根据定义 3.2 可得：

$$\begin{aligned}
&M \cup (N \cup K) \\
&= \left\{ \left\langle x, \left(s_{a_1}(x), s_{b_1}(x), s_{c_1}(x) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\} \\
&\quad \cup \left\{ \left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_2}(x), s_{a_3}(x)\right), \wedge\left(s_{b_2}(x), s_{b_3}(x)\right), \wedge\left(s_{c_2}(x), s_{c_3}(x)\right) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\} \\
&= \left\{ \left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_1}(x), s_{a_2}(x), s_{a_3}(x)\right), \wedge\left(s_{b_1}(x), s_{b_2}(x), s_{b_3}(x)\right), \right.\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\left. \wedge\left(s_{c_1}(x), s_{c_2}(x), s_{c_3}(x)\right) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(M \cup N) \cup K \\
&= \left\{ \left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_1}(x), s_{a_2}(x)\right), \wedge\left(s_{b_1}(x), s_{b_2}(x)\right), \wedge\left(s_{c_1}(x), s_{c_2}(x)\right) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\} \\
&\quad \cup \left\{ \left\langle x, \left(s_{a_3}(x), s_{b_3}(x), s_{c_3}(x) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\} \\
&= \left\{ \left\langle x, \left(\vee\left(s_{a_1}(x), s_{a_2}(x), s_{a_3}(x)\right), \wedge\left(s_{b_1}(x), s_{b_2}(x), s_{b_3}(x)\right), \right.\right.\right. \\
&\quad \left.\left.\left. \wedge\left(s_{c_1}(x), s_{c_2}(x), s_{c_3}(x)\right) \right) \right\rangle \middle| x \in U \right\}
\end{aligned}$$

显然，$M \cup (N \cup K) = (M \cup N) \cup K$ 成立。同理可得$M \cap (N \cap K) = (M \cap N) \cap K$ 成立。

同理，根据定义 3.2 易证(4)、(5)、(6)、(7)。

接下来，我们将首先定义语义球型模糊元的基本运算，然后给出语义球型模糊元的一些重要性质以及相关证明。

定义 3.3 假设$T_1 = \left(s_{a_1}, s_{b_1}, s_{c_1}\right)$、$T_2 = \left(s_{a_2}, s_{b_2}, s_{c_2}\right)$是任意两个语义球型模糊元，$\lambda$是任意正实数，则任意两个语义球型模糊元$T_1$、$T_2$之间的基本运算规则定义如下：

(1) $T_1 \oplus T_2 = \left(s_{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 - a_1^2 a_2^2 / q^2}}, s_{b_1 b_2 / q}, s_{c_1 c_2 / q} \right)$；

(2) $T_1 \otimes T_2 = \left(s_{a_1 a_2 / q}, s_{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 - b_1^2 b_2^2 / q^2}}, s_{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 - c_1^2 c_2^2 / q^2}} \right)$；

(3) $\lambda T_1 = \left(s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1 - a_1^2 / q^2\right)^{\lambda}}}, s_{q\left(b_1 / q\right)^{\lambda}}, s_{q\left(c_1 / q\right)^{\lambda}} \right)$；

(4) $T_1^{\lambda} = \left(s_{q\left(a_1 / q\right)^{\lambda}}, s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1 - b_1^2 / q^2\right)^{\lambda}}}, s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1 - c_1^2 / q^2\right)^{\lambda}}} \right)$。

基于上述定义的语义球型模糊元的相关运算，我们可以得到如下的重要性质。

定理 3.2 假设 $T=\left(s_a,s_b,s_c\right)$、$T_1=\left(s_{a_1},s_{b_1},s_{c_1}\right)$ 和 $T_2=\left(s_{a_2},s_{b_2},s_{c_2}\right)$ 是任意三个语义球型模糊元，λ、λ_1 和 λ_2 是任意三个正实数，则如下的性质成立：

(1) $T_1\oplus T_2=T_2\oplus T_1$；

(2) $T_1\otimes T_2=T_2\otimes T_1$；

(3) $\left(T_1\oplus T_2\right)\oplus T=T_1\oplus\left(T_2\oplus T\right)$；

(4) $\left(T_1\otimes T_2\right)\otimes T=T_1\otimes\left(T_2\otimes T\right)$；

(5) $\lambda\left(T_1\oplus T_2\right)=\lambda T_1\oplus\lambda T_2$；

(6) $\left(\lambda_1+\lambda_2\right)T=\lambda_1 T\oplus\lambda_2 T$；

(7) $\left(T_1\otimes T_2\right)^{\lambda}=T_1^{\lambda}\otimes T_2^{\lambda}$；

(8) $T^{\lambda_1}\otimes T^{\lambda_2}=T^{\left(\lambda_1+\lambda_2\right)}$。

我们仅给出性质(1)、(3)、(5)、(7)的证明，性质(2)、(4)、(6)、(8)的证明同理可得。

证明

(1) 由定义 3.2 可得：

$$T_1\oplus T_2=\left(s_{\sqrt{a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2}},s_{b_1b_2/q},s_{c_1c_2/q}\right)$$

$$T_2\oplus T_1=\left(s_{\sqrt{a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2}},s_{b_1b_2/q},s_{c_1c_2/q}\right)$$

可以看出，$T_1\oplus T_2=T_2\oplus T_1$ 成立。

(3) 由定义 3.2 可得：

$$\left(T_1\oplus T_2\right)\oplus T=\left(s_{\sqrt{a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2}},s_{b_1b_2/q},s_{c_1c_2/q}\right)\oplus\left(s_a,s_b,s_c\right)$$

$$=\left(s_{\sqrt{a^2+a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2-\frac{a^2}{q^2}\left(a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2\right)}},s_{bb_1b_2/q^2},s_{cc_1c_2/q^2}\right)$$

$$T_1\oplus\left(T_2\oplus T\right)=\left(s_{a_1},s_{b_1},s_{c_1}\right)\oplus\left(s_{\sqrt{a_2^2+a^2-a_2^2a^2/q^2}},s_{b_2b/q},s_{c_2c/q}\right)$$

$$=\left(s_{\sqrt{a^2+a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2-\frac{a^2}{q^2}\left(a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2\right)}},s_{bb_1b_2/q^2},s_{cc_1c_2/q^2}\right)$$

可以看出，$\left(T_1\oplus T_2\right)\oplus T=T_1\oplus\left(T_2\oplus T\right)$ 成立。

(5) 由定义 3.2 可得：

$$\lambda\left(T_1\oplus T_2\right)=\lambda\left(s_{\sqrt{a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2}},s_{b_1b_2/q},s_{c_1c_2/q}\right)$$

$$=\left(s_{\sqrt{q^2-q^2\left(1-\frac{a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2}{q^2}\right)^{\lambda}}},s_{q\left(b_1b_2/q\right)^{\lambda}},s_{q\left(c_1c_2/q\right)^{\lambda}}\right)$$

DOI: 10.12677/orf.2021.113033

$$\lambda T_1 \oplus \lambda T_2 = \left(s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-a_1^2/q^2\right)^\lambda}}, s_{q(b_1/q)^\lambda}, s_{q(c_1/q)^\lambda} \right) \oplus \left(s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-a_2^2/q^2\right)^\lambda}}, s_{q(b_2/q)^\lambda}, s_{q(c_2/q)^\lambda} \right)$$

$$= \left(s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-\frac{a_1^2+a_2^2-a_1^2a_2^2/q^2}{q^2}\right)^\lambda}}, s_{q(b_1b_2/q)^\lambda}, s_{q(c_1c_2/q)^\lambda} \right)$$

可以看出，$\lambda(T_1 \oplus T_2) = \lambda T_1 \oplus \lambda T_2$ 成立。

(7) 由定义 3.2 可得：

$$(T_1 \oplus T_2)^\lambda = \left(s_{a_1a_2/q}, s_{\sqrt{b_1^2+b_2^2-b_1^2b_2^2/q^2}}, s_{\sqrt{c_1^2+c_2^2-c_1^2c_2^2/q^2}} \right)^\lambda$$

$$= \left(s_{q(a_1a_2/q)^\lambda}, s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-\frac{b_1^2+b_2^2-b_1^2b_2^2/q^2}{q^2}\right)^\lambda}}, s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-\frac{c_1^2+c_2^2-c_1^2c_2^2/q^2}{q^2}\right)^\lambda}} \right)$$

$$T_1^\lambda \otimes T_2^\lambda = \left(s_{q(a_1/q)^\lambda}, s_{\sqrt{q^2-q^2\left(1-b_1^2/q^2\right)^\lambda}}, s_{\sqrt{q^2-q^2\left(1-c_1^2/q^2\right)^\lambda}} \right)$$

$$\otimes \left(s_{q(a_2/q)^\lambda}, s_{\sqrt{q^2-q^2\left(1-b_2^2/q^2\right)^\lambda}}, s_{\sqrt{q^2-q^2\left(1-c_2^2/q^2\right)^\lambda}} \right)$$

$$= \left(s_{q(a_1a_2/q)^\lambda}, s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-\frac{b_1^2+b_2^2-b_1^2b_2^2/q^2}{q^2}\right)^\lambda}}, s_{\sqrt{q^2 - q^2\left(1-\frac{c_1^2+c_2^2-c_1^2c_2^2/q^2}{q^2}\right)^\lambda}} \right)$$

可以看出，$(T_1 \otimes T_2)^\lambda = T_1^\lambda \otimes T_2^\lambda$ 成立。

最后，我们将介绍基于得分函数和精度函数的语义球型模糊元的比较方法。

定义 3.4 假设 $T = (s_a, s_b, s_c)$ 是一个语义球型模糊元，则 T 的得分函数 $S(T)$ 定义如下：

$$S(T) = s_{\sqrt{q^2+a^2-c^2}/2} \tag{3.2}$$

定义 3.5 假设 $T = (s_a, s_b, s_c)$ 是一个语义球型模糊元，则 T 的精度函数 $A(T)$ 定义如下：

$$A(T) = s_{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \tag{3.3}$$

基于定义 3.4 和定义 3.5 中给出的语义球型模糊元的得分函数和精度函数，我们给出比较任意两个语义球型模糊元的一般性方法如下：

定理 3.3 假设 $T_1 = (s_{a_1}, s_{b_1}, s_{c_1})$ 和 $T_2 = (s_{a_2}, s_{b_2}, s_{c_2})$ 是任意两个语义球型模糊元。则：

(1) 若 $S(T_1) > S(T_2)$，则 $T_1 > T_2$；

(2) 若 $S(T_1) < S(T_2)$，则 $T_1 < T_2$；

(3) 若 $S(T_1) = S(T_2)$ 且 $A(T_1) > A(T_2)$，则 $T_1 > T_2$；

(4) 若 $S(T_1) = S(T_2)$ 且 $A(T_1) < A(T_2)$，则 $T_1 < T_2$；

(5) 若 $S(T_1) = S(T_2)$ 且 $A(T_1) = A(T_2)$，则 $T_1 = T_2$。

4. 结语

传统球型模糊集虽然能够很好地处理定量环境下的模糊信息，但在面对更加具有现实意义的定性环

境时显得有些捉襟见肘。语义术语集理论是一门能够协助处理用自然语言表达的信息的强有力的数学工具。因此，结合语义术语集理论将传统球型模糊集从定量环境拓展到定性环境是很有理论价值和现实依据的。鉴于此，我们提出了能够处理语义模糊信息的语义球型模糊集理论。具体来说，我们首先给出了语义球型模糊集的定义；接下来我们分别给出了语义球型模糊集的基本运算法则、一些重要性质及其相关证明；紧接着，我们又给出了语义球型模糊元的基本运算法则、一些重要性质及其相关证明；最后我们介绍了基于得分函数和精度函数的语义球型模糊元的比较方法。

参考文献

[1] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-353. https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

[2] Kutlu Gündoğdu, F. and Kahraman, C. (2019) Spherical Fuzzy Sets and Spherical Fuzzy TOPSIS Method. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **36**, 337-352. https://doi.org/10.3233/JIFS-181401

[3] Zadeh, L.A. (1974) The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning. In: *Learning Systems and Intelligent Robots*, Springer, Boston, 1-10. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2106-4_1

[4] Xu, Z. (2005) Deviation Measures of Linguistic Preference Relations in Group Decision Making. *Omega*, **33**, 249-254. https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.04.008