

浅谈情境认知理论视域下几何画板创设的 初中数学情境

王 英, 高云柱

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2023年4月27日; 录用日期: 2023年5月24日; 发布日期: 2023年5月31日

摘 要

情境认知理论认为知识是在个体和情境的交互过程中产生的, 情境是一切知识和技能获得的基础, 其观点对数学学习情境的创设具有重要意义。本文旨在利用几何画板这一软件平台, 输出直观性的数学信号, 创设多种有效的数学情境, 进而使数学知识形象化, 激发初中学生自主探究的兴趣, 加深初中学生对知识的理解, 实现初中数学教学的高效化。

关键词

情境认知理论, 几何画板, 数学情境, 初中数学

A Brief Discussion on the Middle School Mathematics Context Created by Geometric Drawing Board in the Contextual Cognitive Theory Perspective

Ying Wang, Yunzhu Gao

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Apr. 27th, 2023; accepted: May 24th, 2023; published: May 31st, 2023

Abstract

Situational cognitive theory believes that knowledge is generated in the interaction between individuals and situations, and that situations are the basis of all knowledge and skills acquisition, and its perspective is of great significance for the creation of mathematical learning situations. This

paper aims to use the software platform of geometric drawing board to output intuitive mathematical signals and create a variety of effective mathematical contexts, thus visualizing mathematical knowledge, stimulating junior high school students' interest in independent inquiry, deepening junior high school students' understanding of knowledge, and realizing the efficiency of junior high school mathematics teaching.

Keywords

Situational Cognitive Theory, Geometric Drawing Board, Mathematical Contexts, Middle School Mathematics

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

情境认知理论始于上世纪八十年代,是继行为主义“刺激-反应”学习理论与认知心理学的“信息加工”学习理论后与建构主义大约同时出现的又一个重要的研究取向[1]。情境认知理论探究人类认知的本质和研究人类知识与真实情境的关系的一种理论。它认为知与行在情境中交互发展,人类只有在真实情境中参与实践活动,才能不断促进个人的学习和知识的积累。

在情境认知理论支撑下,数学课堂中的情境引入是提高教学质量、改革课堂教学的重大突破点。几何画板作为辅助性的教学工具,创设多种多样有意义的数学教学情境,如直观观察动态变化的情境、数学问题生活化的情境、引导自主探究的情境等。学生在生动有趣的数学情境中,激发调动已有的旧知识,经过观察、对比辨析原有的认知结构,逐步吸收内化新的知识,构建新的认知结构,使得数学学习的逻辑框架愈发清晰。

2. 情境认知理论下创设数学情境

和传统认知理论不同,情境认知理论重新阐释了学习的本质。情境认知理论的代表学者 Schon 提出知识不仅是个人心理内部表征,而且是个人与社会、情境互动的产物,知识的获得有赖于社会文化情境的创设和学习者在参与的过程中的学习和反思[2]。由此观之,学习者在学习数学的过程中,数学知识的获得知识的一个关键因素就是相应数学文化情境的创设。就数学学习的认知本质而言,对于数学知识的深入理解和熟练运用都是循序渐进的过程,知识的习得是具有情境意义的。就数学课程的学习特点而言,创设数学情境具有显著的重要性和必要性。

第一,从数学发展史来看,数学和社会的发展是彼此促进,互相依存的关系。尤其是如今的大数据时代,数学的学科应用以强劲的势头全方位渗透进人们的生活,不仅为基础教育阶段的初中数学带来丰富多彩的教学素材,而且也意味着在初中数学课堂中创设数学情境是行之有效的教学手段。

第二,学会自我思考和主动探究是学习数学的核心,教师通过平铺直叙的语言讲解来揭示某些数学概念、数学定理和公式的由来,太过无聊刻板。教师在教学中要创设多样化的、合理的情境,并且引导学生深理解该种数学思想方法,掌握该数学知识点,进而主动思考和自主探究不同数学知识点的本质特征[3]。

第三,传统的应试教育模式下,学生构建知识的逻辑过程完全等同于教师的教学过程。教师口头讲

解辅助以粉笔和黑板的板书, 以此方式去推导数学知识的产生, 这是目前初中数学的教学现状。做题的正确率是教学成果的一种直观展示, 但不是唯一的考核标准。中学教师为了提高学生做题的正确率, 从而抛弃数学知识的推理过程, 只注重解题技巧的训练。刻板的解题思路和僵化的解题方法导致初中学生对数学知识的探究欲和求知欲急剧下降, 阻碍了学生数学逻辑思维的提高。

3. 几何画板创设数学情境的优势

爱因斯坦曾说过: 科学结论几乎总是以完成的形式出现在读者面前。读者体会不到探索和发现的喜悦, 感觉不到思想形成的生动过程, 也很难达到清楚地理解全部情况[4]。这也是如今初中数学课堂教学的窘境, 数学知识几乎以结论的方式强行灌输给学生, 以解题技巧的强化作为数学思想的形成过程。如何突破这种窘境呢? 答案就是还原知识的产生过程, 通过创设数学情境来揭示数学知识的核心特征。如何合理有效地创设数学情境呢? 几何画板就是极为优秀的创设情境和辅助教学的软件。

1) 几何画板概述: 几何画板被誉为“21 世纪的动态几何”, 作为一个出色的辅助软件, 该软件以点、线、面为基本单位, 组合构造出预期的复杂图形, 构建平移、旋转等变化, 动画演示某一物体的运动轨迹, 极大程度上贴合初中数学课程中平面几何、立体几何等数学知识的教学[5]。

2) 几何画板特点:

a) 直观性: 以点、线、面为基础要素构造创设数学情境所需的多种图形, 拖动鼠标、构建运动方程等方式, 动态地展示目标对象的几何位置变化, 打破了传统意义上的静态教学过程。还可以用不同的颜色区分每一个运动对象, 使得运动变化更加清晰直观。

b) 探究性: 使用几何画板理解平面几何的基本性质, 探究不同对象的运动轨迹等几何规律, 归纳总结函数的图像、单调性等性质, 在探究中不断发现问题, 逐步加深对知识的理解, 完善自我的知识框架[5]。

c) 简便性: 几何画板制作教学课件, 省时省力, 教程简单容易掌握。

d) 差异性: 同一位教师讲解不同的知识点, 利用几何画板创设不同的数学情境。即便讲解同一个的知识点, 不同的教师还是要用几何画板创设不同的数学情境, 这是因为不同的教师讲课风格各异, 思考问题的逻辑各有千秋。

e) 精确性: 传统教学过程中, 教师徒手画立体几何图像、函数图像甚至是动点的几何轨迹。徒手作图不仅缺乏绘图准确性和规范性, 而且会浪费很多课堂教学时间, 降低了教学效率[6]。二维平面绘图要求学生具有较强的直观想象力, 加大了教学难度。几何画板能够精确地展示函数、几何和动点等动态问题, 提升教学质量, 促进学生思维的发展。

4. 几何画板创设的初中数学情境

上世纪 90 年代以来, 随着社会的飞速发展, 信息技术也逐步走进教育教学之中, 其中几何画板就是人民教育出版社在 1995 年正式汉化引入中国。初中数学知识的部分内容具有一定的抽象性, 然而初中学生的代数几何基础薄弱, 缺乏一定的空间想象力。例如学生难以深入理解二次函数的基本概念和性质, 那么掌握函数的推导方法并能熟练运用就无从谈起, 教师的教学和学生的学习就陷入了困境。随着几何画板进入中学课堂, 教师根据教育目标和教学目标, 创设有效的数学情境, 将数学知识化抽象为具体, 将数学知识的推导过程化繁为简, 启迪学生思维, 培养学生学习数学的兴趣, 提高学生的逻辑思考能力和空间想象力, 引导学生积极主动参加课堂探究活动, 实现课堂教学的高效化[7]。

1) 创设动态变化的情境

立体几何是初中数学教学的重点。因为学生的空间想象能力较弱, 所以这一知识点也成为教学的难

点。传统的数学教学课堂中, 教师采用“粉笔黑板”的板书教学, 使得立体几何以静态的形式呈现在黑板上, 教学效果和教学效率大打折扣。几何画板作为教学辅助软件走进中学数学课堂, 将二维的平面图变成三维立体图形呈现出来, 直观认识到点线面在立体图形中的数量关系。几何画板大大节省了作图时间, 也提高了作图的准确性, 抽象知识也变得更加简单直观。

案例一: 圆柱和圆台侧面展开图

教师先引导学生复习圆柱和圆台的基本概念, 再利用几何画板构造圆柱和圆台, 通过变化展开的图形来动态地演示圆柱侧面展开图(如图 1)和圆台的侧面展开图(如图 2)。帮助学生从另一个视角学习圆柱和圆台, 增强立体几何的形态变化, 加深学生对立体几何的理解, 培养学生的直观想象力和抽象思维能力。

圆台侧面展开

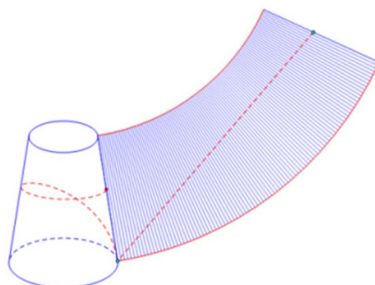


Figure 1. Side view of circular table
图 1. 圆台侧面展开图

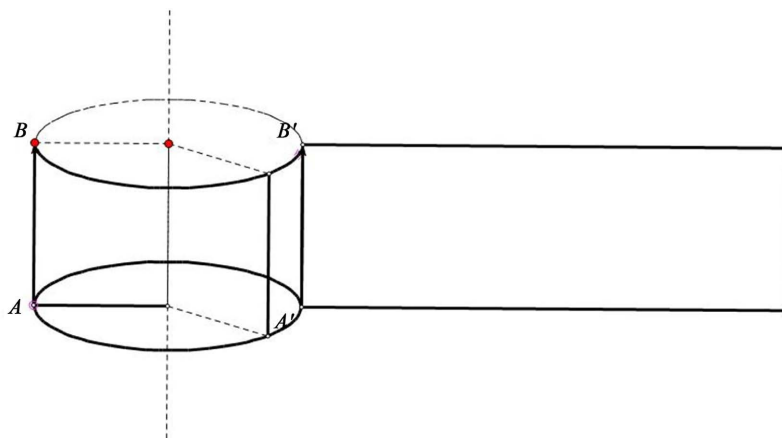


Figure 2. Side view of the cylinder
图 2. 圆柱侧面展开图

案例二: 三棱锥的体积推导

定理: “三棱锥的体积等于它的底面积 S 与高的乘积的三分之一”。立体几何的教学过程中, 认识三维图像的基本构造和空间特点是最基础的内容, 如何推导公式, 如何探索定理是立体几何的教学难点。传统的中学数学课堂中, 教材中将三棱柱分割成三个棱锥, 教师通过教材和板书讲解该定理的证明过程时, 以高站位的视角推导计算公式和总结规律。一方面忽视了学生数学知识储备的现状, 另一方面忽略了学生发现问题和分析问题的数学情境, 没有给予学生相应的思考情境[8]。这就使得学生只能死记硬背定理去解题, 而不是灵活运用定理。

教师利用几何画板构造三棱柱, 在三棱柱内部确定不同的点。两点确定一条线, 三条线确定一个面, 动态显示三棱柱被分割成三个三棱锥的过程(如图 3)。创设动态分割变化和动态组合的情境, 启发学生的空间思维能力, 诱发学生的直观性联想, 激发学生的求知欲, 增强中学数学课堂的趣味性进而有效数学课堂的教学质量。

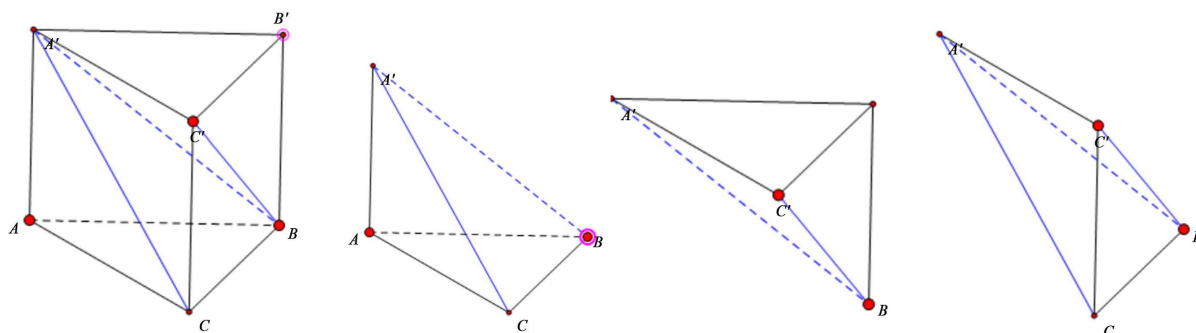


Figure 3. Derivation of the volume of a trigonal prism

图 3. 三棱柱体积推导

2) 创设对比探究的情境

学生学习新的数学知识时, 一方面联系原有的知识, 寻找记忆的着力点, 另一方面对比辨析原有的认知结构, 促成知识的分解内化。在对比辨析过程中, 原有的知识概念会产生认知阻力, 干扰学生对新知识本质属性的理解。教师利用几何画板的函数功能, 创设对比探究的数学情境就显得尤为重要。将原有的知识和新知识进行比对分析, 帮助学生扩充已有的数学认知结构, 使得数学学习的逻辑顺序和知识点框架愈发清晰。

案例三: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像和性质

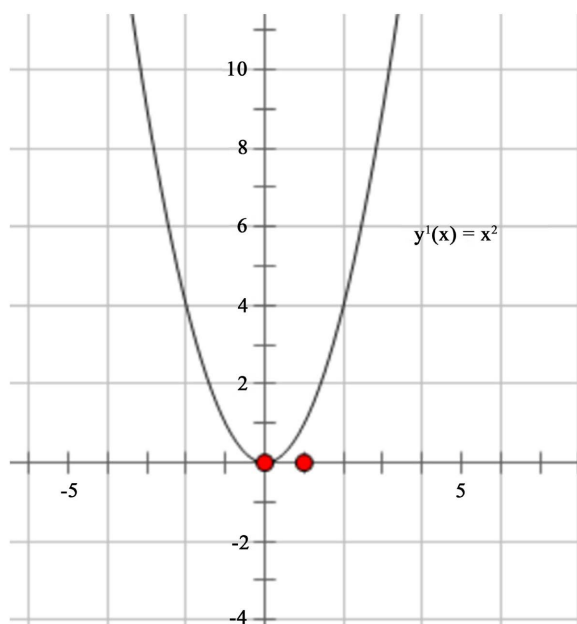


Figure 4. Function image 1

图 4. 函数图像 1

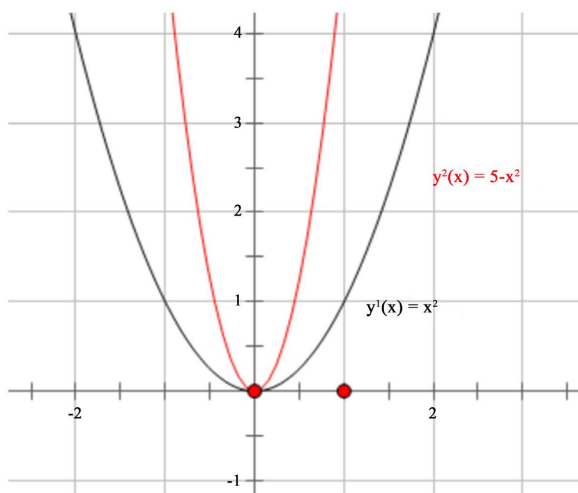


Figure 5. Function image 2
图 5. 函数图像 2

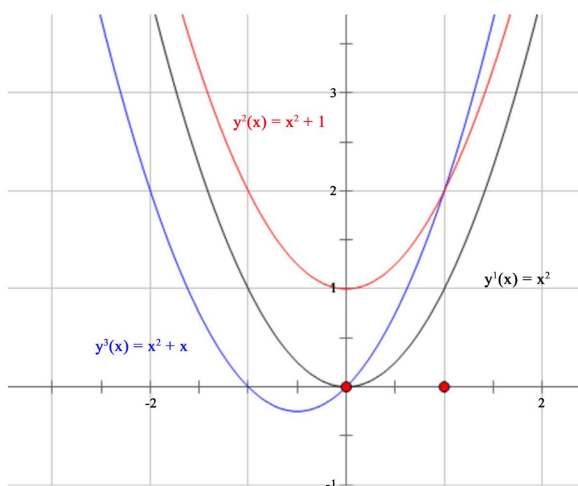


Figure 6. Function image 3
图 6. 函数图像 3

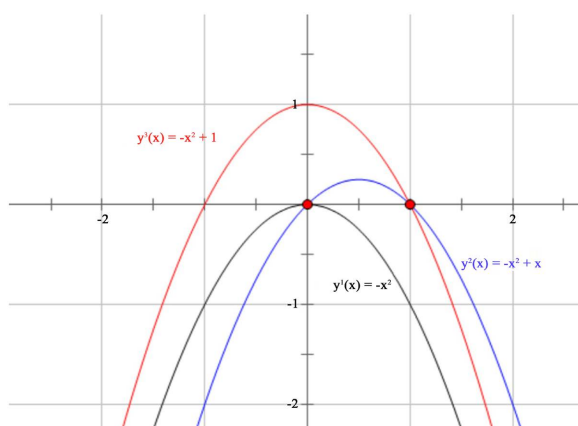


Figure 7. Function image 4
图 7. 函数图像 4

传统教学中, 教师先列表再描点徒手作图, 画出二次函数的图像, 静态分析图像, 进而函数的单调性、对称性以及函数值的增减等。在这样的教学过程中, 学生理解函数图像是很费力的。二次函数里包含很多细碎的知识点, 如: a 、 b 、 c 各自代表什么含义? 一般式、两点式和顶点式这三种表达式各自代表什么含义? 如何正确书写? 什么样的表达式更方便思考? 这些数学知识的框架结构混乱不堪, 如果学生只靠死记硬背和题海战术, 机械式重复来记忆二次函数的概念和基本性质, 那么这样的数学学习何乐之有呢?

华罗庚曾说“数缺少形时少直觉, 形缺少数时难入微”。人的思维发展是具有阶段性的, 初中学生的形象逻辑思维发达, 而抽象逻辑思维还在发展中。对学生来说, 掌握函数思想、了解函数运算方法并善于应用是非常不容易的。教师利用几何画板的函数方程先确定 3 个特殊位置, 光滑的线条依次连接这三点, 准确绘制出所需的二次函数图像。有规律地改变参数 a 、 b 、 c 的值, 并且提出以下四个自主探究性问题, 引导学生观察函数图像的变化。

自主探究一: 几何画板绘制 $y = x^2$ 的函数图像, 观察该图像的特征(如图 4)。

自主探究二: 几何画板绘制 $y = 5x^2$ (如图 5), 学生观察对比自主探究一的图像, 分析这两个函数的相同点和不同点。几何画板绘制 $y = 5x^2$ $y = x^2 + 1$ $y = x^2 + x$ 的函数图像, 学生观察对比自主探究一的图像, 分析这 4 个函数的相同点和不同点(如图 6)。

自主探究三: 根据自主探究二的分析, 引导学生从函数的开口方向、顶点坐标、对称轴、单调性等角度大胆猜想二次函数的基本特征。教师不否认学生自主探究二的猜想, 并且补充提出二次函数正确的特征, 用几何画板验证学生和教师的猜想。

自主探究四: 在自主探究三中得到正确得猜想, 继续绘制 $y = -x^2$ $y = -x^2 + 1$ $y = -x^2 + x$ $y = -5x^2$ (如图 7)。学生小组讨论, 对比研究以上函数的基本特征, 用分类讨论和数形结合的思想方法, 分归纳总结出二次函数 $y = -ax^2 + bx + c$ 的一般规律。

教师举出一些函数方程, 利用几何画板绘制函数图像, 引导学生观察图像并且分析不同图像之间的异同点, 通过自主探究逐步归纳出二次函数的基本特征。创设对比探究的数学学习情境, 并辅助数形结合的思想, 这有利于学生在脑海中构建出二次函数图像的框架, 有利于培养学生想象型思维, 提高学生的逻辑思辨能力[9]。

3) 创设读懂题意的情境

波利亚认为, 解题是智力的特殊成就, 题目是数学的心脏。数学教学的本质在于教会学生解题, 所以创设读懂题意的数学情境就尤为重要。解题的第一个重要步骤就是读题并理解题意, 只有真正读懂题意才能确定有效的解题思路, 这是制定可行的解题计划的前提。

案例四: 轨迹问题

如下图所示, 竹竿 AB 斜靠在墙上(竹竿长 15 米, 墙角为 90°)竹竿 AB 倾斜角为 α 。竹竿顶端 A 下滑到点 A' 时, 竹竿另一端 B 向右滑到点 B' , 此时倾斜角为 β 。

问题 1: 线段 AA' 的长为_____米。

问题 2: 竹竿 AB 滑到 $A'B'$ 时, AB 的中点 P 滑到 $A'B'$ 的中点 P' , 则点 P 所经过的路线长为_____米(两空格均用含 α 、 β 的式子表示)。

学生不能理解题意, 多次读题依旧不能想象出竹竿沿墙滑下的情境, 此时再多的解题思路都是无用的。教师就可利用几何画板构造出竹竿和墙角, 在将两者有效连接, 构建出竹竿滑落的情境, 使学生也能够快速理解该题目的动态变化(如图 8)。通过移动的直线来表示竹竿的运动, 帮助学生从不同的角度观察竹竿运动, 增强学生对竹竿运动的理解, 主动引导学生探究竹竿运动的规律, 从而引出该题的本质就

是动点的轨迹问题(如图 9)。不仅激发学生的学习兴趣, 诱发学生的联想, 培养学生积极探索与总结归纳问题的能力。

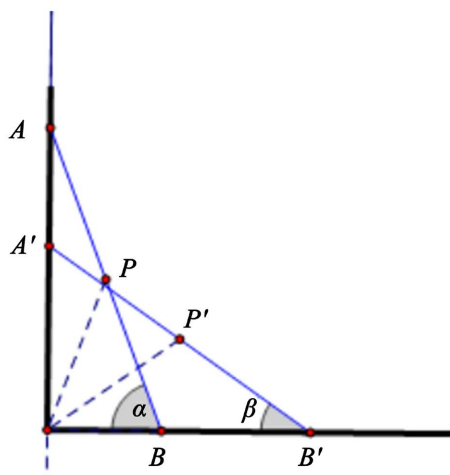


Figure 8. Bamboo pole sliding
图 8. 竹竿滑动

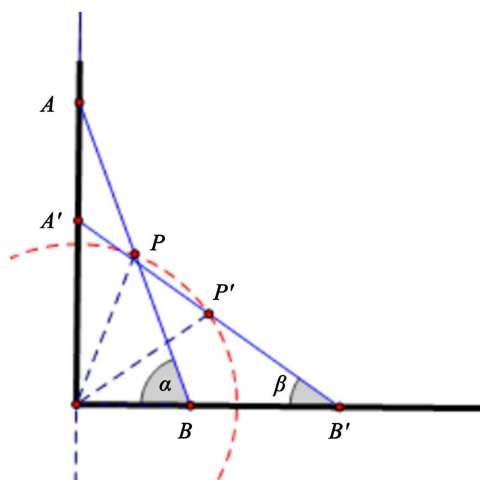


Figure 9. Bamboo pole trajectory
图 9. 竹竿轨迹

4) 创设生活情境

弗赖登塔尔的现实主义数学教育思想认为数学的现实性能实现数学化离不开情境的运用。创设现实生活情境让教师教授的数学知识和学生现实生活中的数学始终紧密联系在一起, 让其了解数学来源于生活并应用于生活。

案例五: 距离最小问题

有 A, B 两个村庄, 现在准备在公路边修一水井 P, 问 P 修在哪个位置使其到 A, B 的距离和最短?

教师充分挖掘数学知识与学生日常生活的联系, 将抽象的数学问题形象化和生活化, 把课堂所要讲解的知识点以问题的形式融入到生活实例中(如图 10), 学生带着问题去思考并提出假设[10]。然后利用几何画板, 一边移动 P 点并让学生观察 AP、PB 和 AP + PB 的大小变化。让学生自己根据观察思考进而发

现 P 点具体位置, 得出最后的结论(如图 11)。学生在教师创设的生活情境中边观察边推理总结, 激发了学生的学习兴趣, 培养学生数学思维的发展、增强解决问题的能力、达到教学与发展的统一。

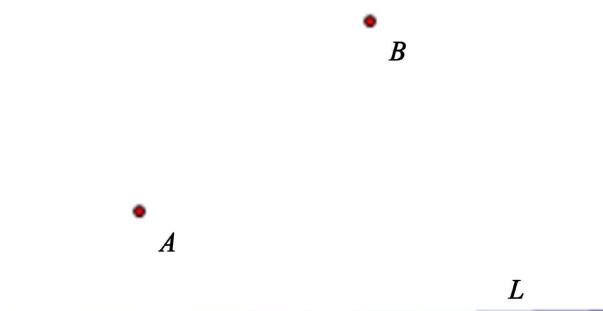


Figure 10. Well construction

图 10. 修井

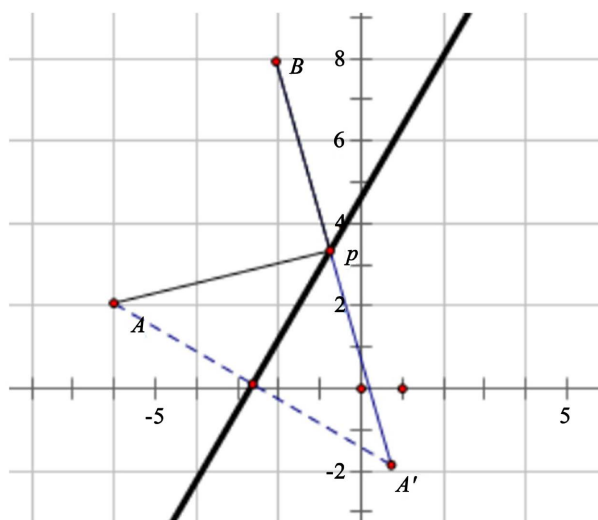


Figure 11. Shortest distance

图 11. 距离最短

5. 反思与总结

几何画板在初中数学的课堂教学中有着显著的优势, 极大地提升初中数学的课堂教学质量, 促进了学生数学思维的全方面发展。但是不合理地利用几何画板进行教学会对教师和学生产生一定不利影响。

第一, 教师要合理使用几何画板的功能。几何画板是一款强大的辅助教学软件, 除了基础绘图功能还有其他的功能, 但是无益于教学的功能就不合适使用。

第二, 教师要适度使用几何画板。对教师而言, 过度使用几何画板来代替必要的语言讲解, 教师就会难以集中精力进行数学课堂教学的创新, 难以进行高水平的教学。对学生而言, 过度依赖几何画板上呈现出来的直观函数图像, 造成数学逻辑分析能力的下降, 以至于离开几何画板的图像绘制, 就不会做题。

初中数学教师要利用几何画板创设数学情境, 增强数学课堂教学的有效性, 使数学教学活动得到有效的开展。学生融入数学情境, 通过观察、比较、分析从而参与自主探究活动, 提高了对数学的求知欲, 提高了自主学习的能力。

参考文献

- [1] 姜乔. 基于情境认知理论的地理教学情境设计[J]. 地理教学, 2019(3): 33-36.
- [2] 王斯璐, 吴长安. 留学生高效汉语情境认知学习策略研究[J]. 东北师大学报(哲学社会科学版), 2022(5): 55-62.
<https://doi.org/10.16164/j.cnki.22-1062/c.2022.05.008>
- [3] 邓海英, 严卿, 魏亚楠. 数学情境问题解决错误分析与评价[J]. 数学教育学报, 2021, 30(1): 61-67.
- [4] 袁媛, 李文娜, 赵辉. 用几何画板创设物理情境[J]. 中国教育信息化, 2009(18): 46-49.
- [5] 赵生初, 杜薇薇, 卢秀敏. 《几何画板》在初中数学教学中的实践与探索[J]. 中国电化教育, 2012(3): 104-107.
- [6] 钱大波. 《几何画板》辅助中学数学教学[J]. 中国电化教育, 2000(10): 31-33.
- [7] 张栋科, 张月. 初中数学情境化微课的设计框架与应用路径[J]. 教学与管理, 2020(22): 39-42.
- [8] 黄翔, 李开慧. 关于数学课程的情境化设计[J]. 课程·教材·教法, 2006(9): 39-43.
<https://doi.org/10.19877/j.cnki.kcjcjf.2006.09.009>
- [9] 胡玉琼, 毕秀国. 初中“数学情境与提出问题”教学的实践——“二次函数”单元情境教学案例[J]. 数学教育学报, 2003, 12(4): 90-93.
- [10] 孔维程. 小学数学教学情境课堂的创设方法的探讨[J]. 教育教学论坛, 2014(39): 202-203.