Astronomy and Astrophysics 天文与天体物理, 2016, 4(1), 12-19
Published Online January 2016 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/aas
http://dx.doi.org/10.12677/aas.2016.41002

Perturbation Influence of the Centrifugal Force on the Radial and Altitude Differential Rotation in the Solar Interior

Linsen Li

School of Physics, Northeast Normal University, Changchun Jilin
Email: lils653@nenu.edu.cn

Received: Jan. 11th, 2016; accepted: Jan. 26th, 2016; published: Jan. 29th, 2016

Abstract

Perturbation influence of the centrifugal force on the radial and latitude differential rotation in the solar interior is studied. The integral formula for influence of the perturbation force on the differential rotation is given. The influence factor of the differential rotation at $r = 0.7R_\odot$ under the solar rotational velocity as a constant by using a solar polytropic model is derived. The perturbation factor Q is the functions of polytropic model and internal latitude, ϕ, radial r or depth H. The numerical values of the perturbation factors for influence of the centrifugal force on the internal radial and latitude differential rotation at the depths $0.10R_\odot$, $0.17R_\odot$ and the latitudes 0°, 45°, 60°, 75°, 90° are calculated. The numerical results are listed in Table 1. The numerical and theoretical results are discussed.

Keywords

Centrifugal Force in the Solar Interior, Internal Radial and Latitude Differential Rotation, Perturbation Influence

太阳内部离心力对内部径向和纬向较差自转的摄动影响

李林森

东北师范大学物理学院，吉林 长春

文章引用: 李林森. 太阳内部离心力对内部径向和纬向较差自转的摄动影响[J]. 天文与天体物理, 2016, 4(1): 12-19.
http://dx.doi.org/10.12677/aas.2016.41002

Email: lils653@nenu.edu.cn

收稿日期：2016年1月11日；录用日期：2016年1月26日；发布日期：2016年1月29日

摘　要

研究了太阳内部离心力对太阳内部径向和纬向较差自转的摄动影响。给出了内部摄动力对较差自转影响的积分式。利用太阳多方模型理论推出了从太阳表面到径向 $r = 0.7R_{\odot}$ 的深度处在内部自转角速不变的情况下离心力对较差自转的摄动影响因子Q，摄动因子Q为多方模型函数以及纬度Φ和径向r或深度H的函数。利用所推出的理论式子计算出由太阳表面向下深度 $0.10R_{\odot}$ 和 $0.17R_{\odot}$ 以及内部纬度0˚，45˚，60˚，75˚，90˚在该处的离心力对内部径向和纬向较差自转影响因子Q的数值。数值结果列入表1。最后讨论了给出的理论和数值的结果。

关键词

太阳内部离心力，内部径向和纬向较差自转，摄动影响

1. 引言

研究太阳自转的问题，是一项有研究价值和有意义的问题。因为对于这一问题的研究不仅同太阳的演化有联系，而且也同太阳内部物理过程和表面活动现象有联系。由于太阳不是固体星而是流体星，因此在不同纬度处自转角速度有所不同。人们对这种较差自转现象的研究和观测已有一百多年的研究史，但对于较差自转产生的机理有些尚不完全清楚。最先人们对太阳较差自转仅限于表面较差自转的研究。目前人们已深入到太阳内部较差自转的探讨。作者在文[1]曾回顾了 1985 以前过去 130 年对较差自转的研究和观测史，介绍了在过去一百多年来人们对太阳表面和内部较差自转的研究以及较差自转产生的机制。到底内部较差自转是怎样产生的有所概述。实际上，太阳内部较差自转是和内部的子午环流的径向速度相联系。文[2]首先利用各向异性粘滞性理论计算了太阳较差自转和环流流动的关系。文[3]在研究太阳较差自转和子午环流的关系发展了文[2]理论。文中认为太阳内部较差自转是对流带中大尺度的子午环流所维持并指出所观测到的较差自转产生在对流带的底下部分，在那里自转和对流带的相互作用推动着整个对流带上的子午环流而子午环流又引起较差自转。到 1985 年以后有些作者如文[4]和文[5]均从流体力学研究急速自转的流体球层对流运动理论，但较少结合太阳内部较差自转的研究。

另一方面，太阳外部和内部的各种摄动力通过子午环流也会影响内部较差自转。例如重力，行星的起潮力，离心力(科里奥利力)，内部电磁力均会影响太阳内部的较差自转。作者在文[6]曾研究行星联珠时行星起潮力对太阳内部较差影响的定量数值结果，但这种起潮力对太阳内部较差自转的影响甚微。[5]曾从流体力学研究恒星和行星内部自转产生的科里奥利力在对流深处所起的作用，但没有结合太阳物理模型给出离心力对内部径向和纬向较差自转的效应。本文结合太阳物理模型研给出了太阳内部离心力对径向和纬向较差的效应的表达式并计算了效应的数值结果。

2. 太阳内部子午环流速度和太阳内部较差自转的关系式

太阳内部子午环流的径向速度影响着太阳内部较差自转的变化。Durney (1974)从粘滞流体动力方程给出太阳内部较差自转角速度为深度和纬度的函数的理论公式[3]

$$\Omega(r\cdot\theta)=\Omega_o\left[1+\omega_o(r)+\omega_2(r)P_2(\cos\theta)\right] \tag{1}$$

$$\text{其中}\quad \left.\begin{aligned} \omega_2(r) &= \frac{2}{3\nu}\int_r^{R_\odot}\left(\psi/r^2\rho\right)\mathrm{d}r, \\ \omega_0(r) &= -0.189+\frac{4}{3\nu}\int_r^{R_\odot}\left(\frac{\psi}{r^2\rho}\right)\mathrm{d}r. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

太阳内部子午环流在子午圈上的速度分量是

$$\left.\begin{aligned} V_r &= \frac{2\psi}{r^2\rho}P_2(\cos\theta) \\ V_\theta &= -\frac{\psi}{r^2\rho}\sin\theta\cos\theta. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中 ψ 为流函数，θ 为球坐标的余纬度。Ω_o 为太阳表面赤道角速度。将(3)式中的 $\Psi/r^2\rho = V_r/2P(\cos\theta)$ 代入(2)式中，则有

$$\left.\begin{aligned} \omega_o(r) &= \frac{1}{3\nu P_2(\cos\theta)}\int_r^{R_\odot}V_r\mathrm{d}r \\ \omega_2(r) &= -0.189+\frac{2}{3\nu P_2(\cos\theta)}\int_r^{R_\odot}V_r\mathrm{d}r \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

将(4)式代入(1)式，即得太阳内部较差自转和内部径向子午环流在子午圈上的径向速度的积分关系式

$$\Omega(r,\theta) = \Omega_o\left\{1-0.189P_2(\cos\theta)+\frac{2}{3\nu}\left[\frac{1}{2P_2(\cos\theta)}+1\right]\int_r^{R_\odot}V_r\mathrm{d}r\right\} \tag{5}$$

式中 ν 为太阳内部粘滞系数。 $P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}\left(3\cos^2\theta-1\right)$。(Legerdre 多项式)。

3. 太阳内部摄动力对太阳内部较差自转影响的关系式

太阳内部各种摄动力对较差自转的影响通过子午环流速度来实现的。Barer 和 Kippenhahn (1959)曾将摄动力对较差自转的作用同子午环流径向速度 V_r 联系起来并给出下列关系式[3] [7]

$$V_r = \frac{L}{4\pi GM\rho R}\frac{\nabla_{ad}}{\nabla-\nabla_{ad}}\chi \tag{6}$$

式中 $\nabla_{ad} = \left(\frac{\mathrm{d}\ln T}{\mathrm{d}\ln P}\right)_{ad}$， $\nabla = 1-\frac{\mathrm{d}\ln\rho}{\mathrm{d}\ln P}$。

L，M，R， ρ 和 P 表示太阳光度，质量，半径，密度和压力，而 χ 为摄动力 f 对重力 g 在太阳内部径向 r 处之比的因子，即

$$\chi = \frac{f}{g}.$$

在实际计算时，Kippenhahn 取 $\frac{\nabla_{ad}}{3(\nabla-\nabla_{ad})} \approx 1$,

将(6)式代入(5)式，即得太阳内部较差自转角速度同内部摄动力的因子 χ 的积分关系式

$$\Omega(e,\theta) = \Omega_o\left\{1-0.189P_2(\cos\theta)+\frac{L}{36\nu\pi GMR\rho}\left[\frac{1}{P_2(\cos\theta)}+2\right]\int_x^{R_\odot}\chi\mathrm{d}r\right\} \tag{7}$$

因此，摄动力对较差自转影响的表达式 Q

$$Q = \frac{L}{36\pi GMR\rho}\left[\frac{1}{P_2(\cos\theta)} + 2\right]\int_r^{R_\Theta} \chi \mathrm{d}r \tag{8}$$

积分式内的 χ 代表各种摄动力因子，如重力，离心力，起潮力以及电力和磁力等摄动因子，但尚未表现出各种摄动力对较差自转的效应。我们必须将各种摄动力因子，如本文中的离心力因子对 dr 积分后所得的理论式子和数值才是离心力对较差自转的效应，这是本文在第 4 节中的主要工作。

4. 太阳内部离心力对太阳内部较差自转的影响

由(7)式可以推算太阳内部离心力对太阳较差自转的影响。首先需要给出摄动力因子 χ 的式子。因为离心力

$$f = \omega(r)^2 rm,\ \ g = GM(r)m/r^2 .$$

所以

$$\chi_{rot} = f/g = \omega(r)^2 r/GM(r)/r^2 = \frac{\omega(r)^2 r^3}{GM(r)}. \tag{9}$$

太阳内部自转角速 ω 是径向 r 的函数[8] [9]，

$$\omega(r)^2 = \lambda + \mu r^2.$$

式中 λ 和 μ 为常数。实际上，太阳内部角速度变化不是径向 r 的连续函数，对不同层有不同角速度。本文首先研究太阳内部在距表面 r 或深度 H 处角速度 ω 不随径向 r 或深度 H 变化，其中 r 是由太阳中心量起的径向矢量，根据文[11] [15]从太阳表面到径向 $r = 0.70R_\odot$ 内部角速度不变。在这种情况下 $\omega(r) = \omega_\Theta = \text{const}$，即 ω 和太阳表面自转角速度 $\Omega_0 = \omega_\Theta$ 两者一样。将(8)式代入(7)式

$$\Omega(r,\theta) = \Omega_o\left\{1 - 0.189P_2(\cos\theta) + \frac{L_\Theta \omega_\Theta^2}{36\pi\nu G^2 M_\Theta R_\Theta \rho_\Theta}\left[\frac{1}{P_2(\cos\theta)} + 2\right]\int_r^{R_\Theta}\frac{r^3}{M(r)}\mathrm{d}r\right\}. \tag{10}$$

根据太阳内部多方模型理论，对 r 和 $M(r)$做如下变换：

$$M(r) = 4\pi\int_o^r r^2\rho \mathrm{d}r \tag{11}$$

用多方模型理论采用下列变换[10]：

$$\begin{cases} r = a\xi = \left[\dfrac{(n+1)K_n}{4\pi G}\right]^{1/2}\rho_c^{\frac{1-n}{2n}}\xi, \\ \alpha = \left[\dfrac{(n+1)K_n}{4\pi G}\right]^{1/2}\rho_c^{\frac{1-n}{2n}}. \end{cases} \tag{12}$$

式中 K_n 为待定常数，n 为多方指数，ρ_c 分别表示太阳－中心密度，ψ 为多方模型函数。

将多方模型函数 ψ 和密度的关系式

$\rho = \rho_c\psi$ 以及 $\mathrm{d}r = \alpha\mathrm{d}\xi$ 代入(11)式，有

$$M(r) = M(\xi) = 4\pi\alpha^3\rho_c\int_o^\xi \xi^2\Psi^n\mathrm{d}\xi.$$

用 $\dfrac{1}{\xi^2}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\left(\xi^2\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right) = -\Psi^n$，

$$M(r)=M(\xi)=-4\pi\alpha^3\rho_c\int_o^\xi\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\left(\xi^2\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right)\mathrm{d}\xi=-4\pi\alpha^3\rho_c\xi^2\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi},$$

将(12)式的α代入上式，可得

$$M(r)=-4\pi\left[\frac{(n+1)K_n}{4\pi G}\right]^{3/2}\rho_c^{\frac{3-n}{2n}}\left(\xi^2\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right).$$

对于太阳取 $n=3/2=1.5$ [10]，则上式变为

$$M(r)=M(\xi)=-4\pi\left(\frac{5K_n}{8\pi G}\right)^{3/2}\rho_c^{1/2}\left(\xi^2\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right)=-4\pi\Delta^{3/2}\rho_c^{1/2}\left(\xi^2\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right)\tag{13}$$

令式中$\frac{5K_n}{8\pi G}=\Delta$。

$$\begin{cases}r=\alpha\xi=\left[\dfrac{5K_n}{8\pi G}\right]^{1/2}\rho_c^{-1/6}\xi\\ r^3=\Delta^{3/2}\rho_c^{-1/2}\xi^3,\\ \mathrm{d}r=\Delta^{1/2}\rho_c^{-1/6}\mathrm{d}\xi\end{cases}\tag{14}$$

式中K_n是由太阳表面边界值$r=R_\Theta$和$\xi=\xi^\bullet$决定的常数。由(14)式第一个式子可得

$$K_n=\frac{8\pi GR_\Theta^2}{5\left(\xi^\bullet\right)^2}\rho^{1/3}\tag{15}$$

将(13)的$M(r)$和(14)式的r^3代入(10)式

$$\begin{aligned}\int_r^{R_\Theta}\frac{r^3}{M(r)}\mathrm{d}r&=\frac{\Delta^{1/2}}{-4\pi\rho_c^{7/6}}\int_\xi^{\xi^*}\frac{\xi^3\mathrm{d}\xi}{\xi^2\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}}=\frac{\Delta^{1/2}}{4\pi\rho_c^{7/6}}\int_\xi^{\xi^*}\left[-\xi\Big/\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]\mathrm{d}\xi\\&=\frac{\Delta^{1/2}}{4\pi\rho_c^{7/6}}\left[-\xi\Big/\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]\int_\xi^{\xi^*}\mathrm{d}\xi\end{aligned}\tag{16}$$

$$\because r=\alpha\xi=\Delta^{1/2}\rho_c^{-1/6}\xi,\quad r^3=\Delta^{3/2}\rho_c^{-1/2}\xi^3$$

r和ξ取表面值$r\to R_\Theta$，$\xi\to\xi^*$，则有$R_\Theta=\Delta^{1/2}\rho_c^{-1/6}\xi^*$和$\Delta^{1/2}=\rho_c^{1/6}\left(R_\Theta/\xi^*\right)$。再将$\Delta^{1/2}$代入积分式(15)，则有

$$\begin{aligned}\int_r^{R_\Theta}\frac{r^3}{M(r)}\mathrm{d}r&=\frac{3}{4\pi\rho_c}\left(\frac{R_\Theta}{\xi^\chi}\right)\left[-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]\left(\xi^*-\xi\right)\\&=\frac{3R_\Theta}{4\pi\rho_C}\left(-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right)\left(1-\xi/\xi^*\right)\end{aligned}$$

令$r=xR_\Theta=\alpha\xi$，$R_\Theta=\alpha\xi^*$，$\therefore\xi/\xi^*=x$，$x=\frac{r}{R_\Theta}$

$$\int_r^{R_\Theta}\left[r^3/M(r)\right]\mathrm{d}r=\frac{3R_\Theta}{4\pi\rho_c}\left[-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right](1-x)$$

因为$1-x=1-\frac{r}{R_\Theta}=\frac{R_\Theta-r}{R_\Theta}=H/R_\Theta$，$H=R_\Theta-r$ (由太阳表面向下的深度)，所以有

$$\int_r^{R_\Theta}\frac{r^3}{M(r)}\mathrm{d}r=\frac{3R_\Theta}{4\pi\rho_c}\left[-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]\left(1-\frac{r}{R_\Theta}\right)=\frac{3}{4\pi\rho_c}\left[-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]H \tag{17}$$

将(17)式代入(10)式最后项便得到离心力对太阳内部较差自转的效应项，即(8)式

$$\begin{aligned}Q&=\frac{L_\Theta\omega_\Theta^2}{48\pi^2\nu G^2M_\Theta\rho_\Theta\rho_c}\left[\frac{1}{P_2(\cos\theta)}+2\right]\left[-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]\left(1-\frac{r}{R_\Theta}\right)\\&=\frac{L_\Theta\omega_\Theta^2}{48\pi^2\nu G^2M_\Theta\rho_\Theta\rho_c}\left[\frac{1}{P_2\cos\theta}+2\right]\left[-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}\right]H\end{aligned} \tag{18}$$

式中 r 是由太阳中心量起的径向，H 是由太阳表面向下量起的深度两者都以太阳半径 R_Θ 为单位，$-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}$ 为 $\xi(r)$ 的函数，可由多方模型指数 n 的表查到对应值的函数值[10] [13]。(10)式可以写成

$$\Omega=\Omega_o\left[1-0.189P_2(\cos\theta)+Q(\phi,H,\xi)\right] \tag{19}$$

Ω_o 为太阳赤道自转角速度，$P_2(\cos\theta)=\frac{1}{2}\left(3\cos^2\theta-1\right)$。

5. 数值结果

本文的理论结果适用于太阳内部角速度不变的部分或太阳内部角速度同太阳表面角速度一致的部分，即从太阳表面向下深度 H 或直到 $r/R_\Theta=0.7$ 的角速不变部分，但角线速度各部是不同的。文[11] [15]认为太阳内部角速度从表面直到 $r=0.7R_\Theta$ ($r/R_\Theta=0.7$)几乎不变，这意味着从太阳表面向下深度 $H=0.3R_\Theta$ 部分角速度几乎不变。故本文取太阳内部这样深度作为本文的研究和计算部分。为此选取以下太阳的物理数据[12] $M=1.989\times10^{33}$ g，$R_\odot=6.9599\times10^{10}$ cm，$L=3.826\times10^{33}$ erg/s，$\rho=1.409\ \mathrm{g/cm^3}$，$\rho_c=160\ \mathrm{g/cm^3}$。

在 $r=0.7R_\Theta$ 到太阳表面 $r=R_\Theta$ 处太阳内部自转角速度应该等于太阳表面赤道角速度，即

$$\Omega_o=2.865\times10^{-6}\ \mathrm{rad/s}=\omega_\Theta$$

太阳内部粘滞系数可引用 Eddington 给出数值[13]

$$\nu=\eta_R=15.3$$

K_n 数值由(15)式确定。边界值 $\xi^\bullet$ 由多方模型边界值表给出[10]，对于太阳 n = 1.5 查表可知 $\xi^\bullet=3.6571$. 将 $\xi^\bullet$，R_Θ，ρ_c 各值代入(15)式可得 $K_n=1.1451\times10^{15}\ \mathrm{dyn\cdot cm^{-1}\cdot g^{-1}}$，$\Delta=\frac{5K_n}{8\pi G}=3.4275\times10^{21}$，

$$\Delta^{1/2}=5.8545\times10^{10},\quad \rho_c^{-1/6}=0.4292,\quad \alpha=\Delta^{1/2}\rho_c^{-1/6}=2.5127\times10^{10}$$

由此可给出 $\xi=r/\alpha=r/\Delta^{1/2}\rho_c^{-1/6}$ 的数值(对不同的 r)，由 ξ 值查多方函数表(对于 n = 1.5)对应的函数 $-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\xi}$ 的数值[10] [13]。本文选取在 Ψ 对流区域内径向 r = 0.90 $R_\odot$和 r = 0.83 $R_\odot$得到对应值 ξ 为 2.5 和 2.3 [13]。从表查知对应的$-\xi\Big/3\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}\xi}$ 值为 1.644 和 1.0544。2.3 的对应值是用 2 和 2.5 的对应值的内插得到的[13]。文[13]中的 z 相当于本文中的 ξ，而 u 相当于 Ψ。因为(7)式中的因子 $F(\theta)=\left[1/P_2(\cos\theta)+2\right]$，其中 θ 是余纬度，需转换成纬度 $\phi=90^\circ-\theta$，$\cos\theta=\sin\phi$，即由 $F(\theta)$ 转换成 $F(\phi)$，同样，需要将 i-0.189P_2(cosθ)转换成 1 − 0.189P_2(sinφ)的数值。

根据文[11]，从太阳表面到径向 r = 0.70$R_\odot$以内自转角速度不变，而从太阳表面到径向 r = 0.75$R_\odot$为对流区域。因为较差自转发生在对流层内，故必须研究从太阳表面到经向 r = 0.75 以内处深度的较差自

转效应。因此本文取径向 $r = 0.83R_\odot$，$H = 0.17R_\odot$和 $r = 0.90R_\odot$，$H = 0.10R_\odot$处的较差自转效应。将以上各数据代入(18)式便得效应因子 Q 和 $1 - 0.189P_2(\sin\varphi)$以及 Ω/Ω_0 的数值列入表 1。

6. 对理论和数值结果的讨论

1) 从表 1 的计算结果表明太阳内部离心力对太阳内部径向和纬向较差自转均有影响。从表面向下愈深径向较差自转影响因子 Q 就愈大。另外，对于纬向的影响正好相反。在赤道处 0 度 Q 值为零(无影响)从纬度 45°开始纬度愈高影响因子 Q 值愈小。虽然如此，因为 $1 - 0.189P_2(\sin\varphi)$的值随纬度增高而减小，但它加上 Q 值所得总的数值在赤道处有最大值，随纬度增高而减小。这说明即使包括离心力效应 Q 值，(Q 值在赤道处为零)，太阳仍有赤道自转加速现象。

数值结果同理论结果相一致。例如：将纬度 $\phi = 0^\circ$，用 $\theta = 90^\circ - \phi$ 代入(7)式中的因子 $\left[\frac{1}{P_2\cos(\theta)} + 2\right] = 0$，这和表 1 中 $Q = 0$ 相一致。

2) 本文的理论推导公式用太阳多方模型(Polytropic model)基础上给出的，但太阳模型结构不仅由多方模型组成而还有太阳辐射平衡模型部分。可是本文研究内部较差自转是在深度 $0.10R_\Theta$ 和 $0.17R_\Theta$ 处，该处主要受对流区域所支配，对流区域下部才是辐射平衡区域。故本文用多方模型理论推导离心力对内部较差自转的影响在对流区域可以用多方模型推算而不考虑辐射层的影响

3) 在太阳对流区域适合采用太阳自转角速度不变的理论，正如文[11]指出：根据日震学观测反演得到太阳从表面直到对流层底太阳自转角速度基本不变。太阳在主序前是完全对流的借助对流摩擦在上下之间充分交换角动量，使太阳自转角速度不随深度变化(均匀自转)，进入主序星形成了辐射中层，只留下表面附近对流层保持着均匀自转。故本文取这一部分在角速不变的情况下研究离心力对太阳内部较差自转的影响是适宜的。

4) 本文所研究的离心力对太阳内部较差自转的影响区域与太阳内部磁场无关。文[14]指出，太阳对流层没有磁场，自转方式取决于对流，而对流下面的辐射区域有磁场，自转方式取决于磁场。故本文研究的区域与磁场无关。

Table 1. Numerical results for the perturbation influence of centrifugal force on the radial and latitude differential rotation in the solar interior
表 1. 太阳内部离心力对内部径向和纬向较差自转的摄动影响的数值结果

$r\ (R_\odot)$	$H\ (R_\odot)$	ξ	$-\xi\Big/3\frac{d\Psi}{d\xi}$	$\phi(\deg)$	Q	$1-0.189P_2(\sin\phi_2)$	Ω/Ω_0
0.90	0.10	2.5	1.644	0	0	1.0945	1.0945
0.90	0.10	2.5	1.644	45	0.0021	0.9527	0.9548
0.90	0.10	2.5	1.644	60	0.0013	0.8819	0.8832
0.90	0.10	2.5	1.644	75	0.0011	0.8300	0.8311
0.90	0.10	2.5	1.644	90	0.0010	0.8100	0.8120
0.83	0.17	2.3	1.5504	0	0	1.0945	1.0945
0.83	0.17	2.3	1.5504	45	0.0034	0.9527	0.9561
0.83	0.17	2.3	1.5504	60	0.0021	0.8819	0.8840
0.83	0.17	2.3	1.5504	75	0.0018	0.8300	0.8318
0.83	0.17	2.3	1.5504	90	0.0017	0.8100	0.8127

5) 正如引言节所述，太阳较差自转产生在对流区域，特别在对流带底下部分。根据文[11]，太阳内部对流区域是在径向 $r = 0.75R_\odot$到太阳表面部分。此外，太阳内部角速度不变(ω = const)是从太阳表面到径向 $r = 0.70R_\odot$的区域[11][15]，所以，本文研究太假较差自转径向部分不仅选取从太阳表面到 $r = 0.7\ R_\odot$处，而且还必须从太阳表面到 $r = 0.75R_\odot$以内区域包括 $r = 0.75\ R_\odot$。因此，本文计算太阳的两个径向 $r = 0.90\ R_\odot$ (深度 $H = 0.10R_\odot$)和 $r = 0.83\ R_\odot$ ($H = 0.17\ R_\odot$)适宜上述两个条件。

参考文献 (References)

[1] 李林森. 天文与天体物理, 2013, 1: 45

[2] Kippenhahn R. Proceeding of International School of Physics “Envico Fermi” Couse X X V III. Stellar Evolution, 1963: 330

[3] Durney B. ApJ, 1974, 190: 211 http://dx.doi.org/10.1086/152865

[4] 李林森. 东北师大学报(自然科学版), 1981, 4: 23

[5] Zhang K. J.Fluid.Mech, 1992, 236: 535 http://dx.doi.org/10.1017/S0022112092001526

[6] Zhang K, Schubert G. ApJ, 2002, 572: 461 http://dx.doi.org/10.1086/340288

[7] Baker N, Kippenhahn R. ZfAstrophysik, 1959, 48: 140

[8] Wilczinski E J. Hydrodynamische Undersuchungen mit Anwendung auf die Theoriedes Sonnen Rotation. Berlin: Mayer and Muller, 1897

[9] 关口鲤吉. 太阳, 岩波书店, 1926

[10] 荒木俊马, 清永嘉一. 恒星物理学. 宇宙物理学研究会出版社, 1950: 259, 262

[11] 林元章. 太阳物理学. 北京: 科学出版社, 2000: 12, 129

[12] Allen, C W. Astrophysical Quantities, The Athlone: University of London, 1973: 161, 163, 180

[13] Eddington A S. The Internal Constitution of the Stars. Cambridge: Cambridge University Press, 1926: 281

[14] Lundquist S. Arkiv f Math. Astr. O Fysik, 1948: 35A, N27

[15] 熊大润. 天文学进展, 1988, 6: 8