

运用工程案例讲解《材料力学》中的叠加原理

李同杰*, 张立勇, 缙瑞宾, 宛传平, 李忠芳

安徽科技学院, 机械工程学院, 安徽 凤阳

收稿日期: 2022年1月14日; 录用日期: 2022年2月11日; 发布日期: 2022年2月18日

摘要

以安徽科技学院机械类专业《材料力学》课程中叠加原理的讲授为例, 系统演示了专业工程案例式教学法的具体操作步骤及其优势。通过专业工程案例式教学法极大地提高学生们的学习兴趣, 适应当前应用型本科高校基础课程学时相对较少以及学生数理基础不高的现实。

关键词

专业工程案例式教学法, 叠加原理, 案例说明

Explain the Superposition Principle in Mechanics of Materials with Engineering Cases

Tongjie Li*, Liyong Zhang, Ribin Go, Chuanping Wan, Zhongfang Li

College of Mechanical Engineering, Anhui Science and Technology University, Fengyang Anhui

Received: Jan. 14th, 2022; accepted: Feb. 11th, 2022; published: Feb. 18th, 2022

Abstract

Taking the teaching of superposition principle in the course of Material Science of mechanical major in Anhui University of Science and Technology as an example, the concrete operation steps and advantages of professional engineering case-based teaching method are systematically demonstrated. Through the professional engineering case teaching method, students' interest in learning basic courses can be greatly improved to adapt to the reality that the basic courses of application-oriented universities have relatively few hours and students' mathematical foundation is not high.

*通讯作者。

Keywords

Case Teaching Method of Professional Engineering, Superposition Principle, Case Description

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

安徽科技学院定位于高水平应用型本科高校。为了提升本科生对专业公式、定理的深入理解和应用水平,我校从 2015 年开始在机械工程各专业的专业基础课程中开始推广使用专业工程案例式教学法。该教学法经过课堂工程案例的讨论、提出问题、介绍并引入解决问题所需要的基础知识、解决问题、总结引申 5 个教学步骤,使学生能够更加深刻地理解所学基础课程知识的专业用途以及用法,在这个过程中相对弱化公式定理的理论推导,实际上体现了一种由特殊到一般的知识建构过程,更加符合应用型本科高校的办学特点和学生的数理基础特点[1] [2] [3] [4]。工程案例教学可以极大提高学生们学习基础力学的兴趣。通过工程案例教学,学生们可以真实、具体地感受到课堂知识对他们专业的重要性,激起学习的兴趣,变被动学习为主动学习。以下是机械工程专业《材料力学》叠加原理教学中的一个工程案例。

叠加原理是机械工程各专业《材料力学》课程中的一个重要定理。该定理的核心含义是说多个载荷综合作用下塑形金属材料线弹性变形范围内的内力、应力、变形、应变等物理量,等于这些载荷分别单独作用在该金属材料上所产生的内力、应力、变形、应变的叠加。在课程组受蚌埠市行星工程机械有限公司委托为其开发的树状立体停车库的立柱尺寸设计中[5] [6] [7] [8] [9],就重点采用了《材料力学》中的叠加原理[10]。课题组总结了立柱的设计过程,最终形成了用于《材料力学》叠加原理讲解的工程案例,并应用到了本科生课堂讲解中,取得了良好的教学效果。

2. 课堂工程案例的讨论

以课题组研发的树状立体停车库为教学案例,来引入《材料力学》在实际中的应用。课程组负责人曾经受蚌埠市行星工程机械有限公司委托,设计研发一种树状立体停车库。该车库要求在占地不超过 2 m^2 的前提下停放不少于 6 辆 2 t 以下的汽车。课题组最终确定的树状立体停车库设计方案如图 1 所示,立柱占地面积只有 1.8 m^2 。

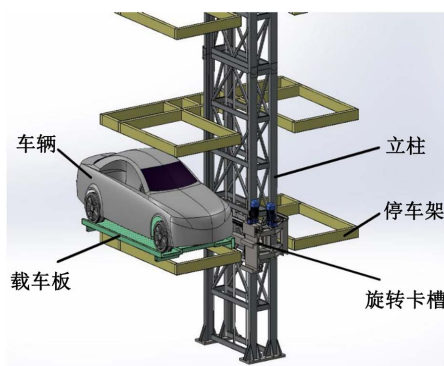


Figure 1. Design scheme of tree-shaped three-dimensional parking garage

图 1. 树状立体停车库设计方案

3. 提出问题

立柱一侧停满车辆另一侧空置，即一侧偏载时对立柱产生的侧向弯矩最大，工况相对最恶劣，其力学模型如图 2 所示。在模型中测出车辆和载车板放在一起的重心离立柱的中性轴的距离为 1900 mm，两者总重量 3000 kg，故每一层偏心载荷对立柱产生的弯矩 M_e 为

$$M_e = 1.9 \times 30000 = 57000 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (1)$$

依据 GB 1589-2016《汽车、挂车及汽车列车外廓尺寸、轴荷及质量限值》4.1.1.2 [3]中一般汽车车高限值 2200 mm，所以每层之间的间隔方案定为 $f = 2200 \text{ mm}$ 。三层立柱总的高度 H 为 8500 mm。在此工况下以及多个弯矩的综合作用下载荷下，立柱的尺寸该如何设计呢？

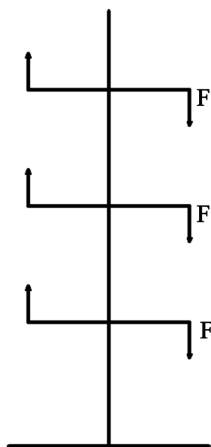


Figure 2. Simplified model of the eccentric load of the column
图 2. 立柱偏心载荷受力简化模型

4. 介绍并引入解决问题所需要的叠加原理

根据前面几步的引导，引入叠加原理：塑形材料变形在多个载荷综合作用下如果其变形始终处于线弹性范围内，那么材料的内力、应力、变形、应变等物理量，等于这些载荷分别单独作用在该金属材料上所产生的内力、应力、变形、应变的叠加。比如梁在多种载荷作用下产生的挠度 ω 、转角 θ 以及应力 σ 就分别可以按照如下公式表述

$$\omega(F_1, F_2, \dots, F_n) = \omega(F_1) + \omega(F_2) + \dots + \omega(F_n) \quad (2)$$

$$\theta(F_1, F_2, \dots, F_n) = \theta(F_1) + \theta(F_2) + \dots + \theta(F_n) \quad (3)$$

$$\sigma(F_1, F_2, \dots, F_n) = \sigma(F_1) + \sigma(F_2) + \dots + \sigma(F_n) \quad (4)$$

5. 用叠加原理解决问题

立柱结构受载模型是一个悬臂梁，在梁的不同位置承受了 3 个弯矩。按照叠加原理解释，梁在三个弯矩综合作用下的转角和挠度等于这三个弯矩分别单独作用下悬臂梁上时所产生的转角和挠度的叠加。根据《材料力学》中的挠曲线方程可以计算出立柱在极限偏载情况下顶端的挠度位移量 ω_B

$$\omega_B = \frac{M_e L^3}{2EI} \quad (5)$$

L 为悬臂梁长度； I 为立柱截面惯性矩。

立柱顶部端截面转角 θ_B

$$\theta_B = \frac{M_e L}{EI} \quad (6)$$

每一个弯矩都是由车辆和载车板的自重引起且是相等的, 分别记为 M_1 、 M_2 、 M_3 。每一个弯矩对立柱顶部产生的挠度位移记为 $\omega_j, j=1,2,3$ 。每一层端部倾斜角所造成的剩余部分立柱的端部所产生的挠度位移记为 $S_k, k=1,2,3$ 。每一个力矩所引起的立柱顶端的倾斜角记为 $\theta_k, k=1,2,3$ 。从地面开始每去掉一层后立柱余下的部分称为剩余长度 L_i , 其中 i 为去掉的层数。

$$L_i = 8.5 - 2.2 \times i \quad (7)$$

立柱顶部最大挠度为

$$\omega_j = \frac{57000 \times (2.2 \times j)^2}{2 \times 210 \times 10^9 \times I_z} \quad (8)$$

各截面倾斜角为

$$\theta_k = \frac{57000 \times (2.2 \times k)}{210 \times 10^9 \times I_z} \quad (9)$$

转角引起的挠度为

$$S_k = L_i \times \sin \theta_k \quad (10)$$

叠加法求得端部的总挠度为

$$\omega(I_z) = \sum_{j=1}^3 \omega_j + \sum_{k=1}^3 S_k \quad (11)$$

该车库起重形式类似于塔式起重机, 《起重机设计规范》(GB/T 3811-2008) 5.5.2.2 [4] 规范塔式起重机其端部的水平静位移值应不大于结构总高度的 1.34%, 即

$$\omega(I_z) \leq H \times 1.34\% = 8500 \times 1.34\% = 113.90 \text{ mm} \quad (12)$$

槽钢平面图惯性矩如下式所示

$$\omega(I_x) = \sum_{j=1}^3 \frac{57000 \times (2.2 \times j)^3}{2 \times 210 \times 10^9 \times I_x} + \sum_{k=1}^3 (8.5 - 2.2 \times k) \times \sin \left(\frac{57000 \times 2.2 \times k}{210 \times 10^9 \times I_x} \right) = 8.93 \text{ mm} \quad (13)$$

$$\omega(I_x) = 8.93 \text{ mm} < 8500 \text{ mm} \times 1.34\% = 113.90 \text{ mm} \quad (14)$$

经计算立柱总变形位移远远小于规范限定值, 满足规范要求。

立柱发生压弯扭组合变形, 按照叠加原理解释, 立柱上的最大应力应该等于压缩产生的应力与弯曲产生应力的叠加。立柱框架结构同时考虑轴向力即立柱自重和载车板及其上的车辆两者总重 F_N 引起的轴向应力以及弯矩 M_{\max} 的弯曲正应力的影响, 可以得出立柱危险部位为四根主支撑根部, 最大应力容易发生在此位置, 对立柱后侧矩形管进行强度校核, 计算如下:

$$\begin{aligned} |\sigma_{c \max}| &= \frac{F_N}{A} + \frac{M_{\max}}{W} \\ &= \frac{(38000 + 90000) \text{ N}}{4 \times (0.25 \times 0.15 - 0.22 \times 0.12) \text{ m}^2} + \frac{3 \times 57000 \text{ N} \cdot \text{m}}{8.88 \times 10^{-5} \times 8 \times 4 \text{ m}^3} \\ &= 63.06 \times 10^6 \text{ Pa} = 63.06 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (15)$$

计算应力结果立柱底部最大应力为 63.06 MPa 小于 156.67 MPa 的许用应力值, 符合强度安全要求。

6. 总结与引申

通过立体停车树立柱的设计与校核问题,深刻阐明了叠加原理的具体用途与用法。同学们举一反三,通过知识迁移,所有零部件在多种载荷作用下所产生的强度以及刚度问题都可以采用叠加原理来解决。从这一点上来说,叠加原理在机械工程中的强度与刚度问题中具有普适性,需要大家用心掌握。

基金项目

安徽省质量工程项目项目(2019jyxm0318; 2019jxtd084; 2017mooc108)。

参考文献

- [1] 李同杰,宛传平,李忠芳,缙瑞宾,张立勇. 工程案例式教学法在基础力学教学中的应用[J]. 教育进展, 2018, 8(5): 573-578.
- [2] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2017.
- [3] 张艳艳,彭杨,戴玉梅,等. 力学基础课的应用教学改革实践与探索[J]. 南京航空航天大学学报(社会科学版), 2015, 17(1): 101-103.
- [4] 张淑琴,马英忱,闫石,等. 材料力学课程案例教学的研究[J]. 大学教育, 2015(12): 159-160.
- [5] 陆体文,沈小华,刘旭帅,等. 新型立体车库升降机械设计和强度分析[J]. 起重运输机械, 2014(9): 28-34.
- [6] 徐格宁,程红玫. 基于排队论的立体车库车辆存取调度原则优化[J]. 起重运输机械, 2008(5): 50-55.
- [7] 徐鹏,谢占魁,王复兴,等. 材料力学教学中加强力学建模能力的探索与实践[J]. 力学与实践, 2014, 36(2): 226-228.
- [8] 李露,罗晓燕,刘博,周付根. 面向新工科的“多元交叉”实践教学改革研究[J]. 实验科学与技术, 2021, 19(1): 53-58.
- [9] 北京科技大学,东北大学. 工程力学: 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008: 1.
- [10] 单辉祖. 材料力学[M]. 第3版. 北京: 高等教育出版社, 2010.