

# An Epidemic Model of COVID-19 Incorporating Both the Latent and the Asymptomatic Infectious

Xueping Wang, Xiaojing Wang\*, Yuzhen Bai, Huilin Yan

School of Science, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing  
Email: \*xjwang@bucea.edu.cn

Received: Apr. 23<sup>rd</sup>, 2020; accepted: May 11<sup>th</sup>, 2020; published: May 18<sup>th</sup>, 2020

---

## Abstract

In December 2019, the outbreak of Coronavirus Disease 2019 (COVID-19) began in Wuhan and quickly spread. China has adopted prevention and control measures to isolate suspected persons and confirmed cases. Here, we establish an SEICAR epidemic model, in which both infectious patients and latent patients are infectious. Through sensitivity analyses of each parameter to the control reproduction number and the endemic equilibrium, three effective control strategies are proposed. The results indicate that, if considering the infectivity of the latently infected and asymptomatic patients, the control reproduction number can be more accurately assessed, furthermore, that will provide a more scientific reference for making prevention and control policies.

## Keywords

Latent Period, Asymptomatic Infection, COVID-19, Control Reproduction Number, Stability

---

# 一类潜伏期和隐性感染者均具有传染性的 COVID-19 传染病模型

王雪萍, 王晓静\*, 白玉珍, 闫慧林

北京建筑大学理学院, 北京  
Email: \*xjwang@bucea.edu.cn

收稿日期: 2020年4月23日; 录用日期: 2020年5月11日; 发布日期: 2020年5月18日

---

## 摘要

2019年12月, COVID-19疫情从武汉开始爆发, 并迅速蔓延, 隔离疑似人员和确诊病例是一种有效的防

\*通讯作者。

文章引用: 王雪萍, 王晓静, 白玉珍, 闫慧林. 一类潜伏期和隐性感染者均具有传染性的 COVID-19 传染病模型[J]. 应用数学进展, 2020, 9(5): 700-707. DOI: 10.12677/aam.2020.95083

控措施。因此,在本文我们将隔离的确诊患者作为一个仓室,建立了一类隐性感染者和潜伏期患者均具有传染性的SEICAR传染病模型。通过分析各参数对控制再生数和地方病平衡点的灵敏性,提出了三个有效的控制策略。研究结果表明考虑隐性感染者以及潜伏期患者的传染性能够较准确地评估控制再生数,为制定更科学的疫情防控方案提供参考。

## 关键词

潜伏期, 隐性感染, COVID-19, 控制再生数, 稳定性

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

通过数学模型来描述和分析传染病流行规律和发展趋势是传染病动力学的一种重要方法。1927年 Kermack 与 McKendrick 为了研究 1665~1666 年黑死病在伦敦的流行规律以及 1906 年瘟疫在孟买的流行规律[1], 提出了著名的 SIR 仓室模型, 此模型未考虑感染病毒后的潜伏期因素。当流行病的潜伏期较长时, 必将对疾病传播产生影响, 1986 年 Aron 和 Schwartz [2]构建了一类考虑潜伏期的 SEIR 传染病模型。2008 年 Aaronl 等人[3]提出了考虑隐性感染者的传染病模型。隐性感染(asymptomatic or inapparent infection)是指病原体侵入人体后, 仅引起机体产生特异性的免疫应答, 不引起或仅引起轻微的组织损伤, 在临床上不显出任何症状、体征, 甚至生化改变, 只能通过免疫学检查才能发现。Yang 等[4]指出, 对于甲型病毒流感类的流行病, 存在隐性感染类且具有一定的传染能力。当该类人群所占比重较大时, 对疾病的传播会产生不容忽视的影响, Longini 在文献[5]中假定隐性传染者占到 33%。在预防和控制流感疫情中, 人们会采取各种干预措施, 比如隔离、媒体播报、疫苗接种、抗病毒治疗等。但事实上, 数量庞大的隐性感染者的出现可能导致抗病毒药物治疗和隔离等干预措施无法达到预期效果[6]。2020 年 Wang [7]等人考虑了携带新型冠状病毒的隐性感染者, 认为 COVID-19 潜伏期患者有可能向体外排出病毒而成为传染源, 同年, Wang [8]等人关于新冠肺炎构建了四维的 SEIR 模型, 并研究了潜伏期无症状感染者和隐性感染者对疾病传播的影响。因此, 深入探究隐性感染者对 COVID-19 疫情传播的影响是有必要的。

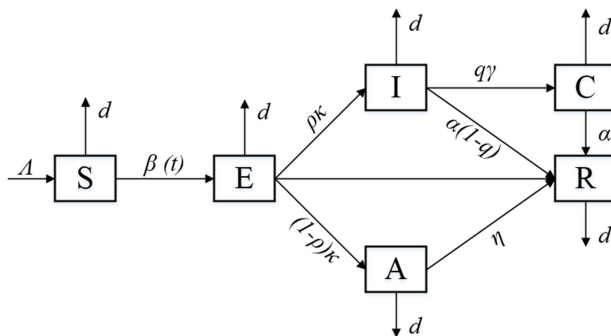
COVID-19 疫情从 2019 年 12 月 12 日首例患者于湖北武汉入院治疗, 目前正快速向人群传播。截至到 2020 年 4 月 27 日 8:20, 我国累计确诊病例 84,340, 累计死亡病例 4642, 国外累计确诊 2,906,654, 累计死亡 202,203, 疫情的高传染性和死亡率引起了众多专家学者的关注[9]-[16]。目前关于 COVID-19 潜伏期的研究较多, 多数研究认为潜伏期少于 14 天, 中位数 3~7 天。在我国 COVID-19 爆发期间, 确认和追踪所有感染者的密切接触者, 并实施居家或集中隔离医学观察, 成为最有效的防控措施之一。在疑似人员和确诊病例巨大的情况下, 将隔离的确诊人员  $C$  单独作为一个仓室, 能够有效地控制疫情传播规模, 以便于达到最优控制效果。

## 2. 模型建立

我们将 COVID-19 疫情期间的总人口  $N$  分为六个不同的仓室: 易感者( $S$ ), 潜伏期患者( $E$ ), 显性感染者( $I$ ), 隔离感染者( $C$ ), 隐性感染者( $A$ )和康复者( $R$ )。出于生物意义考虑, 作如下假设:

- 1) 人口数在研究区域内呈均匀分布;
- 2) 康复者  $R$  会对该菌株产生永久免疫而不会被再次感染;

- 3) 隔离者与显性染病者具有相同的传染力;
- 4) 潜伏期患者  $E$ 、显性感染者  $I$  和隐性感染者  $A$  均有不同的传染力, 分别为  $\sigma\beta$ 、 $\beta$  和  $\delta\beta$ 。



**Figure 1.** SEIACR model flow chart, where  $\beta(t) = \beta(\sigma E + I + C + \delta A)$   
**图 1.** SEIACR 模型流程图, 其中  $\beta(t) = \beta(\sigma E + I + C + \delta A)$

根据上面假设和图 1 中的 COVID-19 的传播流程图, 基于文献[17]的工作, 我们建立如下模型:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Lambda - \frac{\beta(\sigma E + I + C + \delta A)S}{N} - dS, \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\beta(\sigma E + I + C + \delta A)S}{N} - (\kappa + d)E, \\ \frac{dI}{dt} = \rho\kappa E - \alpha(1-q)I - (q\gamma + d)I, \\ \frac{dA}{dt} = (1-\rho)\kappa E - (\eta + d)A, \\ \frac{dC}{dt} = (1-\rho)\kappa E - (\eta + d)A, \\ \frac{dR}{dt} = \alpha(1-q)I + \alpha C + (\eta - d)A. \end{cases} \quad (2.1)$$

**Table 1.** Parameters description of the SEIACR model  
**表 1.** SEIACR 模型的参数意义

参数	生物意义	参数值	来源
$\beta$	传染率	0.21	参数估计
$\Lambda$	境外输入人数	100,000	参数估计
$N$	总人数	140,000,000	人口统计
$\rho$	显性感染者比例	0.6	参数估计
$\delta$	隐性感染者感染力减小因子	0.5, $\delta \in [0,1]$	[15]
$\sigma$	潜伏类感染力减小因子	0.3, $\sigma \in (0,1)$	参数估计
$\eta$	隐性感染者的恢复率	0.4	参数估计
$\alpha$	隔离类抗病毒治疗率	0.0199	参数估计
$\kappa$	潜伏期	1/2.38	[15]
$1/\gamma$	平均报道延迟期	1	[3]
$q$	确诊病例转移率	0.397	参数估计

我们假设康复者获得免疫短期内不能再次被感染，所以不再参与疾病的传播，因而，我们只需研究如下的模型(2.2):

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Lambda - \frac{\beta(\sigma E + I + C + \delta A)S}{N} - dS, \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\beta(\sigma E + I + C + \delta A)S}{N} - (\kappa + d)E, \\ \frac{dI}{dt} = \rho\kappa E - \alpha(1-q)I - (q\gamma + d)I, \\ \frac{dC}{dt} = q\gamma I - (\alpha + d)C, \\ \frac{dA}{dt} = (1-\rho)\kappa E - (\eta + d)A. \end{cases} \quad (2.2)$$

其中,  $D = \left\{ (S, E, I, C, A) \in \mathbb{R}_+^5 : N_1 = S + E + I + C + A \leq \frac{\Lambda}{d} \right\}$  是模型(2.2)的正不变集。

### 3. 模型的稳定性分析

模型(2.2)总存在一个无病平衡点  $E_0 \left( \frac{\Lambda}{d}, 0, 0, 0, 0 \right)$ ，我们应用再生矩阵的方法[18]来计算模型(2.2)的控制再生数并验证  $E_0$  的局部稳定性。

矩阵  $F$  与  $V$  分别为

$$F = \begin{pmatrix} \sigma\beta & \beta & \beta & \delta\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} \kappa + d & 0 & 0 & 0 \\ -\rho\kappa & \alpha(1-q) + q\gamma + d & 0 & 0 \\ 0 & -q\gamma & \alpha + d & 0 \\ -(1-\rho)\kappa & 0 & 0 & \eta + d \end{pmatrix}.$$

则可得模型(2.2)的控制再生数:

$$\mathcal{R}_c = \rho(FV^{-1})|_{E_0} = \beta \left\{ \frac{\sigma}{\kappa + d} + \frac{\rho}{\alpha + q(\gamma - \alpha) + d} + \frac{\rho q \gamma}{(\alpha + d)[\alpha + q(\gamma - \alpha) + d]} + \frac{\delta(1-\rho)}{\eta + d} \right\}. \quad (3.1)$$

下面利用特征方程理论来证明平衡点  $E_0$  的稳定性。

定理 3.1: 如果  $\mathcal{R}_c < 1$ ，模型(2.2)的无病平衡点  $E_0$  是局部渐近稳定的；如果  $\mathcal{R}_c > 1$ ，则  $E_0$  是不稳定的，且存在唯一的地方病平衡点  $E_1$ 。

证明: 容易求得模型(2.2)的特征矩阵  $J$ ，如下:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\beta(\sigma E + I + C + \delta A)}{N} - d & -\frac{\sigma\beta S}{N} & -\frac{\beta S}{N} & -\frac{\beta S}{N} & -\frac{\delta\beta S}{N} \\ \frac{\beta(\sigma E + I + C + \delta A)}{N} & \frac{\sigma\beta S}{N} - (\kappa + d) & \frac{\beta S}{N} & \frac{\beta S}{N} & \frac{\delta\beta S}{N} \\ 0 & \rho\kappa & -[\alpha + q(\gamma - \alpha) + d] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\alpha + d) & 0 \\ 0 & (1-\rho)\kappa & 0 & 0 & -(\eta + d) \end{pmatrix}.$$

显然，模型(2.2)在无病平衡点  $E_0$  处的 Jacobi 矩阵为:

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -d & -\sigma\beta & -\beta & \beta & -\delta\beta \\ 0 & \sigma\beta - (\kappa + d) & \beta & \beta & \delta\beta \\ 0 & \rho\kappa & -[\alpha(1-q) + q\gamma + d] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\alpha + d) & 0 \\ 0 & (1-\rho)\kappa & 0 & 0 & -(\eta + d) \end{pmatrix}.$$

可得矩阵  $J(E_0)$  中的一个特征值为

$$\beta \left\{ \frac{\sigma}{\kappa + d} + \frac{\rho}{\alpha + q(\gamma - \alpha) + d} + \frac{\rho q \gamma}{(\alpha + d)[\alpha + q(\gamma - \alpha) + d]} + \frac{\delta(1-\rho)}{(\eta + d)} \right\} - 1 = \mathcal{R}_c - 1,$$

而其它三个特征值均为负的, 分别为

$$-d, -[\alpha(\gamma - \alpha) + q\gamma + d], -(\alpha + d), -(\eta + d),$$

因此, 当  $\mathcal{R}_c < 1$  时, 可得特征值  $\mathcal{R}_c - 1 < 0$ ,  $J(E_0)$  的所有特征值均为负的, 故无病平衡点  $E_0$  是局部稳定的; 当  $\mathcal{R}_c > 1$  时, 至少存在一个正的特征值, 所以  $E_0$  不稳定。

下证模型(2.2)当  $\mathcal{R}_c > 1$  时存在唯一的地方病平衡点。

设  $E_1(S^*, E^*, I^*, C^*, A^*)$  是模型(2.2)的任意正平衡点。由模型的第三、四、五方程得:

$$I^* = \frac{\rho\kappa E^*}{\alpha + d + q(\gamma - \alpha)}, C^* = \frac{q\gamma I^*}{\alpha + d}, A^* = \frac{(1-\rho)\kappa E^*}{\eta + d},$$

并将其代入模型的第二个方程中, 得:  $S^* = \frac{N}{\mathcal{R}_c}$ , 再将  $I^*, C^*, A^*, S^*$  分别代入模型的第一个方程, 可

得: 
$$E^* = \frac{1}{\kappa + d} \left( \Lambda - \frac{Nd}{\mathcal{R}_c} \right).$$

因此, 当  $\mathcal{R}_c > 1$  时,  $S^*, E^*, I^*, C^*, A^*$  均为正数, 且被唯一确定, 即模型(2.2)存在唯一的地方病平衡点  $E_1$ 。

#### 4. $\mathcal{R}_c$ 与 $E_1$ 的灵敏性分析

模型(2.2)的控制再生数  $\mathcal{R}_c$  表示: 显性感染者、潜伏期患者、隐性感染者以及隔离感染者引入到有部分易感者中, 导致的单位时间内平均新增的感染人数。初始的疾病传播与  $\mathcal{R}_c$  有关, 而疾病的流行与地方病平衡点  $E_1$  紧密相关[19]。我们将通过计算灵敏性指数[19][20]来评估 COVID-19 防控措施的有效性, 其本质上衡量了随着模型参数的变化,  $\mathcal{R}_c$  在地方病平衡点  $E_1$  的状态变量的相对改变。

定义 1 [19]: 定义变量  $u$  的标准化向前灵敏性指数为:  $\Upsilon_p^u = \frac{p}{u} \times \frac{\partial u}{\partial p}$ 。

我们计算了  $\mathcal{R}_c$  与  $E_1$  关于模型(2.2)中参数的灵敏性指数:

$$\xi_j (j = 1, 2, \dots, 7): \beta, \sigma, \delta, \kappa, \alpha, q, \rho.$$

具体计算如下:

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \beta} = \frac{\sigma}{\kappa + d} + \frac{\rho}{\alpha + q(\gamma - \alpha) + d} + \frac{\rho q \gamma}{(\alpha + d)[\alpha + q(\gamma - \alpha) + d]} + \frac{\delta(1-\rho)}{\eta + d} > 0.$$

因此  $\mathcal{R}_c$  随着  $\beta$  的增加而增加, 并且

$$\frac{\beta}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \beta} = \frac{\beta}{\mathcal{R}_c} \times \left\{ \frac{\sigma}{\kappa+d} + \frac{\rho}{\alpha+q(\gamma-\alpha)+d} + \frac{\rho q \gamma}{(\alpha+d)[\alpha+q(\gamma-\alpha)+d]} + \frac{\delta(1-\rho)}{\eta+d} \right\} = 1.$$

我们依次求  $\mathcal{R}_c$  关于  $\sigma, \delta, \rho$  的偏导数, 可得:

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \sigma} > 0, \quad \frac{\sigma}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \sigma} = \frac{1}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\sigma \beta}{\kappa+d} < 1,$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \delta} > 0, \quad \frac{\delta}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \delta} = \frac{1}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\delta \beta (1-\rho)}{\eta+d} < 1,$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \rho} > 0, \quad \frac{\rho}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \rho} = \frac{1}{\mathcal{R}_c} \times \left\{ \frac{1}{\alpha+q(\gamma-\alpha)+d} + \frac{q\gamma}{\alpha+q(\gamma-\alpha)+d} - \frac{\delta}{\eta+d} \right\} < 1,$$

由上面可知,  $\mathcal{R}_c$  随着参数  $\sigma, \delta, \rho$  的增加而增加, 此外  $\mathcal{R}_c$  关于  $\kappa, \alpha, q$  的偏导数为:

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \kappa} < 0, \quad \left| \frac{\kappa}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \kappa} \right| = \frac{1}{\mathcal{R}_c} \times \left| -\frac{\kappa \beta}{(\kappa+d)^2} \right| < 1,$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \alpha} < 0, \quad \left| \frac{\alpha}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial \alpha} \right| = \frac{1}{\mathcal{R}_c} \times \left| -\frac{\beta(1-q)}{[\alpha+q(\gamma-\alpha)+d]^2} - \frac{\beta \rho q \gamma [\alpha+q(\gamma-\alpha)+d+(\alpha+d)(\gamma-\alpha)]}{\{(\alpha+d)[\alpha+q(\gamma-\alpha)+d]\}^2} \right| < 1,$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial q} < 0, \quad \left| \frac{q}{\mathcal{R}_c} \times \frac{\partial \mathcal{R}_c}{\partial q} \right| = \frac{1}{\mathcal{R}_c} \times \left| -\frac{\beta \rho (\gamma-\alpha)}{(\alpha+q(\gamma-\alpha)+d)^2} - \frac{\rho \gamma (\alpha+d)[\alpha+q(\gamma-\alpha)+d] - \rho q \gamma (\alpha+d)(\gamma-\alpha)}{\{(\alpha+d)[\alpha+q(\gamma-\alpha)+d]\}^2} \right| < 1.$$

根据上述计算结果, 我们发现  $\kappa, \alpha, q$  呈现的结果与  $\beta, \sigma, \delta, \rho$  正好相反,  $\mathcal{R}_c$  随着  $\kappa, \alpha, q$  参数的增加而减少。本文所取的模型参数来源于表 1, 代入公式(3.1)计算得  $\mathcal{R}_c = 6.4089$ , 这与文献[10]中预测的武汉 COVID-19 传播的基本再生数 6.47 基本一致, 并用表 2 列出  $\mathcal{R}_c$  关于这 7 个参数的灵敏性指数  $\Upsilon_{\xi_j}^{\mathcal{R}_c}$ 。

**Table 2.** Sensitivity index  $\Upsilon_{\xi_j}^{\mathcal{R}_c}$  of  $\mathcal{R}_c$

**表 2.**  $\mathcal{R}_c$  的灵敏性指数  $\Upsilon_{\xi_j}^{\mathcal{R}_c}$

参数 $\xi_j$	$\mathcal{R}_0$ 的灵敏性指数 $\Upsilon_{\xi_j}^{\mathcal{R}_c}$
$\beta$	+1.0000
$\rho$	+0.9707
$\sigma$	+0.0223
$\delta$	+0.0157
$q$	-0.994
$\kappa$	-0.0745
$\alpha$	-0.0338

根据表 2 可知,  $\mathcal{R}_c$  对  $\beta$  的变化最为敏感, 其余的依次是  $q, \rho, \kappa, \alpha, \sigma, \delta$ 。因此, 为了抑制 COVID-19 疫情的传播, 应当通过居家隔离、交通管制等预防措施降低传染率  $\beta$  将会最有效; 其次是缩短确诊时间, 加快确诊病例的转移率  $q$ 。另外增加抗病毒治疗率  $\alpha$  和缩短疾病平均报道延迟期  $1/\kappa$ , 最终使得  $\mathcal{R}_c$  小于 1。

另外，我们还计算了地方病平衡点  $E_1$  的灵敏性指数，用来判断不同参数对 COVID-19 疫情流行的相对影响。用表 1 中的参数得出  $E_1(S^*, E^*, I^*, C^*, A^*) = (2.0868 \times 10^7, 2.38 \times 10^5, 1.467 \times 10^5, 2.927 \times 10^6, 1 \times 10^5)$ 。利用文献[19]的方法，可以计算出  $E_1$  关于  $\beta, \sigma, \delta, \kappa, \alpha, q, \rho$  这 7 个参数  $\xi_j$  的灵敏性指数  $\Upsilon_{\xi_j}^{E_1}$  (见表 3)。

**Table 3.** Sensitivity index  $\Upsilon_{\xi_j}^{E_1}$  of  $E_1$

**表 3.**  $E_1$  的灵敏性指数  $\Upsilon_{\xi_j}^{E_1}$

参数 $\xi_j$	$\Upsilon_{\xi_j}^{S^*}$	$\Upsilon_{\xi_j}^{E^*}$	$\Upsilon_{\xi_j}^{I^*}$	$\Upsilon_{\xi_j}^{C^*}$	$\Upsilon_{\xi_j}^{A^*}$
$\beta$	-1	+0.701	+0.6907	+0.9109	+0.6912
$\rho$	+0.6611	-0.4902	-0.644	-0.592	-2.411
$\sigma$	-0.931	+0.562	+0.5502	+0.6092	+0.509
$\delta$	-0.5361	+0.3562	+0.4501	+0.357	+0.353
$q$	+0.794	-0.594	-0.292	-0.6805	-0.514
$\kappa$	+0.065	-0.0357	-0.0371	-0.065	-0.0362
$\alpha$	+0.943	-0.0257	-0.0254	-0.0252	-0.0256

由表 3 可看出：对  $I^*$  最为敏感的是  $\beta$ ，随后依次为  $\rho, \sigma, \delta, q, \kappa, \alpha$ ；对于  $S^*$  最为敏感的也是  $\beta$ ，随后依次为  $\alpha, \sigma, q, \rho, \delta, \kappa$ ；对  $E^*$  和  $C^*$  最为敏感的是  $\beta$ ，随后依次为  $q, \sigma, \rho, \delta, \kappa, \alpha$ ；对  $A^*$  最为敏感的是  $\rho$ ，随后依次为  $\beta, q, \sigma, \delta, \kappa, \alpha$ 。

针对以上的灵敏性指数分析，我们提出以下三个可行的新型冠状病毒肺炎预防措施：

a) 加强媒体宣传，提高人们的防范意识。 $\beta$  对  $\mathcal{R}_c$  的变化最为敏感，而且  $\beta$  是对  $S^*, E^*, I^*, C^*$  最敏感的参数，对  $A^*$  是第二敏感参数(详见表 2 以及表 3)。因此，通过媒体宣传增强人们的防范意识，减少不必要的接触，使得传染率降低，能够有效地控制疾病的传播。

b) 加快检测率，并及时采取隔离措施。 $q$  对于  $\mathcal{R}_c, E^*$  和  $C^*$  是第二敏感参数(表 2 和表 3)，因此，政府动员全国医护人员，并筹集调配医疗检测设备，在最短的时间内检查出疑似人员及确诊病例，以便于尽快做好隔离及防护措施。

c) 缩短显性感染者和隐性感染者的确诊时间。 $\rho$  是  $\mathcal{R}_c$  的第三敏感参数，而对  $I^*$  是第二敏感参数，且对  $A^*$  最为敏感。因此有必要检查及追踪与湖北地区有密切接触者、海外入境人员，并对以上人员采取适当的隔离措施。

### 5. 结论

依据 COVID-19 的传播特征，我们构建了一类隐性感染者和潜伏期患者均具有传染性的 SEICAR 模型，用来描述 COVID-19 传播的动力学行为。对模型的定性分析表明控制再生数  $\mathcal{R}_c$  是一个临界阈值，决定了 COVID-19 的传播规模和发展趋势。我们还对模型(2.1)的控制再生数  $\mathcal{R}_c$  和地方病平衡点  $E_1$  进行了灵敏性分析，得到传染率  $\beta$  和确诊病例转移率  $q$  是影响疫情传播的关键因素。通过媒体播报告知民众注重个人卫生，加强自我保护意识，采取佩戴口罩、勤洗手、不聚集等来阻断传播，以及提高检测率并缩短确诊时间、加强对密切接触者的追踪、检疫和隔离等干预措施仍是防控的有效手段。

### 基金项目

国家自然科学基金(11701026)；北京市自然科学基金(8194058)。

## 参考文献

- [1] Kermack, M. and Mckendrick, A. (1927) Contributions to the Mathematical Theory of Epidemics: Part I. *Proceedings of the Royal Society Series A*, **115**, 700-721. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
- [2] Aron, J.L. and Schwartz, I.B. (1984) Seasonality and Period-Doubling Bifurcations in an Epidemic Model. *Journal of Theoretical Biology*, **110**, 665-679. [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(84\)80150-2](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(84)80150-2)
- [3] King, A.A., Loides, E.L., Pascual, M., *et al.* (2008) Inapparent Infections and Cholera Dynamics. *Nature*, **454**, 877-880. <https://doi.org/10.1038/nature07084>
- [4] Yang, J., Yang, F., Huang, F., *et al.* (2009) Subclinical Infection with the Novel Influenza A (H1N1) Virus. *Clinical Infectious Diseases*, **49**, 1622-1623. <https://doi.org/10.1086/644775>
- [5] Longini, I.M. (2005) Containing Pandemic Influenza at the Source. *Science*, **309**, 1083-1087. <https://doi.org/10.1126/science.1115717>
- [6] 陈田木, 刘如春, 张锡兴, 等. 长沙市甲型 H1N1 流感流行干预措施效果的数学模拟[J]. 中国卫生统计, 2015, 32(2): 205-210.
- [7] Wang, L., Wang, J., Zhao, H., *et al.* (2020) Modelling and Assessing the Effects of Medical Resources on Transmission of Novel Coronavirus (COVID-19) in Wuhan, China. *Mathematical Biosciences and Engineering*, **17**, 2936-2949. <https://doi.org/10.3934/mbe.2020165>
- [8] Wang, C., Liu, L., Hao, X. and Guo, H. (2020) Evolving Epidemiology and Impact of Non-Pharmaceutical Interventions on the Outbreak of Coronavirus Disease 2019 in Wuhan, China. <https://doi.org/10.1101/2020.03.03.20030593>
- [9] Zhao, S., Musa, S.S., Lin, Q., *et al.* (2020) Estimating the Unreported Number of Novel Coronavirus (2019-nCoV) Cases in China in the First Half of January 2020: A Data-Driven Modelling Analysis of the Early Outbreak. *Journal of Clinical Medicine*, **9**, pii: E388. <https://doi.org/10.3390/jcm9020388>
- [10] Tang, B., Wang, X., Li, Q., *et al.* (2020) Estimation of the Transmission Risk of 2019-nCoV and Its Implication for Public Health Interventions. *Journal of Clinical Medicine*, **9**, pii: E462. <https://doi.org/10.2139/ssm.3525558>
- [11] Cohen, J. and Normile, D. (2020) New SARS-Like Virus in China Triggers Alarm Science. *Science (New York, N.Y.)*, **367**, 234-235. <https://doi.org/10.1126/science.367.6475.234>
- [12] Chen, Y., Liu, Q. and Guo, D. (2020) Emerging Coronaviruses: Genome Structure, Replication, and Pathogenesis. *Journal of Medical Virology*, **92**, 418-423. <https://doi.org/10.1002/jmv.25681>
- [13] Kwok, K.O., Tang, A. and Wei, V.W.I. (2019) Epidemic Models of Contact Tracing: Systematic Review of Transmission Studies of Severe Acute Respiratory Syndrome and Middle East Respiratory Syndrome. *Computational and Structural Biotechnology Journal*, **17**, 186-194. <https://doi.org/10.1016/j.csbj.2019.01.003>
- [14] 魏永越, 卢珍珠, 杜志成, 等. 基于改进的 SEIR+CAQ 传染病动力学模型进行新型冠状病毒肺炎疫情趋势分析[J]. 中华流行病学杂志, 2020, 41(2): 470-475.
- [15] Read, J.M., Bridgen, J.R.E. and Cummings, D.A.T. (2020) Novel Coronavirus 2019-nCoV: Early Estimation of Epidemiological Parameters and Epidemic Predictions. <https://doi.org/10.1101/2020.01.23.20018549>
- [16] Chang, X., Liu, M., Jin, Z. and Wang, J. (2020) Studying on the Impact of Media Coverage on the Spread of COVID-19 in Hubei Province, China. <https://doi.org/10.3934/mbe.2020178>
- [17] 陈慧林, 董慧茹, 郑一男, 等. 考虑到隐性感染人群的潜伏期和发病期均传染的 SLICAR 模型[J]. 中国卫生统计, 2015, 32(2): 264-266.
- [18] Hassard, B.D., Kazarinoff, N.D. and Wan, Y.H. (1981) *Theory and Applications of Hopf Bifurcation*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [19] Chitnis, N., Hyman, J.M. and Cushing, M.J. (2009) Determining Important Parameters in the Spread of Malaria through the Sensitivity Analysis of a Mathematical Model. *Bulletin of Mathematical Biology*, **70**, 1272-1296. <https://doi.org/10.1007/s11538-008-9299-0>
- [20] Sambhara, S. and Mcelhaney, J.E. (2009) Immunosenescence and Influenza Vaccine Efficacy. *Current Topics in Microbiology and Immunology*, **333**, 413-429. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-92165-3\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-540-92165-3_20)