

TPACK视域下的高中数学教学设计研究

夏宇晨, 李 烁, 刘志兵*

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年6月6日; 录用日期: 2023年7月6日; 发布日期: 2023年7月13日

摘 要

随着中国教育体制改革的深入, 信息技术与课程的有机整合是新课程改革的热点话题, TPACK (整合技术的学科教学知识)的研究是这一热点话题的典型代表, 根据《普通高中数学课程标准(2017年版) 2020年修订》对三角函数的内容要求, 通过信息技术与课程教学整合, 借助GeoGebra软件精准并动态地演示筒车灌溉过程, 并建立 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 函数模型, 利用软件中滑杆的滑动, 让学生主观感受各参数对三角函数图像的影响, 在这个过程中, 采用启发式教学法、讨论法和实践法等教学方法, 做到技术、教学法和知识的深度整合, 从而让学生更好地理解三角函数中的知识点, 减弱对三角函数的惧怕感, 提高学习兴趣, 让学生主动发现、探索知识, 在提高教学质量的同时提升学生的数学素养。

关键词

高中数学, TPACK, 三角函数, 教学设计

Research on High School Mathematics Instructional Design in the Perspective of TPACK

Yuchen Xia, Shuo Li, Zhibing Liu*

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 6th, 2023; accepted: Jul. 6th, 2023; published: Jul. 13th, 2023

Abstract

With the deepening reform of China's education system, the organic integration of information technology and curriculum has become a hot topic in the new curriculum reform. Research on Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) serves as a typical representative of this

*通讯作者。

hot topic. According to the “Revised 2020 Edition of the High School Mathematics Curriculum Standard (2017 Version),” the content requirements for trigonometric functions, through the integration of information technology and curriculum instruction, the precise and dynamic demonstration of the process of water irrigation by a sprinkler cart can be achieved using GeoGebra software. A function model of $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ can be established. By manipulating the sliders in the software, students can subjectively experience the influence of various parameters on the graph of trigonometric functions. In this process, teaching methods such as heuristic teaching, discussion, and practice are employed to achieve a deep integration of technology, pedagogy, and knowledge. This enables students to better understand the key points of trigonometric functions, reduce their fear of trigonometric functions, increase their interest in learning, and encourage students to actively discover and explore knowledge. By improving the quality of teaching, students’ mathematical literacy is enhanced.

Keywords

High School Mathematics, TPACK, Trigonometric Functions, Instructional Design

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 研究背景

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》中指出,信息技术的应用要依据课程设计和实施的具体情况,注重信息技术与数学课程的深度融合,把技术作为辅助教学的工具来促进教与学形式的改善[1]。

TPACK 是 Technological Pedagogical Content Knowledge 的缩写,即整合技术的学科教学知识,将 TPACK 理论应用于高中数学三角函数的教学设计中,正是课程标准要求的信息技术与数学课程深度融合的具体体现。TPACK 理论是美国学者科勒(Koehler)和米什拉(Mishra)于 2005 年在舒尔曼(Shulman)提出的学科教学知识 PCK 的基础上提出的,随后国内外学者对 TPACK 展开了大量的理论和实践研究,研究结果表明,大家一致认为对于 TPACK 的研究将有利于提高教师掌握和运用信息技术的能力[2]。

而三角函数作为高中数学课程中一个重要的部分,其概念具有抽象性的特点,相比较指数函数和对数函数,无论是函数的性质还是特点都要复杂的多,这对高中生学习三角函数有一定的难度。因此,运用 TPACK 理论,整合信息技术(如 GeoGebra 几何作图软件)和三角函数的内容进行教学设计,就能将三角函数中的难以理解的抽象的代数问题转化为动态的直观的几何问题,将复杂的性质(如周期性、单调性、奇偶性)图形化,帮助学生理解,从而提高教学效率。

尽管一些学者已经使用 TPACK 理论对中小学数学进行了研究,但是对于高中数学课程中具体章节的教学设计研究还比较缺乏。此外,TPACK 理论是整合了三种知识要素形成的新知识,由于涉及的条件和因素较多且彼此交互作用,因此被认为是一种“结构不良”的知识,解决的问题属于“劣性问题”。这意味着对于不同的教师、课程或教学观念,需要不同的解决方法来整合信息技术于学科教学过程中。因此,以三角函数中的一节内容为例,在 TPACK 视域下探讨高中数学教学设计研究具有重要意义。

2. 文献综述

本文研究与 TPACK 在高中数学的教学设计有关,TPACK 理论在数学领域方面的研究主要为教师 TPACK 的影响因素研究以及职前与在职教师 TPACK 的能力发展和培养研究,尼斯根据教师实例,探究

得到职前教师本身对信息技术的态度,一定程度上影响了其能否在教学过程中有效的应用信息技术[3]。詹艺按照 TPACK 框架对微课教学中师生对话进行编码和分类,认为在真实的教学情境中进行迭代式的教学设计,或许能更有效地推动教师信息技术整合能力的提升[4]。

TPACK 理论在数学方面的研究从最开始的概念理论解读和国外研究现状分析转向针对教师的 TPACK 水平现状研究、影响因素等的分析,并在近几年尝试运用到学科当中,对 TPACK 理论的应用和开发旨在为我国信息技术与课程的整合提供新思路 and 理论参考。汪霞认为,将 TPACK 理论与教学设计相结合的教学方式能为小学数学课堂带来新的思路,构建了基于 TPACK 理论的小学数学教学设计框架,利用构建的框架进行具体的教学设计,较好的借助技术帮助学生掌握了重点知识并突破了难点知识[5]。谢宇航提到,用计算机模拟物理实验,采用投影的方式展现出来,学生观察得更加清楚,教师操作更便捷,同时能够实现在传统教学中难以达到的实验[6]。宁海钰提出,学生都普遍通过 TPACK 模型下的高中数学单元教学,强化了基础知识的学习,学习的思维和思想方法上都有了很大的提升[7]。

本文以研究函数“ $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ”为例,在 TPACK 理念指导下,通过信息技术与课程教学整合,突出学生的主体性和教师的指导性,为学生创造良好的数学素养培养环境,由特殊到一般、由简单到复杂[7],从而展开思维进阶课堂教学,让学生在各种体验活动、探究活动中掌握知识的同时提升逻辑推理、直观想象和数学建模等核心素养,将 TPACK 理论与教学设计相结合的教学方式为高中数学三角函数章节带来新的教学思路。

3. TPACK 理论框架

上世纪 80 年代,在世界教师教育领域中,教师专业化运动已经迅速流行并成为主要发展方向。在这种时代背景下,美国学者舒尔曼(Shulman)在教师专业特征的“示范性”和“学术性”的激烈争论中,提出了学科教学法知识(PCK)的概念[8],之后美国学者科勒(Koehler)和米什拉(Mishra)于 2005 年在舒尔曼(Shulman)提出的学科教学知识 PCK 的基础上提出了 TPACK 理论。

TPACK 框架包含三个核心要素,即学科内容知识(CK)、教学法知识(PK)和技术知识(TK);四个复合要素,即学科教学知识(PCK)、整合技术的学科内容知识(TCK)、整合技术的教学法知识(TPK)、整合技术的学科教学知识(TPCK)[9],如图 1 所示。

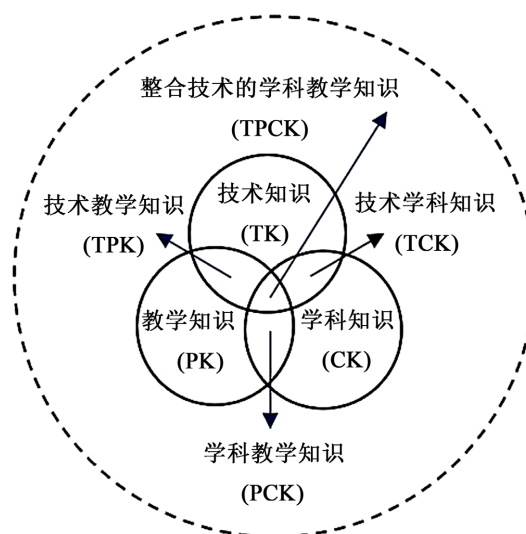


Figure 1. TPACK framework

图 1. TPACK 框架

CK 是指教师在课堂上传授给学生的学科知识, 包括基本概念、原理、定律、方法等。PK 是指教师在课堂教学中运用教育学、心理学等学科的理论知识, 使用各种教学方法和技巧, 以及在教学实践中积累生成的教学经验和技能。TK 包括传统的教学技术(如黑板、幻灯片等)和现代信息技术(如计算机、网络等), 是教师必备的教学工具和技术手段。PCK 是指教师将学科知识转化为学生易于理解和掌握的形式, 使学生能够理解、掌握和运用所学知识的能力。TPK 是指教师在教学过程中将教学技术和方法相结合, 通过多媒体(电子视频和 PPT)、计算机软件等技术手段, 激发学生的学习兴趣, 促进师生互动和生生互动, 提高教学效果。TCK 是指教师结合技术手段来讲解或学习学科内容知识, 以达到最佳的教学效果和学习效果, 是教师将学科知识与教学技术相结合的应用技能。

4. 教学策略

在 TPACK 视域下, 三角函数的教学需要兼顾学科知识、教学方法和工具的使用, 因此需要采用一系列有效的教学策略来提高学生的学习效果, 在三角函数的教学中, 通过合理运用 TPACK 视域的教学策略, 可以帮助学生更好地理解三角函数的相关概念和应用, 提高他们的学习兴趣和学习成效。

知识内容(CK): 简车运动模型、各参数对函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的影响、实际应用。

教学知识(PK): 讲授法、讨论法、启发式教学法、演示法、练习法。

技术知识(TK): 计算机、PPT 幻灯片、Geogebra 软件动态演示。

教学内容知识(PCK): 教学目标和重难点分析; 设计预习、教学环节和步骤、设计教学评价内容。

技术内容知识(TCK): 通过 PPT、视频软件展示简车运动轨迹和海水波浪运动规律; 利用 Geogebra 软件建立海水波浪运动模型, 培养学生数学建模素养。

技术教学知识(TPK): 使用多媒体播放简车运动、波浪运动为教学做铺垫; 通过 PPT、视频软件进行简车运动轨迹海水波浪运动规律实验, 合作建立模型, 展示成果; 在 PPT 等多媒体上设计课堂问答与知识归纳环节。

整合技术的学科教学法知识(TPACK): 通过多媒体展示简车、海波的运动, 让学生理解函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 图像; 通过 Geogebra 软件滑杆演示进一步了解函数中各参数对图像的影响, 在教师的引导、小组合作、交流后逐步培养数学建模与解决实际应用的能力, 提升数学素养。

5. TPACK 理论下的教学目标

1) 通过展示简车运动的视频和海水潮汐波动变化, 给出简车与海波运动规律的数学刻画, 学会建立形如 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的数学模型, 培养学生的数学建模素养。

2) 通过信息技术软件, 如 Geogebra 软件的现场动态演示操作, 直观感受 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 中各参数对函数图像变化的影响, 深刻理解各参数的实际意义和它们之间的联系, 培养学生逻辑推理和直观想象素养。

3) 体会三角函数是描述周期变化现象的重要的高中数学模型, 能用三角函数刻画并解决一些简单实际问题。

6. 教学活动设计

6.1. 引入新课

问题 1: 如何建立匀速圆周运动数学模型

教师活动: 在 PPT 上展示明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图示描绘的人们利用筒车轮的圆周运动进行灌溉的动态视频(如图 2), 结合相关视频引导学生发现筒车上每一个节点的运动轨迹有什么规律, 同时问学生生活中有没有其他事物有着相同的运动规律(例如海波的运动, 如图 3)。



Figure 2. Cylinder car movement video

图 2. 筒车运动视频

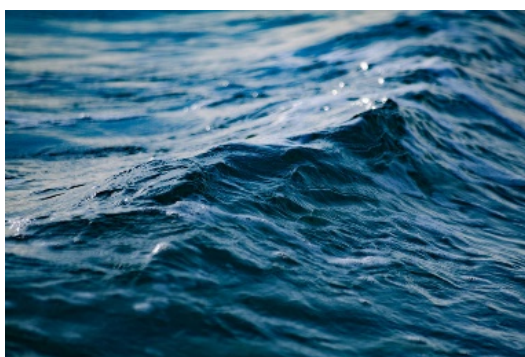


Figure 3. Video of ocean wave fluctuations

图 3. 海浪波动视频

学生活动：在教师的引导下举出类似的例子，理解匀速圆周运动的大致模型。

设计意图：通过 PPT 中《农政全书》相关内容与视频展示，并通过教师的引导分析让学生理解筒车运动的原理(筒车运动过程中角速度的大小，半径的大小对灌溉效率的影响，以及不同高度的筒车有何不同)，以及海浪波动的特征(不同海浪波峰之间的距离，以及不同振幅、频率的海波有何不同)。

6.2. 构建模型

问题 2：盛水筒距离水面的相对高度 h 都与哪些量有关？

教师活动：通过观看筒车的视频，引导把筒车抽象成如图所示的几何图形。在水流量稳定的情况下，筒车从 P_0 处出发，逆时针做匀速圆周运动到达 P_1 点的过程中，盛水筒距离水面的相对高度 H 都与哪些量有关？

在提出问题后，让学生自行画出筒车运动模型，教师在 Geogebra 软件中绘制与教材对应的图像(如图 4)，与学生绘制结果进行对比分析。

学生活动：通过对教材以及 Geogebra 软件动态演示的观察，学生讨论回答“筒车的半径 r 、筒车转动的角速度 ω 、转轮中心到水面的距离 h 以及时间 t 。”

追问：既然每个时间 t 都有唯一的高度 H 与之对应，那如何建立坐标系与模型将筒车的运动描述出来呢？

学生活动：学生在纸上画出对应图像后，教师打开 Geogebra 软件并告诉同学们，该软件的绘图编程原理和同学们手工绘图的原理(如五点作图法)是相同的，为学生建立软件作图和手工作图之间的联系，激发学生的学习兴趣，同时培养数学抽象与直观想象的素养。

教师在 Geogebra 软件中以筒车中心点为原点构建直角坐标系, 当 $t=0$ 时, 盛水桶位于点 P_0 的位置, 通过拖动滑杆的位置, 学生可以观察到以 x 轴正半轴为始边, OP_1 为终边的角为 $\omega t + \varphi$, 将筒车的运动半径与之相乘即可得到高度 h , 经过同学们间的讨论与教师的提醒下得到了表达式: $h = r \sin(\omega t + \varphi) + h$ 。

设计意图: 通过调整滑杆, 动态演示各参数对函数图像的影响, 帮助学生更直观地理解该知识点, 由于动态效果演示让学生对该知识点的形成过程印象更深刻, 更容易牢记该知识点, 从而减弱学生对三角函数的惧怕感。

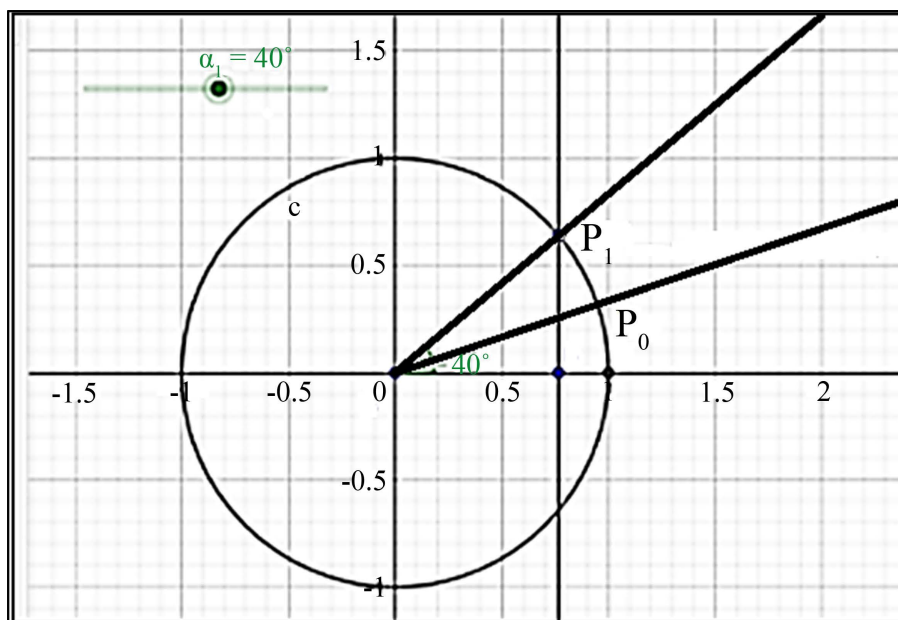


Figure 4. Graph drawn using Geogebra

图 4. Geogebra 绘制图像

6.3. 探究结果

问题 3: 参数 A 、 ω 、 φ 对 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的影响。

教师活动: 在问题 1 的基础上, 教师让学生们绘制出了盛水桶距离水面的相对高度 h 的表达式图像, 并引导学生发现该图像与多媒体播放的波浪运动视频的相似之处。

让学生结合问题 1 筒车中单个水桶的运动模型, 在纸上绘制大致函数图像, 并思考该图像与三角函数图像之间如何变换。

将函数 $y = \sin x$ 经过平移、拉伸, 参照单位圆上 Q_1 、 Q_2 的运动位置(如图 5), 合作讨论, 思考参数 A 、 ω 、 φ 对函数图像的影响。

在学生讨论发言后, 教师通过 GeoGebra 软件, 通过分别设置三角函数中各个参数的大小: 使用滑动条 A 、 ω 、 φ 调整各个参数作出一般式图(如图 6), 并与筒车中单个水桶随时间的运转轨迹形成对照, 学生独立思考, 然后回答大致思路: 先取特殊值, 进行观察, 进而猜想出一般结论。

学生活动: 思考并回答问题, 先以小组形式在草稿纸上使用“五点作图法”画出函数图像, 随后在 GeoGebra 软件函数动态变化与教材中静态图片的对照下, 学生经过讨论总结各个参数对函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的影响。

设计意图: 借助信息技术, 结合教学内容通过软件图像上一个点的变化来研究参数对函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 图象变化的影响, 并结合水车模型与波浪的运动来解释这种变化的实际意义, 例如 A

决定了筒车的半径大小, ω 的数值影响了筒车的运转速度(ω 越大, 单位时间内运送的水更多), φ 决定了筒车的水平位置; 而在波浪运动模型中, A 决定了波浪的振幅, ω 的数值决定了波峰之间的距离(ω 越大, 波峰间距离越小), φ 决定了波浪的水平位置。教师通过问题引导学生在观察发现的基础上进行理性的思考, 提升直观想象和逻辑推理素养。

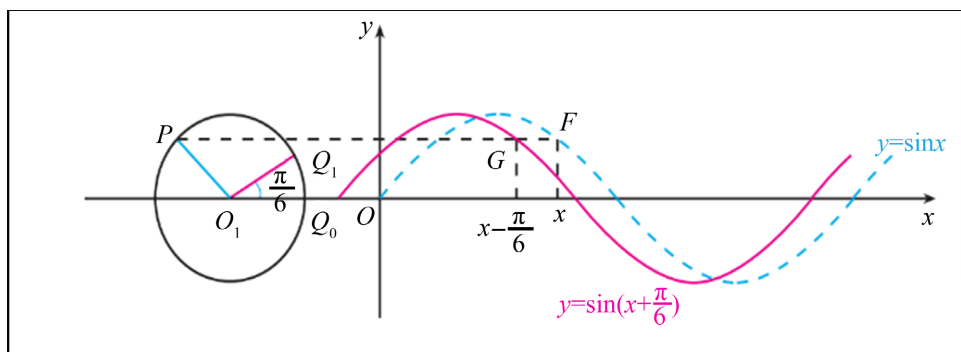


Figure 5. Translation transformations of the function $y = \sin x$ in the textbook

图 5. 教材中函数 $y = \sin x$ 的平移变换

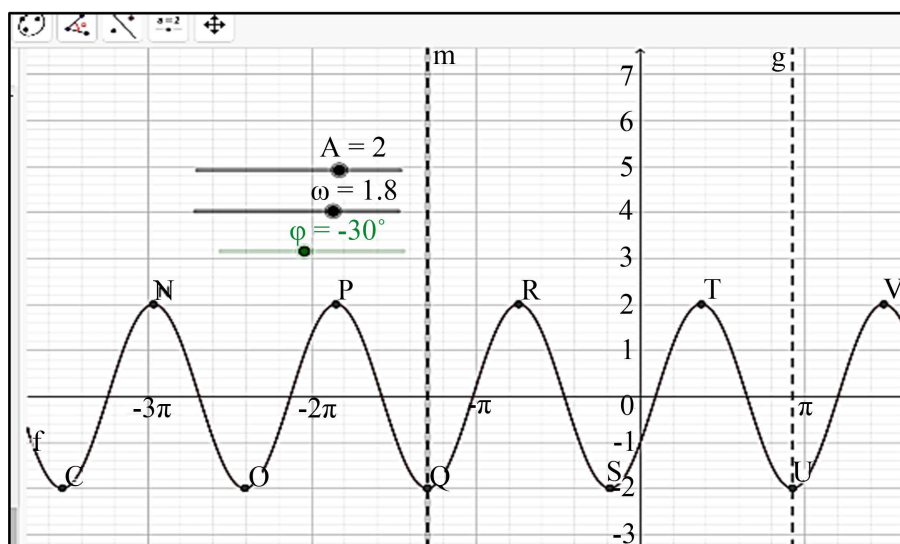


Figure 6. Adjusting various parameters using sliders A , ω , and φ in GeoGebra software

图 6. 在 GeoGebra 软件中使用滑动条 A 、 ω 、 φ 调整各个参数

6.4. 教学反思

虽然信息技术正在朝着多样化的方向发展, 这就使得教师有了更多教学方式的选择, 但是信息技术不能完全取代教师的教学, 教师对信息技术的过度依赖会适得其反。同时, 教师还应该将技术知识、教学法知识和学科内容知识有机地结合起来, 以便更好地丰富学生的感性认识, 提高学生对知识的吸收率, 提高学生的数学素养。

7. 结束语

将信息技术与高中数学教学相整合已成为学者们研究的方向。将 TPACK 理论与教学设计相结合的教学方式能为高中数学课堂带来新的思路。本研究将 TPACK 理论与教学设计相结合, 以中学数学作为

切入点,构建了基于 TPACK 理论的高中数学教学设计框架,进而以三角函数的章节片段作为本次研究的具体案例,利用构建的框架进行具体的教学设计。

TPACK 理论对高中数学教学设计具有一定指导意义。教师在进行基于 TPACK 的教学设计时,需要对教学内容、方法及技术等进行分析与理解并进行技术整合,信息技术与教育教学相互融合,不仅可以培养学生的和问题探究与合作学习的能力,也能促进教学生在信息教育的过程中逐步培养数学核心素养。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订版)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 倪俊杰. 从教师到信息化教学设计师——“互联网+”时代教师专业发展之路[J]. 中国信息技术教育, 2021(17): 12-13.
- [3] 林蒲珊. GeoGebra 软件在数学课堂中对直观想象素养培养的影响[J]. 知识窗(教师版), 2021(7): 68-69.
- [4] 詹艺. 基于 TPACK 框架的话语分析: 师范生在教学设计过程中关注什么?[J]. 远程教育杂志, 2011, 29(6): 73-78.
- [5] 汪霞. TPACK 视域下的小学数学教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 湖州: 湖州师范学院, 2022.
- [6] 谢宇航, 范兵, 蔡亚璇. 基于 TPACK 理论的高中物理新授课教学设计——以“牛顿第一定律”为例[J]. 物理通报, 2022(11): 105-109.
- [7] 宁海钰. TPACK 模型下高中数学教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2021.
- [8] 李美凤, 李艺. TPACK: 整合技术的教师专业知识新框架[J]. 黑龙江高教研究, 2008(4): 74-77.
- [9] 展林弟, 刘青华. TPACK 视域下促进学生科学思维进阶的教学设计——以“简谐运动”为例[J]. 中学物理, 2022, 40(21): 30-34.