

基于三支决策的多值形势信息表研究

胡世君

长沙理工大学, 数学与统计学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2023年11月25日; 录用日期: 2023年12月19日; 发布日期: 2023年12月28日

摘要

在现实生活中, 多值形势信息表可以更好的刻画冲突问题, 而已有的冲突分析模型主要关注于三值形势信息表。在本文中, 针对多值形势信息表, 我们首先定义了支持度函数和反对度函数, 并基于支持度函数和反对度函数分别建立了二支冲突分析模型, 即将Agent集分为支持集和非支持集以及反对集和非反对集。然后, 基于两个二支冲突分析模型得到三支冲突分析模型, 其将Agent集分为支持集、中立集和反对集, 并通过例子说明如何基于支持度函数和反对度函数计算支持集、中立集和反对集。最后, 基于支持度函数和反对度函数建立五支冲突分析模型将Agent集分为支持集、弱支持集、中立集、弱反对集和反对集, 并通过例子说明如何计算支持集、弱支持集、中立集、弱反对集和反对集。

关键词

多值形势信息表, 冲突分析, 三支决策, 三支冲突分析

Research on Many-Valued Situation Tables Based on Three-Way Decisions

Shijun Hu

School of Mathematics and Statistics, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan

Received: Nov. 25th, 2022; accepted: Dec. 19th, 2023; published: Dec. 28th, 2023

Abstract

In the real life, many-valued situation information tables can describe the conflict problem better, but some conflict analysis models mainly focus on three-valued situation information table. In this paper, for the many-valued situation information table, we first define the support function and the opposition function, and build two conflict analysis models based on the support function and the opposition function. That is, the agent set is divided into support set and non-support set and opposition set and non-opposition set. Then, based on two two-way conflict analysis models, three conflict analysis models are obtained, which divide agent set into support set, neutral set and opposition set. An example is given to illustrate how to calculate support set, neutral set and opposition set based on support function and opposition function. Finally, a five-way model of conflict analysis is built based on support function and opposition function to divide agent set into support set, weak support set, neutral set, weak opposition set and opposition set, and an example is given to illustrate how to calculate support set, weak support set, neutral set, weak opposition set and opposition set.

Keywords

Many-Valued Situation Table, Conflict Analysis, Three-Way Decision, Three-Way Conflict Analysis

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着时代的发展, 国与国之间的联系越来越密切, 不仅表现在经济、政治、文化上, 还体现在军事和贸易等方面, 经济方面, 中国再次抛售美国国债, 引发美国强烈反应; 政治方面, 英国议会通过

了一项支持“台独”的决议,引发广泛争议;文化方面,瑞典焚烧经书,引发巴基斯坦穆斯林抗议;军事方面,俄罗斯和乌克兰爆发冲突;贸易方面,欧盟高官向世贸组织起诉美国。

三支决策由加拿大学者姚一豫教授提出 [1],其主要思想是将一个整体分为三个部分,分别对不同的部分采取不同的策略,从而得到最优的决策. 三支决策已经与众多理论相结合,例如,文献 [2]基于三支决策理论为云数据中心提供了一种新预测方法. 文献 [3]基于三支决策研究了不完备信息系统,利用不完全信息和损失函数建立了三支决策模型;文献 [4]基于三支决策研究了多分类问题;文献 [5]将三支决策与前景理论相结合,构建了一个基于前景理论的三支决策模型;文献 [6,7]将三支决策与概念格相结合;文献 [8]提出了一个基于三支概念分析的多视角、细粒度模型;文献 [6]将模糊集引入三支形式概念分析的研究中得到L-fuzzy三支概念;文献 [9]将三支决策与集合理论相结合系统地研究了基于粗糙集、区间集、模糊集、阴影集、粗糙模糊集、区间模糊集和软集的三支决策;文献 [10]基于三支决策研究了完备信息系统;文献 [11]将三支决策与粗糙集相结合,围绕决策度量、决策条件和评价函数三个基本要素展开研究。

最近,研究者将三支决策与冲突结合提出了三支冲突分析模型,其主要研究了Agents集、Issues集、Agents关系集和Issues关系集的三分. 三支冲突分析是一种用于解决复杂冲突问题的方法,其通过将冲突问题转化为数学模型,进行定量分析和预测,从而找到最佳的解决方案. 例如,文献 [12]将Pawlak的冲突分析模型推广到不完备的信息系统中,并结合三支决策思想研究了不完备信息系统描述的冲突问题;文献 [13]研究了基于粗糙集理论的定性和定量三支冲突聚类模型,以及基于形势概念分析理论的定性和定量三支冲突聚类模型;文献 [14]将区间直觉模糊信息系统与三支冲突分析相结合,考虑了评价的隶属度与非隶属度,并且评价的取值为区间直觉模糊数,同时给出了区间直觉模糊数之间的距离度量,得到任意两个Agents对于单个Issue以及多个Issues的距离函数,从而得到区间直觉模糊信息系统的三支冲突分析;文献 [15]提出了一个广义的三支冲突分析模型,将现有的模型统一在一个基于评价函数的三支决策框架中;文献 [16]在三支决策框架下提出了三支冲突分析的一般模型,研究了两个Agents之间的三种冲突水平;文献 [7]研究了三值形势表中保持联合、中立、冲突三种关系的Issues约简;文献 [17]基于贝叶斯最小风险理论建立了三支冲突分析;文献 [18]利用新度量构建了一个广义三支冲突分析模型;文献 [19]研究了基于三角模糊信息系统刻画的冲突问题;文献 [20]基于联合和冲突函数建立了三支冲突模型;文献 [21]从形势概念分析的角度研究了三值形势表;文献 [22]提出了毕达哥拉斯模糊信息下的三支冲突分析模型;文献 [23]对不完备形势表的三支冲突分析模型进行了初步讨论;文献 [24]基于犹豫模糊集建立了三支冲突分析模型;文献 [25]通过对Pawlak冲突分析模型进行了重新表述和扩展,引入了三支冲突分析模型;文献 [26]提出了概率冲突、中立冲突和联合冲突的概念;文献 [27]在Pawlak冲突分析模型基础上建构了三支双层冲突分析模型;文献 [28]基于广义模糊软集提出了三支冲突分析模型;文献 [29]考虑到实际问题中不同议题重要性不同,给出了议题重要性的刻画方式。

在实际生活中,多值形势信息表可以更好的刻画冲突问题,研究多值形势信息表可以更好的研究冲突问题,从而发现冲突问题的本质,为解决冲突问题提供有效的方案和策略. 我们拟基于三支决策理论研究多值形势信息表建立冲突分析模型. 本文结构如下:在第2部分,我们回顾了二支决策和三支决策的相关知识. 第3部分基于支持度函数和反对度函数建立三支冲突分析模型. 第4部分基于支持度函数和反对度函数建立五支冲突分析模型. 第5部分对全文进行总结和展望。

2. 预备知识

2.1. 二支决策和三支决策

二支决策将一个整体分为两个部分, 有两种情况, 一是将整体分为两个完全对立的两个部分, 即“非黑即白”; 二是两个部分里有一个部分包括中立决策, 此时两个部分并不是完全对立的. 基于二支决策可以定义三支决策, 三支决策将二支决策的中立部分单独作为一部分, 该中立部分对应的决策为延迟决策.

定义1 [1]. 假设 U 是非空有限集合, 一对函数 $v_p : U \rightarrow [0, +1]$ 和 $v_n : U \rightarrow [-1, 0]$ 分别称为正评价函数和负评价函数, $v_p(x)$ 和 $v_n(x)$ 分别称为 x 的正评价价值和负评价价值.

定义1中正评价价值是非负值, 负评价价值是非正值.

定义2 [1]. 假设 U 是非空有限集合, v_p 是正评价函数, 阈值 $0 < \alpha \leq 1$, 我们将 U 划分为正域 $\text{POS}(v_p)$ 和非正域 $\text{POS}^c(v_p)$:

$$\text{POS}(v_p) = \{x \in U \mid v_p(x) \geq \alpha\},$$

$$\text{POS}^c(v_p) = \{x \in U \mid v_p(x) < \alpha\}.$$

定义3 [1]. 假设 U 是非空有限集合, v_n 是负评价函数, 阈值 $-1 \leq \beta < 0$, 我们将 U 划分为负域 $\text{NEG}(v_n)$ 和非负域 $\text{NEG}^c(v_n)$:

$$\text{NEG}(v_n) = \{x \in U \mid v_n(x) \leq \beta\},$$

$$\text{NEG}^c(v_n) = \{x \in U \mid v_n(x) > \beta\}.$$

基于正评价函数 v_p 可以将非空有限集合划分为正域和非正域, 基于负评价函数 v_n 可以将非空有限集合划分为负域和非负域. 基于两个二支决策模型可以得到一个三支决策模型.

定义4 [1]. 假设 U 是非空有限集合, 正评价函数 $v_p : U \rightarrow [0, +1]$ 和负评价函数 $v_n : U \rightarrow [-1, 0]$, 阈值和满足 $0 < \alpha \leq 1$, $-1 \leq \beta < 0$, 我们将 U 划分为正域 $\text{POS}^{(\alpha, \beta)}(v_p, v_n)$ 、负域 $\text{NEG}^{(\alpha, \beta)}(v_p, v_n)$ 和边界域 $\text{BND}^{(\alpha, \beta)}(v_p, v_n)$:

$$\text{POS}^{(\alpha, \beta)}(v_p, v_n) = \{x \in U \mid v_p(x) \geq \alpha \wedge v_n(x) > \beta\},$$

$$\text{NEG}^{(\alpha, \beta)}(v_p, v_n) = \{x \in U \mid v_p(x) < \alpha \wedge v_n(x) \leq \beta\},$$

$$\text{BND}^{(\alpha, \beta)}(v_p, v_n) = \{x \in U \mid [v_p(x) \geq \alpha \wedge v_n(x) \leq \beta] \cup$$

$$[v_p(x) < \alpha \wedge v_n(x) > \beta]\}.$$

当 x 的正评价价值大于等于阈值 α , 并且负评价价值大于阈值 β 时, x 属于正域; 当 x 的正评价价值小于阈值 α , 并且负评价价值小于等于阈值 β 时, x 属于负域; 当既不属于正域也不属于负域时, x 属于边界域.

3. 三分Agent集

在本节中, 我们研究了基于单个Issue三分Agent集和基于Issue集三分Agent集.

3.1. 基于单个Issue三分Agent集

下面基于单个Issue三分Agent集.

定义5. 三元组 $S = (A, I, r)$ 是一个多值形势信息表, 其中 A 是Agent集, I 是Issue集, 评价函数 $r : A \times I \rightarrow [-1, +1]$, $r(a, i) = +1$ 代表Agent a 完全支持Issue i , $r(a, i) = -1$ 代表Agent a 完全反对Issue i .

Agent a 关于Issue i 的观点的取值在 $[-1, +1]$ 上. 例如, $r(a, i) = +0.8$ 表示Agent a 对Issue i 的支持程度是0.8, 其表示Agent a 在很大程度上支持Issue i ; $r(a, i) = -0.8$ 表示Agent a 对Issue i 的反对程度是0.8, 其表示Agent a 在很大程度上反对Issue i ; 特别的, $r(a, i) = 0$ 表示Agent a 对Issue i 持中立态度.

定义6. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, i \in I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 定义如下:

$$V_s(a, i) = \begin{cases} |r(a, i)|, & r(a, i) > 0, \\ 0, & r(a, i) \leq 0. \end{cases}$$

支持度表示Agent a 对Issue i 支持的程度, $r(a, i)$ 的取值越大表示Agent a 对Issue i 支持的程度越大; $r(a, i)$ 的取值越小表示Agent a 对Issue i 支持的程度越小.

定义7. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, i \in I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$. 阈值 θ 满足 $0 \leq \theta \leq 1$, 支持集 A_i^+ 和非支持集 $A_i^{\tilde{+}}$ 定义如下:

$$\begin{aligned} A_i^+ &= \{a \in A \mid V_s(a, i) \geq \theta\} \\ &= \{a \in A \mid r(a, i) \geq +\theta\}, \\ A_i^{\tilde{+}} &= \{a \in A \mid V_s(a, i) < \theta\} \\ &= \{a \in A \mid r(a, i) < +\theta\}. \end{aligned}$$

基于支持度函数可以把Agent集分为两个集合, 即支持集 A_i^+ 和非支持集 $A_i^{\tilde{+}}$. 当 $r(a, i)$ 大于等于阈值 $+\theta$ 时, Agent a 属于支持集 A_i^+ ; 当 $r(a, i)$ 小于阈值 $+\theta$ 时, Agent a 属于非支持集 $A_i^{\tilde{+}}$.

定义8. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, i \in I$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 定义如下:

$$V_o(a, i) = \begin{cases} |r(a, i)|, & r(a, i) < 0, \\ 0, & r(a, i) \geq 0. \end{cases}$$

反对度表示Agent a 对Issue i 反对的程度, $r(a, i)$ 的取值越大表示Agent a 对Issue i 反对的程度越小; $r(a, i)$ 的取值越小表示Agent a 对Issue i 反对的程度越大.

定义9. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, i \in I$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$. 阈值 γ 满足 $0 \leq \gamma \leq 1$, 反对集 A_i^- 和非反对集 $A_i^{\tilde{-}}$ 定义如下:

$$\begin{aligned}
 A_i^- &= \{a \in A \mid V_o(a, i) \geq \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, i) \leq -\gamma\}, \\
 \tilde{A}_i^- &= \{a \in A \mid V_o(a, i) < \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, i) > -\gamma\}.
 \end{aligned}$$

基于反对度函数可以把Agent集分为两个集合, 即反对集 A_i^- 和非反对集 \tilde{A}_i^- . 当 $r(a, i)$ 小于等于阈值 $-\gamma$ 时, Agent a 属于反对集 A_i^- ; 当 $r(a, i)$ 大于阈值 $-\gamma$ 时, Agent a 属于非反对集 \tilde{A}_i^- .

由定义7和定义9可以得到三支冲突分析模型:

定义10. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, i \in I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$. 阈值 θ 和 γ 满足 $0 \leq \theta \leq 1$ 和 $0 \leq \gamma \leq 1$, 支持集 S_i 、反对集 O_i 和中立集 N_i 定义如下:

$$\begin{aligned}
 S_i &= \{a \in A \mid V_s(a, i) \geq \theta \wedge V_o(a, i) < \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, i) \geq +\theta \wedge r(a, i) > -\gamma\}, \\
 O_i &= \{a \in A \mid V_s(a, i) < \theta \wedge V_o(a, i) \geq \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, i) < +\theta \wedge r(a, i) \leq -\gamma\}, \\
 N_i &= \{a \in A \mid [V_s(a, i) \geq \theta \wedge V_o(a, i) \geq \gamma] \cup [V_s(a, i) < \theta \wedge V_o(a, i) < \gamma]\} \\
 &= \{a \in A \mid [r(a, i) \geq +\theta \wedge r(a, i) \leq -\gamma] \cup [r(a, i) < +\theta \wedge r(a, i) > -\gamma]\}.
 \end{aligned}$$

基于支持度函数和反对度函数可以将Agent集分为三个部分, 即支持集 S_i , 反对集 O_i 和中立集 N_i .

定理10. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, 对于 $i \in I$, 有:

$$S_i = A_i^+ \cap \tilde{A}_i^-, O_i = A_i^- \cap \tilde{A}_i^+, N_i = (S_i \cup O_i)^c.$$

两个二支决策模型可以得到三支决策模型. 能直观地表达二支决策模型与三支决策模型之间的关系, 见表 1:

Table 1. The relationship between two-way decision model and three-way decision model

表 1. 二支决策模型与三支决策模型的关系

$V_o(a, i)$ \ $V_s(a, i)$	$V_s(a, i) \geq \theta$	$V_s(a, i) < \theta$
$V_0(a, i) \geq \gamma$	$a \in A_i^- \cap A_i^+$	$a \in \tilde{A}_i^- \cap \tilde{A}_i^+$
$V_0(a, i) < \gamma$	$a \in \tilde{A}_i^- \cap A_i^+$	$a \in A_i^- \cap \tilde{A}_i^+$

定义11. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, 对于 $i \in I$, 基于Issue i 的强冲突、弱冲突和无冲突定义如下:

- (1)强冲突: $SC(S_i, O_i)$,
- (2)弱冲突: $WC(S_i, N_i), WC(O_i, N_i)$,
- (3)无冲突: $NW(S_i, S_i), NW(O_i, O_i), NW(N_i, N_i)$.

支持集 A_i^+ 和反对集 A_i^- 是强冲突,是完全对立的两种态度.支持集 A_i^+ 和中立集 A_i^0 或反对集 A_i^- 和中立集 A_i^0 构成弱冲突,弱冲突的冲突程度比强冲突弱.无冲突指没有冲突.

例1. 我们引用Pawlak文章中中东冲突的背景: Israel, Egypt, Palestinians, Jordan, Syria和Saudi Arabia分别代表以色列,埃及,巴基斯坦,约旦,叙利亚和沙特阿拉伯分别记为 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$.此外, i_1 指西岸和加沙自治; i_2 表示沿约旦河设置以色列军事哨所; i_3 代表以色列保留东耶路撒冷; i_4 代表在戈兰高地设置以色列军事哨所; i_5 表示阿拉伯国家向选择留在境内的巴勒斯坦人提供公民身份.可以清晰看出Agent集与Issue集之间的关系,见表2:

Table 2. Table of many-valued situation

表 2. 多值形势信息表

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5
a_1	-0.9	+0.6	+0.8	+0.5	+0.6
a_2	+0.9	0	-0.8	-0.6	-0.5
a_3	+0.9	-0.6	-0.6	-0.8	0
a_4	0	-0.6	+0.8	0	-0.5
a_5	+0.9	-0.9	-0.6	-0.8	-0.9
a_6	0	+0.9	-0.9	0	+1

给定阈值 $\theta = 0.6, \gamma = 0.4$.根据表2我们基于Issue i_1 对Agent集三分:

首先,我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue i_1 的态度:

$$r(a_1, i_1) = -0.9, r(a_2, i_1) = +0.9, r(a_3, i_1) = +0.9, r(a_4, i_1) = 0,$$

$$r(a_5, i_1) = +0.9, r(a_6, i_1) = 0.$$

其次,根据定义6和定义8,我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue i_1 的支持度和反对度:

$$V_s(a_1, i_1) = 0, V_s(a_2, i_1) = 0.9, V_s(a_3, i_1) = 0.9, V_s(a_4, i_1) = 0,$$

$$V_s(a_5, i_1) = 0.9, V_s(a_6, i_1) = 0;$$

$$V_o(a_1, i_1) = 0.9, V_o(a_2, i_1) = 0, V_o(a_3, i_1) = 0, V_o(a_4, i_1) = 0,$$

$$V_o(a_5, i_1) = 0, V_o(a_6, i_1) = 0.$$

然后,根据定义7和定义9,我们得到基于Issue i_1 的支持集和非支持集,反对集和非反对集:

$$A_{i_1}^+ = \{a_2, a_3, a_5\}, A_{i_1}^{\tilde{+}} = \{a_1, a_4, a_6\};$$

$$A_{i_1}^- = \{a_1\}, A_{i_1}^{\tilde{-}} = \{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}.$$

最后,我们得到基于Issue i_1 的支持集、反对集和中立集:

$$S_{i_1} = \{a_2, a_3, a_5\}, O_{i_1} = \{a_1\}, N_{i_1} = \{a_4, a_6\}.$$

3.2. 基于Issue集三分Agent集

下面基于Issue集三分Agent集.

定义12. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, 假设 ω_i 是 $i \in I$ 的权重, 其中 $0 \leq \omega_i \leq 1$ 和 $\sum_{i \in I} \omega_i = 1$. 对于 $J \subseteq I$, Issue i 关于Issue集 J 的条件权重 $\omega(i | J)$ 定义如下:

$$\omega(i | J) = \frac{\omega_i}{\sum_{i' \in J} \omega_{i'}}.$$

利用条件权重可以定义基于Issue集的评价函数 $r(a, J)$:

定义13. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $\omega(i | J)$ 是条件权重, $J \subseteq I$, Agent a 关于多个Issues J 的评价函数定义如下:

$$r(a, J) = \sum[\omega(i | J) * r(a, i)].$$

定义14. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A$, $J \subseteq I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 定义如下:

$$V_s(a, J) = \begin{cases} |r(a, J)|, & r(a, J) > 0, \\ 0, & r(a, J) \leq 0. \end{cases}$$

定义15. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A$, $J \subseteq I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$. 阈值 θ 满足 $0 \leq \theta \leq 1$, 支持集 A_J^+ 和非支持集 A_J^- 定义如下:

$$\begin{aligned} A_J^+ &= \{a \in A \mid V_s(a, J) \geq \theta\} \\ &= \{a \in A \mid r(a, J) \geq +\theta\}, \\ A_J^- &= \{a \in A \mid V_s(a, J) < \theta\} \\ &= \{a \in A \mid r(a, J) < +\theta\}. \end{aligned}$$

定义16. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A$, $J \subseteq I$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 定义如下:

$$V_o(a, J) = \begin{cases} |r(a, J)|, & r(a, J) < 0, \\ 0, & r(a, J) \geq 0. \end{cases}$$

定义17. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A$, $J \subseteq I$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$. 阈值 γ 满足 $0 \leq \gamma \leq 1$, 反对集 A_J^- 和非反对集 A_J^+ 定义如下:

$$\begin{aligned} A_J^- &= \{a \in A \mid V_o(a, J) \geq \gamma\} \\ &= \{a \in A \mid r(a, J) \leq -\gamma\}, \\ A_J^+ &= \{a \in A \mid V_o(a, J) < \gamma\} \\ &= \{a \in A \mid r(a, J) > -\gamma\}. \end{aligned}$$

基于二支冲突分析模型可以得到三支冲突分析模型:

定义18. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A$, $J \subseteq I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$. 阈值 θ 和 γ 满足 $0 \leq \theta \leq 1$ 和 $0 \leq \gamma \leq 1$, 支持集 S_J 、反对集 O_J 和中立

集 N_J 定义如下:

$$\begin{aligned}
 S_J &= \{a \in A \mid V_s(a, J) \geq \theta \wedge V_o(a, J) < \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, J) \geq +\theta \wedge r(a, J) > -\gamma\}, \\
 O_J &= \{a \in A \mid V_s(a, J) < \theta \wedge V_o(a, J) \geq \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, J) < +\theta \wedge r(a, J) \leq -\gamma\}, \\
 N_J &= \{a \in A \mid [V_s(a, J) \geq \theta \wedge V_o(a, J) \geq \gamma] \cup [V_s(a, J) < \theta \wedge V_o(a, J) < \gamma]\} \\
 &= \{a \in A \mid [r(a, J) \geq +\theta \wedge r(a, J) \leq -\gamma] \cup [r(a, J) < +\theta \wedge r(a, J) > -\gamma]\}.
 \end{aligned}$$

基于支持度函数和反对度函数可以将Agent集划分为三个部分, 即支持集 S_J , 反对集 O_J 和中立集 N_J .

定理18. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, 对于 $J \subseteq I$, 有:

$$S_J = A_J^+ \cap A_J^-, O_J = A_J^- \cap A_J^+, N_J = (S_J \cup O_J)^c.$$

基于Issue集的二支冲突分析模型与三支冲突分析模型关系, 见表 3:

Table 3. The relationship between two-way conflict analysis model and three-way conflict analysis model

表 3. 二支冲突分析模型与三支冲突分析模型的关系

$V_o(a, J)$	$V_s(a, J)$	$V_s(a, J) \geq \theta$	$V_s(a, J) < \theta$
	$V_o(a, J) \geq \gamma$	$a \in A_J^- \cap A_J^+$	$a \in A_J^- \cap A_J^+$
	$V_o(a, J) < \gamma$	$a \in A_J^- \cap A_J^+$	$a \in A_J^- \cap A_J^+$

定义19. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中,对于 $J \subseteq I$,基于Issue集的强冲突、弱冲突和无冲突定义如下:

- (1)强冲突: $SC(S_J, O_J)$,
- (2)弱冲突: $WC(S_J, N_J)$, $WC(O_J, N_J)$,
- (3)无冲突: $NW(S_J, S_J)$, $NW(O_J, O_J)$, $NW(N_J, N_J)$.

例2. 基于表2中的多值形势信息表, 假设 $J = \{i_1, i_2\}$, 阈值 $\theta = 0.4$, $\gamma = 0.6$. $\omega(i_1) = 0.1$, $\omega(i_2) = 0.2$, $\omega(i_3) = 0.2$, $\omega(i_4) = 0.2$, $\omega(i_5) = 0.3$. $\omega(i_1 | J) = 1/3$, $\omega(i_2 | J) = 2/3$.

基于 $J = \{i_1, i_2\}$ 三分Agent集:

首先, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue i_1 和Issue i_2 的态度:

$$\begin{aligned}
 r(a_1, i_1) &= -0.9, r(a_2, i_1) = +0.9, r(a_3, i_1) = +0.9, r(a_4, i_1) = 0, \\
 r(a_5, i_1) &= +0.9, r(a_6, i_1) = 0; \\
 r(a_1, i_2) &= +0.6, r(a_2, i_2) = 0, r(a_3, i_2) = -0.6, r(a_4, i_2) = -0.6, \\
 r(a_5, i_2) &= -0.9, r(a_6, i_2) = +0.9.
 \end{aligned}$$

其次, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue集 J 的态度:

$$r(a_1, J) = +0.1, r(a_2, J) = +0.3, r(a_3, J) = -0.1, r(a_4, J) = -0.4, \\ r(a_5, J) = -0.3, r(a_6, J) = +0.6.$$

然后, 根据定义14和定义16, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue集 J 的支持度和反对度:

$$V_s(a_1, J) = 0.1, V_s(a_2, J) = 0.3, V_s(a_3, J) = 0, V_s(a_4, J) = 0, \\ V_s(a_5, J) = 0, V_s(a_6, J) = 0.6; \\ V_o(a_1, J) = 0, V_o(a_2, J) = 0, V_o(a_3, J) = 0.1, V_o(a_4, J) = 0.4, \\ V_o(a_5, J) = 0.3, V_o(a_6, J) = 0.$$

然后, 根据定义15和定义17, 我们得到基于Issue集 J 的支持集和非支持集, 反对集和非反对集:

$$A_J^+ = \{a_6\}, A_J^{\tilde{+}} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \\ A_J^- = \phi, A_J^{\tilde{-}} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}.$$

最后, 我们得到基于Issue集 J 的支持集、反对集和中立集:

$$S_J = \{a_6\}, O_J = \phi, N_J = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}.$$

4. 五分Agent集

在本节中, 我们研究了基于单个Issue五分Agent集和基于Issue子集五分Agent集.

4.1. 基于单个Issue五分Agent集

下面基于单个Issue五分Agent集.

定义20. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, i \in I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 阈值 θ, θ^-, γ 和 γ^- 满足 $0 \leq \theta^- < \theta \leq 1$ 和 $0 \leq \gamma < \gamma^- \leq 1$, 支持集 S_i 、弱支持集 S_i^- 、中立集 N_i 、弱反对集 O_i^- 和反对集 O_i 定义如下:

$$S_i = \{a \in A \mid V_s(a, i) \geq \theta \wedge V_o(a, i) = 0\} \\ = \{a \in A \mid r(a, i) \geq +\theta \wedge r(a, i) \geq 0\}, \\ S_i^- = \{a \in A \mid \theta^- \leq V_s(a, i) < \theta \wedge V_o(a, i) = 0\} \\ = \{a \in A \mid +\theta^- \leq r(a, i) < +\theta \wedge r(a, i) \geq 0\}, \\ N_i = \{a \in A \mid 0 \leq V_s(a, i) < \theta^- \wedge 0 \leq V_o(a, i) < \gamma\} \\ = \{a \in A \mid 0 \leq r(a, i) < +\theta^- \wedge -\gamma < r(a, i) \leq 0\}, \\ O_i^- = \{a \in A \mid V_s(a, i) = 0 \wedge \gamma \leq V_o(a, i) < \gamma^-\} \\ = \{a \in A \mid r(a, i) \leq 0 \wedge -\gamma^- < r(a, i) \leq -\gamma\},$$

$$O_i = \{a \in A \mid V_s(a, i) = 0 \wedge V_o(a, i) \geq \gamma^-\}$$

$$= \{a \in A \mid r(a, i) \leq 0 \wedge r(a, i) \leq -\gamma^-\}.$$

基于支持度函数和反对度函数可以将Agent集划分为五个部分，即支持集 S_i 、弱支持集 S_i^- 、中立集 N_i 、弱反对集 O_i^- 和反对集 O_i 。

基于Issue i 的五分模型，见表 4:

Table 4. The five-partition model based on issue i

表 4. 基于issue i 的五分模型

$V_o(a, i) \backslash V_s(a, i)$	$0 \leq V_s(a, i) < \theta^-$	$\theta^- \leq V_s(a, i) < \theta$	$V_s(a, i) \geq \theta$
$0 \leq V_o(a, i) < \gamma$	$a \in N_i$	$a \in S_i^-$	$a \in S_i$
$\gamma \leq V_o(a, i) < \gamma^-$	$a \in O_i^-$	ϕ	ϕ
$V_o(a, i) \geq \gamma^-$	$a \in O_i$	ϕ	ϕ

定义21. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, 对于 $i \in I$, 基于Issue i 的无冲突、弱冲突、冲突、强冲突和超强冲突定义如下:

- (1)无冲突: $NC(S_i, S_i), NC(S_i^-, S_i^-), NC(N_i, N_i), NC(O_i, O_i), NC(O_i^-, O_i^-)$,
- (2)弱冲突: $WC(S_i^-, N_i), WC(O_i^-, N_i), WC(S_i^-, S_i), WC(O_i^-, O_i)$,
- (3)冲突: $C(O_i, N_i), C(S_i, N_i), C(S_i^-, O_i^-)$,
- (4)强冲突: $SC(S_i^-, O_i), SC(S_i, O_i^-)$,
- (5)超强冲突: $SSC(S_i, O_i)$.

例3. 基于表2中的多值形势信息表, 给定 $\theta = 0.2, \theta^+ = 0.6, \gamma = 0.6, \gamma^- = 0.8$. 根据表2我们基于Issue i_1 对Agent集进行五分:

首先, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue i_1 的态度:

$$r(a_1, i_1) = -0.9, r(a_2, i_1) = +0.9, r(a_3, i_1) = +0.9, r(a_4, i_1) = 0,$$

$$r(a_5, i_1) = +0.9, r(a_6, i_1) = 0.$$

其次, 根据定义6和定义8, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue i_1 的支持度和反对度:

$$V_s(a_1, i_1) = 0, V_s(a_2, i_1) = 0.9, V_s(a_3, i_1) = 0.9, V_s(a_4, i_1) = 0,$$

$$V_s(a_5, i_1) = 0.9, V_s(a_6, i_1) = 0;$$

$$V_o(a_1, i_1) = 0.9, V_o(a_2, i_1) = 0, V_o(a_3, i_1) = 0, V_o(a_4, i_1) = 0,$$

$$V_o(a_5, i_1) = 0, V_o(a_6, i_1) = 0.$$

最后, 我们得到基于Issue i_1 的支持集 S_{i_1} 、弱支持集 $S_{i_1}^-$ 、中立集 N_{i_1} 、弱反对集 $O_{i_1}^-$ 和反对集 O_{i_1} :

$$S_{i_1} = \{a_2, a_3, a_5\}, S_{i_1}^- = \phi, N_{i_1} = \{a_4, a_6\}, O_{i_1}^- = \phi, O_{i_1} = \{a_1\}.$$

4.2. 基于Issue集五分Agent集

下面基于Issue集五分Agent集.

定义22. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, $a \in A, J \subseteq I$, 支持度函数 $V_s : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 反对度函数 $V_o : A \times I \rightarrow [0, 1]$, 阈值 θ, θ^-, γ 和 γ^- 满足 $0 \leq \theta^- < \theta \leq 1$, 和 $0 \leq \gamma < \gamma^- \leq 1$, 支持集 S_J 、弱支持集 S_J^- 、中立集 N_J 、弱反对集 O_J^- 和反对集 O_J 定义如下:

$$\begin{aligned}
 S_J &= \{a \in A \mid V_s(a, J) \geq \theta \wedge V_o(a, J) = 0\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, J) \geq +\theta \wedge r(a, J) \geq 0\}, \\
 S_J^- &= \{a \in A \mid \theta^- \leq V_s(a, J) < \theta \wedge V_o(a, J) = 0\} \\
 &= \{a \in A \mid +\theta^- \leq r(a, J) < +\theta \wedge r(a, J) \geq 0\}, \\
 N_J &= \{a \in A \mid 0 \leq V_s(a, J) < \theta^- \wedge 0 \leq V_o(a, J) < \gamma\} \\
 &= \{a \in A \mid 0 \leq r(a, J) < +\theta^- \wedge -\gamma < r(a, J) \leq 0\}, \\
 O_J^- &= \{a \in A \mid V_s(a, J) = 0 \wedge \gamma \leq V_o(a, J) < \gamma^-\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, J) \leq 0 \wedge -\gamma^- < r(a, J) \leq -\gamma\}, \\
 O_J &= \{a \in A \mid V_s(a, J) = 0 \wedge V_o(a, J) \geq \gamma^-\} \\
 &= \{a \in A \mid r(a, J) \leq 0 \wedge r(a, J) \leq -\gamma^-\},
 \end{aligned}$$

基于支持度函数和反对度函数可以将Agent集划分为五个部分, 即支持集 S_J 、弱支持集 S_J^- 、中立集 N_J 、弱反对集 O_J^- 和反对集 O_J .

基于Issue集 J 的五分模型, 见表 5:

Table 5. The five-partition model based on issue set J

表 5. 基于issue集 J 的五分模型

$V_o(a, J) \backslash V_s(a, J)$	$0 \leq V_s(a, J) < \theta^-$	$\theta^- \leq V_s(a, J) < \theta$	$V_s(a, J) \geq \theta$
$0 \leq V_o(a, J) < \gamma$	$a \in N_J$	$a \in S_J^-$	$a \in S_J$
$\gamma \leq V_o(a, J) < \gamma^-$	$a \in O_J^-$	ϕ	ϕ
$V_o(a, J) \geq \gamma^-$	$a \in O_J$	ϕ	ϕ

定义23. 在多值形势信息表 $S = (A, I, r)$ 中, 对于 $J \subseteq I$, 基于Issue子集 J 的无冲突、弱冲突、冲突、强冲突和超强冲突定义如下:

- (1)无冲突: $NC(S_J, S_J), NC(S_J^-, S_J^-), NC(N_J, N_J), NC(O_J, O_J), NC(O_J^-, O_J^-)$,
- (2)弱冲突: $WC(S_J^-, N_J), WC(O_J^-, N_J), WC(S_J^-, S_J), WC(O_J^-, O_J)$,
- (3)冲突: $C(O_J, N_J), C(S_J, N_J), C(S_J^-, O_J^-)$,
- (4)强冲突: $SC(S_J^-, O_J), SC(S_J, O_J^-)$,

(5) 超强冲突: $SSC(S_J, O_J)$.

例4. 基于表2的多值形势信息表, 假设 $J = \{i_1, i_2\}$, 阈值 $\theta = 0.2$, $\theta^+ = 0.6$, $\gamma = 0.6$, $\gamma^- = 0.8$.
 $\omega(i_1) = 0.1$, $\omega(i_2) = 0.2$, $\omega(i_3) = 0.2$, $\omega(i_4) = 0.2$, $\omega(i_5) = 0.3$. $\omega(i_1 | J) = 1/3$, $\omega(i_2 | J) = 2/3$.

基于 $J = \{i_1, i_2\}$ 五分Agent集具体如下:

首先, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue i_1 和Issue i_2 的态度:

$$r(a_1, i_1) = -0.9, r(a_2, i_1) = +0.9, r(a_3, i_1) = +0.9, r(a_4, i_1) = 0,$$

$$r(a_5, i_1) = +0.9, r(a_6, i_1) = 0;$$

$$r(a_1, i_2) = +0.6, r(a_2, i_2) = 0, r(a_3, i_2) = -0.6, r(a_4, i_2) = -0.6,$$

$$r(a_5, i_2) = -0.9, r(a_6, i_2) = +0.9.$$

其次, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue集 J 的态度:

$$r(a_1, J) = +0.1, r(a_2, J) = +0.3, r(a_3, J) = -0.1, r(a_4, J) = -0.4,$$

$$r(a_5, J) = -0.3, r(a_6, J) = +0.6.$$

然后, 根据定义14和定义16, 我们得到Agent $a \in A$ 关于Issue集 J 的支持度和反对度:

$$V_s(a_1, J) = 0.1, V_s(a_2, J) = 0.3, V_s(a_3, J) = 0, V_s(a_4, J) = 0,$$

$$V_s(a_5, J) = 0, V_s(a_6, J) = 0.6;$$

$$V_o(a_1, J) = 0, V_o(a_2, J) = 0, V_o(a_3, J) = 0.1, V_o(a_4, J) = 0.4,$$

$$V_o(a_5, J) = 0.3, V_o(a_6, J) = 0.$$

最后, 我们得到基于Issue集 J 的支持集 S_J 、弱支持集 S_J^- 、中立集 N_J 、弱反对集 O_J^- 和反对集 O_J :

$$S_J = \{a_6\}, S_J^- = \{a_2\}, N_J = \{a_1, a_3, a_4, a_5\}, O_J^- = \phi, O_J = \phi.$$

5. 结论

为了研究多值形势信息表刻画的冲突问题, 我们首先定义了支持度函数和反对度函数, 并基于支持度函数和反对度函数分别建立了三支冲突分析模型, 将其Agent集分为支持集、中立集和反对集, 并通过例子说明如何基于支持度函数和反对度函数计算支持集、中立集和反对集. 然后, 基于支持度函数和反对度函数建立五支冲突分析模型将Agent集分为支持集、弱支持集、中立集、弱反对集和反对集, 并通过例子说明如何计算支持集、弱支持集、中立集、弱反对集和反对集. 最后, 我们研究了三支冲突分析模型和五支冲突分析模型中不同Agents之间不同程度的冲突关系.

在将来的工作中, 我们将基于模糊集理论进一步研究多值形势信息表刻画的冲突问题, 以及多值形势信息表的Issue约简问题, 并为多值形势信息表设计高效的Issue约简算法.

参考文献

- [1] Yao, Y. (2012) An Outline of a Theory of Three-Way Decisions. In: Yao, J., *et al.*, Eds., *Rough Sets and Current Trends in Computing*, Vol. 7413, Springer, Berlin, 1-17.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-32115-3_1
- [2] Liu, S. and Jiang, C. (2023) A Novel Prediction Approach Based on Three-Way Decision for Cloud Datacenters. *Applied Intelligence*, **53**, 20239-20255.
<https://doi.org/10.1007/s10489-023-04505-8>
- [3] Liu, D., Liang, D. and Wang, C. (2016) A Novel Three-Way Decision Model Based on Incomplete Information System. *Knowledge-Based Systems*, **91**, 32-45.
<https://doi.org/10.1016/j.knosys.2015.07.036>
- [4] Yang, X., Li, T., Fujita, H. and Liu, D. (2019) A Sequential Three-Way Approach to Multi-Class Decision. *International Journal of Approximate*, **104**, 108-125.
<https://doi.org/10.1016/j.ijar.2018.11.001>
- [5] Zhong, Y., Li, Y., Yang, Y., Li, T. and Jia, Y. (2022) An Improved Three-Way Decision Model Based on Prospect Theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, **142**, 109-129. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2021.11.011>
- [6] He, X., Wei, L. and She, Y. (2018) L-Fuzzy Concept Analysis for Three-Way Decisions: Basic Definitions and Fuzzy Inference Mechanisms. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, **9**, 1857-1867. <https://doi.org/10.1007/s13042-018-0857-y>
- [7] Lang, G. (2022) Three-Way Conflict Analysis: Alliance, Conflict and Neutrality Reducts of Three-Valued Situation Tables. *Cognitive Computation*, **14**, 2040-2053.
<https://doi.org/10.1007/s12559-021-09905-x>
- [8] Wang, Z., Qi, J., Shi, C., Ren, R. and Wei, L. (2023) Multiview Granular Data Analytics Based on Three-Way Concept Analysis. *Applied Intelligence*, **53**, 14645-14667.
<https://doi.org/10.1007/s10489-022-04145-4>
- [9] Yao, Y. (2021) Set-Theoretic Models of Three-Way Decision. *Granular Computing*, **6**, 133-148.
<https://doi.org/10.1007/s41066-020-00211-9>
- [10] Xu, W., Yan, Y. and Li, X. (2022) Three-Way Decision with Ranking Tuple on Information Tables. *Information Sciences*, **613**, 682-716. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.09.016>
- [11] Hu, B. (2014) Three-Way Decisions Space and Three-Way Decisions. *Information Sciences*, **281**, 21-52. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2014.05.015>
- [12] 杨文听, 易黄建, 陈跃, 李小南. 基于不完备信息系统的三支冲突分析[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2022, 50(3): 43-51.
- [13] 钟婷. 基于粒计算的三支冲突分析模型研究[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 长沙理工大学, 2020: 1-41.

- [14] 郭淑蓉. 基于区间直觉模糊信息系统的三支冲突分析[D]: [硕士学位论文]. 太原: 山西师范大学, 2022: 1-49.
- [15] Lang, G., Luo, J. and Yao, Y. (2020) Three-Way Conflict Analysis: A Unification of Models Based on Rough Sets and Formal Concept Analysis. *Knowledge-Based Systems*, **194**, Article 105556. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.105556>
- [16] Lang, G. (2020) A General Conflict Analysis Model Based on Three-Way Decision. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, **11**, 1083-1094. <https://doi.org/10.1007/s13042-020-01100-y>
- [17] Lang, G., Miao, D. and Fujita, H. (2020) Three-Way Group Conflict Analysis Based on Pythagorean Fuzzy Set Theory. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, **28**, 447-461. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2019.2908123>
- [18] Lang, G. and Yao, Y. (2021) New Measures of Alliance and Conflict for Three-Way Conflict Analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, **132**, 49-69. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2021.02.003>
- [19] Li, X., Wang, X., Lang, G. and Yi, H. (2021) Conflict Analysis Based on Three-Way Decision for Triangular Fuzzy Information Systems. *International Journal of Approximate Reasoning*, **132**, 88-106. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2020.12.004>
- [20] Luo, J., Hu, M., Lang, G., Yang, X. and Qin, K. (2022) Three-Way Conflict Analysis Based on Alliance and Conflict Functions. *Information Sciences*, **594**, 322-359. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.01.067>
- [21] Lang, G. and Yao, Y. (2023) Formal Concept Analysis Perspectives on Three-Way Conflict Analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, **152**, 160-182. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2022.10.014>
- [22] Du, J., Liu, S., Liu, Y. and Yi, J. (2022) A Novel Approach to Three-Way Conflict Analysis and Resolution with Pythagorean Fuzzy Information. *Information Sciences*, **584**, 65-88. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.10.051>
- [23] Suo, L.-W. and Yang, H. (2022) Three-Way Conflict Analysis Based on Incomplete Situation Tables: A Tentative Study. *International Journal of Approximate Reasoning*, **145**, 51-74. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2022.03.004>
- [24] Yi, H., Zhang, H., Li, X. and Yang, Y. (2021) Three-Way Conflict Analysis Based on Hesitant Fuzzy Information Systems. *International Journal of Approximate Reasoning*, **139**, 12-27. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2021.09.002>
- [25] Yao, Y. (2019) Three-Way Conflict Analysis: Reformulations and Extensions of the Pawlak Model. *Knowledge-Based Systems*, **180**, 26-37. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2019.05.016>
- [26] Lang, G., Miao, D. and Cai, M. (2017) Three-Way Decision Approaches to Conflict Analysis Using Decision-Theoretic Rough Set Theory. *Information Science*, **406-407**, 185-207. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.04.030>

- [27] 李健. 基于三支决策的双层冲突分析方法研究[D]: [硕士学位论文]. 无锡: 江南大学, 2022: 1-51.
- [28] 李浩. 基于广义模糊软信息系统下的三支冲突分析[J]. 应用数学进展, 2023, 12(4): 1634-1639.
<https://doi.org/10.12677/AAM.2023.124168>
- [29] 王艺超, 王振, 魏玲等. 多值冲突表的复合冲突程度分析[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2022, 52(5): 805-812.