Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2023, 13(3), 1803-1814
Published Online June 2023 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2023.133180

中国省域产业生态系统优化度测度

——基于效用函数理论

杨洲木[1,2]，李栩晗[1,3*]，李欣蔚[1]

[1]南京信息工程大学数学与统计学院，江苏 南京
[2]南京信息工程大学江苏省系统建模与数据分析国际合作联合实验室，江苏 南京
[3]南京信息工程大学江苏省应用数学中心，江苏 南京

收稿日期：2023年4月8日；录用日期：2023年6月11日；发布日期：2023年6月19日

摘　要

综述国内外产业结构领域现有研究的基础上，本文把研究范围拓展到中国30个省域层面，综合考虑经济、环境与创新三个维度的输出变量与产业结构优化程度之间的关系，给出了评价产业结构优化程度的数学定义——产业生态系统优化度；基于效用函数理论，探讨各种收益型、成本型输出变量与产业生态系统优化度之间的关系，建立了中国省域产业生态系统优化度测度问题的理论框架；根据产业生态系统优化度理论框架，构建了中国省域产业生态系统优化度模型，从一个崭新的角度对中国省域产业生态系统优化程度进行评价。

关键词

产业结构，优化升级，收益型输出，成本型输出，产业生态系统优化度

Measurement of the Optimization Degree of Provincial Industrial Structure in China

—Based on the Utility Function Theory

Zhoumu Yang[1,2], Xuhan Li[1,3*], Xinwei Li[1]

[1]School of Mathematics and Statistics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu
[2]Jiangsu Provincial Joint Laboratory of System Modeling and Data Analysis, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu
[3]Jiangsu Provincial Center for Applied Mathematics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu

[*]通讯作者。

文章引用: 杨洲木, 李栩晗, 李欣蔚. 中国省域产业生态系统优化度测度[J]. 运筹与模糊学, 2023, 13(3): 1803-1814.
DOI: 10.12677/orf.2023.133180

Received: Apr. 8th, 2023; accepted: Jun. 11th, 2023; published: Jun. 19th, 2023

Abstract

Based on the review of the existing research in the field of industrial structure at home and abroad, this paper extends the research scope to the level of 30 provinces in China, considering the relationship between the three dimensions of economy, environment and innovation, and gives the evaluation of industrial structure optimization degree mathematical definition—industrial ecosystem optimization. Based on the theory of utility function, this paper discusses the relationship between various variables of revenue and cost output and the optimization degree of industrial ecosystem, and constructs the theoretical framework of the optimization degree measurement of provincial industrial ecosystem in China. According to the theoretical framework of industrial ecosystem optimization degree, this paper constructs the optimization degree model of Chinese provincial industrial ecosystem to evaluate the optimization degree of provincial industrial ecosystem optimization in China from a new perspective.

Keywords

Industrial Structure, Optimize and Upgrade, Income Output, Cost Output, Industrial Ecosystem Optimization Degree

1. 引言

无须讳言，中国经济正处于从传统的要素驱动型转型升级为绿色、低碳型高质量发展的关键阶段，产业系统作为投入－产出的转换装置，是决定高质量发展成效的关键[1] [2]。

自 1954 年 Lewis 提出“二元经济”结构理论[3]，认为产业结构优化是经济增长的源泉以来，关于产业结构演化、优化与升级的研究纷纷涌现，是发展经济学的研究热点[4]。其中，关于产业结构优化的测度方法主要聚焦于对产业结构合理化、高级化的探索。产业结构合理化测度方面，现有研究主要采用投入产出法、偏离－份额分析法、泰尔指数方法等。譬如，孙宁等[5]将偏离－份额分析法与向量自回归模型相结合对河北省的产业竞争力进行分析。而刘波和洪兴建[6]则从全国层面，基于泰尔指数及其分解方法对中国产业数字化进行量化。而对于产业结构高级化测度的研究，主要基于产业结构层次系数、劳动生产率比重以及霍夫曼系数等。譬如，段莹[7]应用产业结构层次系数来量化产业结构高级化，并探究其对于碳排放的影响机制。陆小莉等[8]提出了一种非参数几何评价法，以此来综合测度京津冀产业结构优化效果。

纵观国内外产业结构领域现有研究，主要存在以下三方面的不足：1) 如何清晰界定产业结构优化程度，标准是什么? 2) 现有研究较多的专注于微观层面的优化设计而忽视区域层面的优化设计[9] [10]，很少有研究综合考虑经济、环境以及创新三方面因素与产业结构优化之间的关系；3) 由于产业系统的复杂性和不确定性，导致产业结构优化模型中，系统参数及其相互关系具有“灰色性”[11]，故借助于确定性数学方法研究产业结构优化问题存在改进空间。

本文在综述国内外产业结构领域现有研究的基础上，把研究范围拓展到中国 30 个省域层面，综合考虑经济、环境与创新三个维度的输出变量，基于效用函数理论，探讨了各种收益型、成本型输出变量与产业生态系统优化度之间的关系，建立了中国省域产业生态系统优化度测度问题的理论框架，并根据 2020 年度各省域相关变量输出数据，给出了具体测度结果。本文接下来的安排如下，第二节建立产业生态系统优化度理论框架，第三节是应用举例，文末总结了本文主要贡献及研究展望。

2. 产业生态系统优化度理论框架

2.1. 基本假设

假设 1：假设考察的时间区间段以及地理空间区域给定，记为 $T\otimes G$，其中 $T=\left[t_1,t_2\right]$ 表示时间区间，G 表示地理空间区域。

假设 2：假设 G 可被划分为 n 个子区域 $G_1,G_2,\cdots,G_n$，即

1) $G_u\cap G_v=\varnothing,\ \forall u,v=1,2,\cdots,n;\ u\neq v.$

2) $G_1\cup G_2\cup\cdots\cup G_n=G.$

假设 3：假设子区域 G_i 在 t 时刻的状态可由 p 个收益型输出 $x_{i1}^0(t),x_{i2}^0(t),\cdots,x_{ip}^0(t)$ 和 q 个成本型输出 $y_{i1}^0(t),y_{i2}^0(t),\cdots,y_{iq}^0(t)$ 度量。

假设 4：考虑到子区域 G_i 内资源禀赋的异质性，针对子区域 G_i 而言，假设 $x_{ij}^0(t)$ 的面密度为 $\rho_{ij}(t)$、$y_{im}^0(t)$ 的面密度为 $\varphi_{im}(t)$，且 $\rho_{ij}(t)$ 和 $\varphi_{im}(t)$ 均为已知，其中 $i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,p;m=1,2,\cdots,q$。

显然有 $x_{ij}^0(t)=\iint\limits_{G_i}\rho_{ij}(t)\mathrm{d}\sigma$，$y_{ij}^0(t)=\iint\limits_{G_i}\varphi_{im}(t)\mathrm{d}\sigma$。

2.2. 相关定义

定义 1：区域 G 在任意 t 时刻的状态集合为($t\in T$)：

$$X^0(t)=\left(X_1^0(t),X_2^0(t),\cdots,X_n^0(t)\right).$$

其中 $X_i^0(t)$ 表示子区域 G_i 在 t 时刻的状态，即对于 $\forall i=1,2,\cdots,n$，有

$$X_i^0(t)=\left(\underbrace{x_{i1}^0(t),x_{i2}^0(t),\cdots,x_{ip}^0(t)}_{p\text{个收益型输出}};\underbrace{y_{i1}^0(t),y_{i2}^0(t),\cdots,y_{iq}^0(t)}_{q\text{个成本型输出}}\right).$$

由于不同类型收益型、成本型输出变量量纲的不同，导致了输出变量间的不可公度性，基于此，对时空区域 $T\otimes G$ 内的各输出变量作标准化变换，变换公式如定义 2 和定义 3 所示：

定义 2：对于收益型输出变量 $x_{i1}^0(t),x_{i2}^0(t),\cdots,x_{ip}^0(t)$，

1) 称 $x_{ij}(t)$ 为 $x_{ij}^0(t)$ 的 Z-标准化变量，其中

$$x_{ij}(t)=\frac{x_{ij}^0(t)-\dfrac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}x_{kj}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}}{\sqrt{\dfrac{1}{n(t_2-t_1)-1}\sum_{l=1}^{n}\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(x_{lj}^0(t)-\dfrac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}x_{kj}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}\right)^2\mathrm{d}t\right]}},\quad \forall j=1,2,\cdots,p.$$

由于 $x_{ij}^0(t)=\iint\limits_{G_i}\rho_{ij}(t)\mathrm{d}\sigma$，从而

$$x_{ij}(t)=\frac{\iint_{G_i}\rho_{ij}(t)\mathrm{d}\delta-\frac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}x_{kj}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}}{\sqrt{\frac{1}{n(t_2-t_1)-1}\sum_{l=1}^{n}\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(\iint_{G_k}\rho(t)\mathrm{d}\delta-\frac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}x_{kj}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}\right)^2\mathrm{d}t\right]}}.$$

其中 $x_{kj}^0(t)=\iint_{G_k}\rho_{kj}(t)\mathrm{d}\delta$。

2) 称 $x_{ij}(t)$ 为 $x_{ij}^0(t)$ 的离差标准化变量，其中

$$x_{ij}(t)=\frac{x_{ij}^0(t)}{\max_i\max_t x_{ij}^0(t)},\quad \forall j=1,2,\cdots,p.$$

定义 3：对于成本型输出变量 $y_{i1}^0(t),y_{i2}^0(t),\cdots,y_{iq}^0(t)$，

1) 称 $y_{im}(t)$ 为 $y_{im}^0(t)$ 的 Z-标准化变量，其中

$$y_{im}(t)=\frac{y_{im}^0(t)-\frac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}y_{km}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}}{\sqrt{\frac{1}{n(t_2-t_1)-1}\sum_{l=1}^{n}\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(y_{lm}^0(t)-\frac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}y_{km}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}\right)^2\mathrm{d}t\right]}}$$

$$=\frac{\iint_{G_i}\phi_{im}(t)\mathrm{d}\sigma-\frac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}y_{km}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}}{\sqrt{\frac{1}{n(t_2-t_1)-1}\sum_{l=1}^{n}\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(\iint_{G_i}\varphi_{lm}(t)\mathrm{d}\sigma-\frac{\sum_{k=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}y_{km}^0(t)\mathrm{d}t}{n(t_2-t_1)}\right)^2\mathrm{d}t\right]}},\quad \forall m=1,2,\cdots,q.$$

其中 $y_{km}^0(t)=\iint_{G_k}\phi_{km}(t)\mathrm{d}\delta$。

2) 称 $y_{im}(t)$ 为 $y_{im}^0(t)$ 的离差标准化变量，其中

$$y_{im}(t)=\frac{y_{im}^0(t)}{\max_i\max_t y_{im}^0(t)},\quad \forall m=1,2,\cdots,q.$$

定义 4：对于标准化变换后的收益型输出变量 $x_{i1}^0(t),x_{i2}^0(t),\cdots,x_{ip}^0(t)$，记

$$\begin{cases}I_{\min,1}=\min\limits_{t\in[t_1,t_2]}\{x_{11}(t),x_{21}(t),\cdots,x_{n1}(t)\}\\ I_{\max,1}=\max\limits_{t\in[t_1,t_2]}\{x_{11}(t),x_{21}(t),\cdots,x_{n1}(t)\}\end{cases},\begin{cases}I_{\min,2}=\min\limits_{t\in[t_1,t_2]}\{x_{12}(t),x_{22}(t),\cdots,x_{n2}(t)\}\\ I_{\max,2}=\max\limits_{t\in[t_1,t_2]}\{x_{12}(t),x_{22}(t),\cdots,x_{n2}(t)\}\end{cases},\cdots,$$

$$\begin{cases}I_{\min,p}=\min\limits_{t\in[t_1,t_2]}\{x_{1p}(t),x_{2p}(t),\cdots,x_{np}(t)\}\\ I_{\max,p}=\max\limits_{t\in[t_1,t_2]}\{x_{1p}(t),x_{2p}(t),\cdots,x_{np}(t)\}\end{cases}.$$

定义 5：对于标准化变换后的成本型输出变量 $y_{i1}^0(t), y_{i2}^0(t), \cdots, y_{iq}^0(t)$，记

$$\begin{cases} J_{\min,1} = \min\limits_{t\in[t_1,t_2]}\left\{y_{11}(t), y_{21}(t), \cdots, y_{n1}(t)\right\} \\ J_{\max,1} = \max\limits_{t\in[t_1,t_2]}\left\{y_{11}(t), y_{21}(t), \cdots, y_{n1}(t)\right\} \end{cases}, \begin{cases} J_{\min,2} = \min\limits_{t\in[t_1,t_2]}\left\{y_{12}(t), y_{22}(t), \cdots, x_{n2}(t)\right\} \\ J_{\max,2} = \max\limits_{t\in[t_1,t_2]}\left\{y_{12}(t), y_{22}(t), \cdots, y_{n2}(t)\right\} \end{cases}, \cdots,$$

$$\begin{cases} J_{\min,q} = \min\limits_{t\in[t_1,t_2]}\left\{y_{1q}(t), y_{2q}(t), \cdots, y_{nq}(t)\right\} \\ J_{\max,q} = \max\limits_{t\in[t_1,t_2]}\left\{y_{1q}(t), y_{2q}(t), \cdots, y_{nq}(t)\right\} \end{cases}.$$

定义 6：记 $I_1 = \left[I_{\min,1}, I_{\max,1}\right]$，$I_2 = \left[I_{\min,2}, I_{\max,2}\right]$，$\cdots$，$I_p = \left[I_{\min,p}, I_{\max,p}\right]$；$J_1 = \left[J_{\min,1}, J_{\max,1}\right]$，$J_2 = \left[J_{\min,2}, J_{\max,2}\right]$，$\cdots$，$J_q = \left[J_{\min,q}, J_{\max,q}\right]$。

显然有 $x_{i1}(t) \in I_1, x_{i2}(t) \in I_2, \cdots, x_{ip}(t) \in I_p$；$y_{i1}(t) \in J_1, y_{i2}(t) \in J_2, \cdots, y_{iq}(t) \in J_q$，且 $\left(x_{i1}(t), x_{i2}(t), \cdots, x_{ip}; y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{iq}(t)\right) \in R^{p+q}, \forall i = 1, 2, \cdots, n$。

定义 7：令 $w_{best} = \left(I_{\max,1}, I_{\max,2}, \cdots, I_{\max,p}; J_{\min,1}, J_{\min,2}, \cdots, J_{\min,q}\right)$，显然 w_{best} 随着 t 动态演化，反映了产业生态系统的虚拟最优状态，称之为“随机前沿最优状态”。

2.3. 产业生态系统优化度相关性质——基于效用函数

设 $D \in R^{p+q}$ 是一凸域 [1]，且对于 $\forall i = 1, 2, \cdots, n$，

$$X_i(t) = \left(x_{i1}(t), x_{i2}(t), \cdots, x_{ip}; y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{iq}(t)\right) \in D.$$

若多元可微 [2] 函数 $f\left(X_i(t)\right) = f\left(\underbrace{x_{i1}^0(t), x_{i2}^0(t), \cdots, x_{ip}^0(t)}_{\text{收益型}}; \underbrace{y_{i1}^0(t), y_{i2}^0(t), \cdots, y_{iq}^0(t)}_{\text{成本型}}\right)$ 能作为子区域 G_i 在 t 时刻产业生态系统优化度的测度函数，基于效用函数理论，则其应满足下述性质 1~性质 7：

性质 1：收益型输出变量的边际效用为正 [3]，即

$$\frac{\partial f\left(X_i(t)\right)}{\partial x_{ij}(t)} > 0\text{，简记为}^{4}\ \frac{\partial f\left(X_i(t)\right)}{\partial x_{ij}(t)} > 0,\ i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, p.$$

性质 2：成本型输出变量的边际效用为负 [5]，即

$$\frac{\partial f\left(X_i(t)\right)}{\partial y_{ik}(t)} < 0,\ \forall i = 1, 2, \cdots, n; k = 1, 2, \cdots, q.$$

性质 3：收益型输出变量需满足边际效用递减规律，即

$$\frac{\partial f^2\left(X_i(t)\right)}{\partial x_{ij}^2} < 0,\ \forall i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, p.$$

性质 4：$\dfrac{\partial f^2\left(X_i(t)\right)}{\partial x_{ij_1}\partial x_{ij_2}} > 0,\ j_1, j_2 = 1, 2, \cdots, p; j_1 \neq j_2.$

下面给出性质 4 的简要分析过程：

[1] D 是凸域，等价于 D 中任意两点 a 和 b 的连线也在 D 中；即对于 $\forall a,b \in D$，有 $\lambda * a + (1-\lambda) * b \in D$，其中 $\lambda \in (0,1)$。

[2] f 可微是为了保证 f 关于自变量的连续性和可导性。

[3] 表示如果 t 时刻子区域相应的收益型输出取值增大，则 f 取值随之增大。

[4] 为表述方便，下述性质均省略 t。

[5] 表示如果 t 时刻子区域 G_i 相应的成本型输出取值增大，则 f 取值相应减小。

如图 1 所示，任意两项收益型输出 x_{ij_1} 与 x_{ij_2} 的无差异曲线是凹向坐标原点的，原因在于：当子区域 G_i 相应的收益型输出 x_{ij_1} 较小、x_{ij_2} 较大时(p_1 点附近)，G_i 对 x_{ij_1} 更为偏好，导致 G_i 宁愿以较多的 Δx_{ij_2} 交换较少的 Δx_{ij_1}；同理，当收益型输出 x_{ij_1} 较大、x_{ij_2} 较小时(p_2 点附近)，G_i 对 x_{ij_2} 更为偏好，导致 G_i 宁愿以较多的 Δx_{ij_1} 交换较少的 Δx_{ij_2} 。

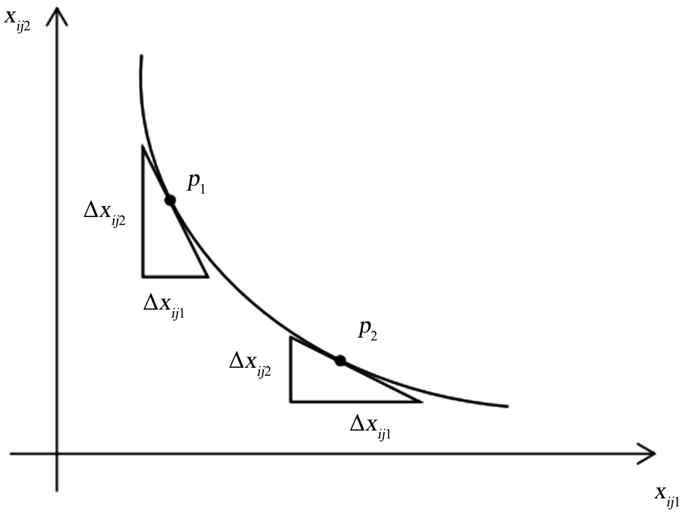

Figure 1. Geometric interpretation of the shape of yield-free output
图 1. 收益型输出无差异曲线形状的几何解释

由于 x_{ij_1} 与 x_{ij_2} 的无差异曲线凹向坐标原点，故[6] $\frac{\partial x_{ij_1}}{\partial x_{ij_2}} < 0$，又因 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}^2} < 0$，从而可得

$$\frac{\partial f^2(X_i(t))}{\partial x_{ij_1}\partial x_{ij_2}} = \frac{\partial f^2(X_i(t))}{\partial x_{ij_1}^2}\frac{\partial x_{ij_1}}{\partial x_{ij_2}} > 0.$$

针对两项收益型输出而言的性质 4 可进行拓展，如性质 5 所示。

性质 5：$\frac{\partial f^l(X_i)}{\partial x_{ij_1}\partial x_{ij_2}\cdots\partial x_{ij_l}} > 0,\ l \in Z^+; l \le p; j_1, j_2, \cdots, j_l = 1, 2, \cdots, p.$

性质 6：当任意两项收益型输出同时增大时，f 的全增量也相应增大，即 $\Delta f > 0$ 。

性质 6 的简要分析过程如下：

$$\Delta f = f\left(\underbrace{x_{i1},\cdots,x_{ij_1}+\Delta x_{ij_1},x_{ij_2}+\Delta x_{ij_2},\cdots,x_{ip}}_{\text{收益型}};\underbrace{y_{i1},y_{i2},\cdots,y_{iq}}_{\text{成本型}}\right)$$
$$-f\left(\underbrace{x_{i1},\cdots,x_{ij_1},x_{ij_2},\cdots,x_{ip}}_{\text{收益型}};\underbrace{y_{i1},y_{i2},\cdots,y_{iq}}_{\text{成本型}}\right) = df + o(\rho_1)$$
$$= \frac{\partial f}{\partial x_{ij_1}}\Delta x_{ij_1} + \frac{\partial f}{\partial x_{ij_2}}\Delta x_{ij_2} + o(\rho_1).$$

其中 $\rho_1 = \sqrt{(\Delta x_{ij_1})^2 + (\Delta x_{ij_2})^2}$， $o(\rho_1)$ 表示 ρ_1 的高阶无穷小。

[6] $\frac{\partial x_{ij_1}}{\partial x_{ij_2}} < 0$，即 x_{ij_1} 与 x_{ij_2} 互为替代输出。

由 $\frac{\partial f}{\partial x_{ij_1}} > 0$ 、 $\frac{\partial f}{\partial x_{ij_2}} > 0$ ，显然 $\Delta f > 0$ 。

同理可得性质 7，即

性质 7：当任意两项成本型输出同时增大时，f 的全增量相应减小，即 $\Delta f < 0$ 。

特别地，性质 6 与性质 7 可推广至任意有限项输出变量中，理想产业生态系统优化度测度函数需满足上述性质 1~性质 7。另外还有以下结论，如性质 8 和性质 9 所示。

性质 8：$\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}}$ 正负号不定，其中 $j = 1,2,\cdots,p;k = 1,2,\cdots,q$ 。

1) 若 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}} > 0$ ，则收益型输出 x_{ij} 与成本型输出 y_{ik} 为替代输出[7]；

2) 若 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}} < 0$ ，则收益型输出 x_{ij} 与成本型输出 y_{ik} 为互补输出[8]；

3) 若 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}} = 0$ ，则收益型输出 x_{ij} 与成本型输出 y_{ik} 两者无关[9]。

性质 9：对于 $\forall i = 1,2,\cdots,n$ ，子区域 G_i 产业生态系统优化度随时间动态上升，当且仅当

$$\frac{\mathrm{d}f\left(X_i(t)\right)}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x_{i1}(t)}\frac{\mathrm{d}x_{i1}(t)}{\mathrm{d}t} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_{ip}(t)}\frac{\mathrm{d}x_{ip}(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial f}{\partial y_{i1}(t)}\frac{\mathrm{d}y_{i1}(t)}{\mathrm{d}t} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial y_{iq}(t)}\frac{\mathrm{d}y_{iq}(t)}{\mathrm{d}t} > 0.$$

若 $\frac{\mathrm{d}f\left(X_i(t)\right)}{\mathrm{d}t} = 0$ ，则称子区域 G_i 产业生态系统优化度不变；

若 $\frac{\mathrm{d}f\left(X_i(t)\right)}{\mathrm{d}t} < 0$ ，则称子区域 G_i 产业生态系统优化度随时间动态下降。

3. 基于效用函数的中国省域产业生态系统优化度

3.1. 评价体系及数据

本文选取中国 30 个省域[10]作为评价对象，输出变量评价体系如表 1 所示。数据来源于中国家统计局网站、《中国统计年鉴》以及《中国环境统计年鉴》，所在年份均为 2020 年，数据描述性统计如表 2 所示。

Table 1. Industrial ecosystem optimization and evaluation system
表 1. 产业生态系统优化评价体系

产业生态系统	功能	输出变量	输出变量类型
经济子系统	经济实力	区域生产总值(x_1)	收益型
		区域财政收入(x_2)	收益型

[7] 由 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}} = \frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}^2}\frac{\partial x_{ij}}{\partial y_{ik}} > 0$ ，可得 $\frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial y_{ik}(t)} < 0$ ，即 $x_{ij}(t)$ 与 $y_{ik}(t)$ 为替代输出。

[8] 由 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}} = \frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}^2}\frac{\partial x_{ij}}{\partial y_{ik}} < 0$ ，可得 $\frac{\partial x_{ij}}{\partial y_{ik}} > 0$ ，即 x_{ij} 与 y_{ik} 为互补输出。

[9] 由 $\frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}\partial y_{ik}} = \frac{\partial f^2(X_i)}{\partial x_{ij}^2}\frac{\partial x_{ij}}{\partial y_{ik}} = 0$ ，可得 $\frac{\partial x_{ij}}{\partial y_{ik}} = 0$ ，即 x_{ij} 与 y_{ik} 两者无关。

[10] 西藏自治区部分统计数据缺失，故不考虑。

Continued

	发展潜力	固定资产投资(x_3)	收益型
		服务业增加值(x_4)	收益型
		外商投资总额(x_5)	收益型
环境子系统	污染排放	化学需氧量排放总量(x_6)	成本型
		二氧化硫排放量(x_7)	成本型
	环境污染治理	地方环保财政支出(x_8)	收益型
		林业草原投资(x_9)	收益型
创新子系统	研发能力	国内发明专利授权量(x_{10})	收益型
		技术市场成交额(x_{11})	收益型
		教育经费(x_{12})	收益型
	技术水平	单位 GDP 能耗(x_{13})	成本型

Table 2. Descriptive statistics of the observed data for the output variables
表 2. 输出变量观测数据的描述性统计

输出变量	最小值	最大值	均值	标准误差
x_1	3009.80	111151.60	33601.16	26042.76
x_2	297.99	12923.85	3330.74	2768.50
x_3	2845.13	59251.03	24367.51	16867.36
x_4	1528.60	62550.80	18265.89	14454.35
x_5	2552.00	16202914.00	1333589.74	2873540.89
x_6	53585.00	1613096.00	837235.03	503593.07
x_7	0.18	27.39	10.59	6.41
x_8	49.48	517.76	198.01	111.89
x_9	179527.00	7247677.00	1534014.27	1406026.00
x_{10}	4693.00	709725.00	116745.73	154778.96
x_{11}	10.56	6316.16	909.77	1279.87
x_{12}	2791933.00	53869558.00	16216657.10	10547759.63
x_{13}	0.19	2.17	0.67	0.45

3.2. 数据预处理

令 $x_i^0(k)$ 表示第 i 省域的第 k 项输出的原始输出数据，其中 $i=1,2,\cdots,30;k=1,2,\cdots,13$。为了消除变量间的不可公度性并统一各变量的趋势要求，本文做离差标准化变换，如(1)式所示：

$$x_i(k)=\frac{x_i^0(k)}{\max\limits_i x_i^0(k)},\text{所有类型输出} \tag{1}$$

3.3. 随机前沿最优状态

令

$$z_0(k)=OPTIMUMx_i(k)=\begin{cases}\max\limits_i x_i(k),\text{收益型输出}\\ \min\limits_i x_i(k),\text{成本型输出}\end{cases} \tag{2}$$

则“随机前沿最优状态”为$\left(z_0(1),z_0(2),\cdots,z_0(13)\right)$。

3.4. 基于效用函数的中国省域产业生态系统优化度模型

3.4.1. 效用函数

依据前一节的产业生态系统优化度理论框架，本文定义第 i 省域的关于收益型、成本型输出的效用函数为：

$$\begin{aligned}u\left(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(13)\right)&=\left[\sum_{x_i(j)\text{为收益型}}\frac{\alpha_j}{x_i(j)}+\sum_{x_i(l)\text{为成本型}}\alpha_l x_i(l)\right]^{-1}\\&=\left[\left(\frac{\alpha_1}{x_i(1)}+\ldots+\frac{\alpha_5}{x_i(5)}\right)+\left(\alpha_6x_i(6)+\alpha_7x_i(6)+\alpha_{13}x_i(13)\right)+\left(\frac{\alpha_8}{x_i(8)}+\ldots+\frac{\alpha_{12}}{x_i(12)}\right)\right]^{-1}\end{aligned} \tag{3}$$

式中，$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{13}$ 为外生参数 [11]，满足 $0<\alpha_1,\cdots,\alpha_{13}<1$ 且 $\sum_{j=1}^{13}\alpha_j=1$。容易证明(3)式满足本文性质 1~性质 7。

由(3)式，可得“随机前沿最优状态”的效用函数为：

$$\begin{aligned}u\left(z_0(1),z_0(2),\cdots,z_0(13)\right)&=\left[\sum_{z_0(j)\text{为收益型}}\frac{\alpha_j}{z_0(j)}+\sum_{z_0(l)\text{为成本型}}\alpha_l z_0(l)\right]^{-1}\\&=\left[\left(\frac{\alpha_1}{z_0(1)}+\cdots+\frac{\alpha_5}{z_0(5)}\right)+\left(\alpha_6z_0(6)+\alpha_7z_0(6)+\alpha_{13}z_0(13)\right)+\left(\frac{\alpha_8}{z_0(8)}+\cdots+\frac{\alpha_{12}}{z_0(12)}\right)\right]^{-1}\end{aligned} \tag{4}$$

3.4.2. 中国省域产业生态系统优化度定义

基于效用函数理论，本文给出中国省域产业生态系统优化度定义为：

$$\begin{aligned}f\left(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(13)\right)&=\frac{u\left(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(13)\right)}{u\left(z_0(1),z_0(2),\cdots,z_0(13)\right)}\\&=\frac{\left[\sum_{x_i(j)\text{为收益型}}\frac{\alpha_j}{x_i(j)}+\sum_{x_i(l)\text{为成本型}}\alpha_l x_i(l)\right]^{-1}}{\left[\sum_{z_0(j)\text{为收益型}}\frac{\alpha_j}{z_0(j)}+\sum_{z_0(l)\text{为成本型}}\alpha_l z_0(l)\right]^{-1}}\\&=\frac{\sum_{z_0(j)\text{为收益型}}\frac{\alpha_j}{z_0(j)}+\sum_{z_0(l)\text{为成本型}}\alpha_l z_0(l)}{\sum_{x_i(j)\text{为收益型}}\frac{\alpha_j}{x_i(j)}+\sum_{x_i(l)\text{为成本型}}\alpha_l x_i(l)}\end{aligned} \tag{5}$$

[11] 容易证明出：α_j 赋值越小，边际效用 $\frac{\partial u}{\partial x_i(j)}$ 越大。

3.5. 测度结果

3.5.1. 边际替代率与外生参数的关系

由(3)式的效用函数定义，可推导出边际替代率[12]关于外生参数的函数关系式为：

1) 收益型输出 $x_i(j_2)$ 对收益型输出 $x_i(j_1)$ 的边际替代率为：

$$MRS_{x_i(j_2),x_i(j_1)} = -\frac{\partial x_i(j_1)}{\partial x_i(j_2)} = -\left(-\frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(j_2)}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(j_1)}}\right) = \frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(j_2)}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(j_1)}} = \frac{\alpha_{j_2}}{\alpha_{j_1}}\left(\frac{x_i(j_1)}{x_i(j_2)}\right)^2 \tag{6}$$

2) 成本型输出 $x_i(l_2)$ 对成本型输出 $x_i(l_1)$ 的边际替代率为：

$$MRS_{x_i(l_2),x_i(l_1)} = -\frac{\partial x_i(l_1)}{\partial x_i(l_2)} = -\left(-\frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(l_2)}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(l_1)}}\right) = \frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(l_2)}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(l_1)}} = \frac{\alpha_{l_2}}{\alpha_{l_1}} \tag{7}$$

3) 成本型输出 $x_i(l)$ 对收益型输出 $x_i(j)$ 的边际替代率为

$$MRS_{x_i(j),x_i(l)} = -\frac{\partial x_i(j)}{\partial x_i(l)} = \frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(l)}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_i(j)}} = -\frac{\alpha_l}{\alpha_j}\left(x_i(j)\right)^2 \tag{8}$$

3.5.2. 外生参数设置值及说明

由上述边际替代率关于外生参数的函数关系(6)、(7)及(8)式，结合(3)式中关于外生参数的说明，本文对外生参数的设置值及具体说明如表 3 所示。

Table 3. Setting and description of foreign parameters of the model
表 3. 模型中外生参数设定及说明

外生参数	参数设置值	相应的输出变量	输出变量类型	输出变量级别
α_1	区域生产总值(x_1)	111151.60	收益型	优先级Ⅰ
α_2	区域财政收入(x_2)	12923.85	收益型	重点级Ⅱ
α_3	固定资产投资(x_3)	59251.03	收益型	普通级Ⅲ
α_4	服务业增加值(x_4)	62550.80	收益型	重点级Ⅱ
α_5	外商投资总额(x_5)	16202914.00	收益型	普通级Ⅲ
α_6	化学需氧量排放总量(x_6)	1613096.00	成本型	优先级Ⅰ
α_7	二氧化硫排放量(x_7)	27.39	成本型	优先级Ⅰ
α_8	地方环保财政支出(x_8)	517.76	收益型	重点级Ⅱ
α_9	林业草原投资(x_9)	7247677.00	收益型	重点级Ⅱ
α_{10}	国内发明专利授权量(x_{10})	709725.00	收益型	重点级Ⅱ
α_{11}	技术市场成交额(x_{11})	6316.16	收益型	重点级Ⅱ
α_{12}	教育经费(x_{12})	53869558.00	收益型	重点级Ⅱ
α_{13}	单位 GDP 能耗(x_{13})	2.17	成本型	优先级Ⅰ

[12]边际替代率(Marginal Rate of Substitution, MRS)，本文中的 MRS 指的是在维持效用水平不变的前提下，每增加一单位某种输出时、所需放弃的另外一种输出的数量。

3.5.3. 具体测度结果

依据本文所给定义(1)~定义(5)，对中国 30 个省域 2020 年度产业生态系统优化度进行测度并排序，结果如表 4 所示。

Table 4. Score and ranking of provincial industrial ecosystem optimization in China in 2020
表 4. 2020 年中国省域产业生态系统优化度得分及排名

排名	地区	得分	排名	地区	得分
1	广东省	6.32	16	辽宁省	−0.45
2	上海市	3.36	17	贵州省	−0.46
3	湖南省	3.15	18	吉林省	−0.53
4	江苏省	1.82	19	四川省	−0.61
5	江西省	0.74	20	山西省	−0.67
6	山东省	0.48	21	新疆维吾尔自治区	−0.67
7	浙江省	0.35	22	海南省	−0.68
8	河南省	0.31	23	天津市	−0.79
9	安徽省	0.31	24	青海省	−0.80
10	河北省	0.17	25	宁夏回族自治区	−0.90
11	北京市	0.15	26	福建省	−0.96
12	云南省	0.11	27	黑龙江省	−1.34
13	重庆市	−0.32	28	湖北省	−1.51
14	陕西省	−0.35	29	内蒙古自治区	−1.86
15	甘肃省	−0.40	30	广西壮族自治区	−1.96

4. 本文贡献及研究展望

本文对产业结构优化领域研究的主要贡献如下：1) 综述国内外产业结构领域现有研究的基础上，把研究范围拓展到中国 30 个省域层面，综合考虑经济、环境与创新三方面输出变量与产业结构优化程度之间的关系，给出了评价产业结构优化程度的数学定义——产业生态系统优化度；2) 基于效用函数理论，探讨了各种收益型、成本型输出变量与产业生态系统优化度之间的关系，构建了中国省域产业生态系统优化度测度问题的理论框架；3) 根据产业生态系统优化度理论框架，建立了中国省域产业生态系统优化度模型，从一个崭新的角度对中国省域产业生态系统优化程度进行评价。

未来的研究可从以下四个方面进行拓展：1) 继续深入探讨产业生态系统优化的输出变量评价体系；2) 外生参数 a_j 的赋值可与专家评分法等方法相结合；3) 立足于中国经济转型升级的新常态，探究更加精确度量各省域对收益型、成本型指标偏好的效用函数；4) 局限于部分输出变量相关统计数据的可得性，本文对 2020 年中国省域产业生态系统优化度进行了测度，未来的研究可对测度时间范围进行拓展。

基金项目

本文受国家社会科学基金重大项目“大数据时代雾霾污染经济损失评估及防治对策研究”(项目编号：17ZDA092)、2020 年江苏高校“大学素质教育与数字化课程建设”专项课题“概率论与数理统计课

程思政的路径及保障机制研究”(项目编号：2020JDKT032)、2022 年大学生创新创业训练计划江苏省重点项目“基于多目标规划模型和蒙特卡洛方法的中国碳达峰路径模拟”(项目编号：202210300050Z)资助。

参考文献

[1] 朱民，张龙梅，彭道菊. 中国产业结构转型与潜在经济增长率[J]. 中国社会科学, 2020(11): 149-171.

[2] Yang, Z., Cai, J., Lu, Y. and Zhang, B. (2022) The Impact of Economic Growth, Industrial Transition, and Energy Intensity on Carbon Dioxide Emissions in China. *Sustainability*, **14**, Article 4884. https://doi.org/10.3390/su14094884

[3] Lewis, W.A. (1954) Economic Development with Unlimited Supplies of Labor. *Manchester School of Economics and Social Studies*, **22**, 139-191. https://doi.org/10.1111/j.1467-9957.1954.tb00021.x

[4] 杨洲木，王文平，张斌. 低碳绿色型产业升级进程中的政策干预机理——基于新结构经济学理论框架[J]. 经济评论, 2017(3): 119-133, 147.

[5] 孙宁，杨娜娜，王建辉. 河北省产业结构与经济增长的实证研究——基于 SSM 模型和 VAR 模型[J]. 统计与管理, 2017(6): 43-48.

[6] 刘波，洪兴建. 中国产业数字化程度的测算与分析[J]. 统计研究, 2022, 39(10): 3-18.

[7] 段莹. 产业结构高度化对碳排放的影响——基于湖北省的实证[J]. 统计与决策, 2010(23): 94-95.

[8] 陆小莉，姜玉英. 京津冀产业结构优化效果的统计测度[J]. 统计与决策, 2021, 37(8): 90-93.

[9] Shadiya, O.O., Satish, V., Karen, A. and High, K.A. (2012) Process Enhancement through Waste Minimization and Multi Objective Optimization. *Journal of Cleaner Production*, **31**, 137-149. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2012.03.008

[10] Zhou, M., Chen, Q. and Cai, Y.L. (2013) Optimizing the Industrial Structure of a Watershed in Association with Economic-Environmental Consideration: An Inexact Fuzzy Multi-Objective Programming Model. *Journal of Cleaner Production*, **42**, 116-131. https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2012.10.047

[11] Wang, W.P., Yang Z.M., Lu, Y., Shi Y.L. and Zhang B. (2016) The Optimization Degree of Provincial Industrial Ecosystem and EKC of China—Based on the Grey Correlation Analysis. *The Journal of Grey System*, **28**, 1-12.