

概率论案例式教学融入课程思政的研究

刘倩

西安电子科技大学数学与统计学院, 陕西 西安

收稿日期: 2023年7月2日; 录用日期: 2023年7月29日; 发布日期: 2023年8月4日

摘要

在《概率论》授课过程中, 案例式教学经常被采用。本文通过三个典型案例引入基本概念、总结提升所学内容, 并将思政内容与课程知识点紧密融合, 使得学生在潜移默化中接受思想政治教育。这种方法对于实现以学生为中心的课堂教学有很大的促进作用。

关键词

课程思政, 概率论, 案例式教学, 教学设计

Study on the Integration of Ideological and Political Elements into Case Teaching in Probability Theory

Qian Liu

School of Mathematics and Statistics, Xidian University, Xi'an Shaanxi

Received: Jul. 2nd, 2023; accepted: Jul. 29th, 2023; published: Aug. 4th, 2023

Abstract

In teaching process of Probability Theory, the case teaching method is often used. In this paper, three typical cases are used to introduce basic concepts or summarize relevant knowledge points. The ideological and political elements are closely integrated with the knowledge points of the course, so that students can receive ideological and political education imperceptibly. This method has a great role in promoting the realization of student-centered classroom teaching.

Keywords

Ideological and Political Education, Probability Theory, Case Teaching Method, Instructional Design

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

我国古代大思想家韩愈云：“师者，传道授业解惑也”。我们数学教师的首要责任是尽其一切可能来发展学生解决问题的能力。因此教师在传授知识的同时，需要将知识由难化易，由厚化薄，由苦化甜，深入浅出。正是老师的有效教学，学生遇到问题才会迎刃而解，举一反三，触类旁通。案例教学法正是我们在课程教学过程中采用较多的一种有效方法[1]。它是以案例为基础的教学法，将现实中的问题带到课堂，以案例为中心，围绕一个教学目标，课前进行策划与准备，通过教师学生双方的共同讨论分析，达到提高学生分析问题和解决问题能力的目标。一般有两种模式，一是教师精心设疑，通过开场设置游戏、实例激发学生的学习兴趣；二是结尾处设置案例，升华总结，引发学生进一步的思考。案例法易于被同学关注，可以培养学生对日常问题产生质疑的习惯，提升学生运用所学知识解决实际问题的能力。

《概率论》的特色就是通过大量的偶然现象揭示背后的必然性，在生活中更是有着广泛的应用。本课程的思政目标力求使学生掌握偶然性与必然性、对立与统一、量变与质变、整体与局部等唯物主义思想，养成批判性思维和辩证思维，树立质疑、求真、求实、创新的科学态度和正确的人生观和价值观。要实现“课程”和“思政”的有机融合，就需要将思想政治教育贯穿到教育教学的全过程[2]，这既需要充分调动授课教师建设课程思政的能动性，又需要教师转变传统教学模式。案例法教学法可以实现潜移默化对学生进行唯物辩证思想教育的目的，辅助教师完成课程的育人功能。

2. 三个典型案例

本节我们通过《概率论》课程教学过程中的三个典型案例，敏感性问题研究、垃圾短信的数量分布研究和犯罪嫌疑人身高的预测问题对全概率公式、泊松分布和条件数学期望这三节内容蕴含的专业知识和思政元素进行详细的讨论。

2.1. 敏感性问题研究——全概率公式的应用[3]

数学中“复杂问题简单化”就是将复杂的问题转化成简单的类似问题，从简单的问题入手来研究，由此推出复杂问题。如果一个问题过于复杂，无法理解，要对问题进行拆解，化整为零，回到问题的起点去理解问题，抓住主要矛盾。本小节我们以敏感性问题为例，学习将“复杂问题简单化，化整为零”解题策略以及抓住事物主要矛盾这种辩证思想在全概率公式教学中的应用。

当我们需要从已知的简单事件的概率推算出未知的复杂的事件的概率时，经常把一个复杂事件分解为若干个互不相容的简单事件之和，再通过分别计算这些简单事件的概率，最后利用概率的可加性得到最终结果。这里，全概率公式起到了“化整为零、各个击破”的作用。在学习了全概率公式的基本公式之后，授课教师可以引入下面的案例。

什么是敏感性问题呢？凡是所调查的内容涉及商业机密或者个人隐私，而且不愿或不便公开表态或

者陈述的问题，我们都称之为敏感性问题。例如，考试作弊、运动员服用兴奋剂、青少年婚前性行为、赌博吸毒以及偷税漏税等问题。对于这类问题的调查研究，如果直接提问，被调查者往往会拒绝回答或者不提供真实情况，导致非抽样误差的增加。通常对此类调查所采用的调查方法称为随机化回答技术，它是经过特别设计。目的在于消除被调查者的顾虑，使他们能够根据真实情况作答。这项技术的理论基础正是全概率公式。

例 1 在调查服用过兴奋剂的运动员在全体运动员中所占的比例 p 时，如果采用直接的问卷方式，被调查者通常不会真实回答。为得到实际的 p 同时又不侵犯个人隐私，调查人员请被调查者在一个装有黑、白两种小球的箱子中任意摸出一球，观察颜色后放回(不说出)。假设该箱子中有 a 个白球， b 个黑球，然后请他在如下的问卷(图 1)中选择回答“是”或者“否”：

当你摸到白球时，请回答：你的手机号码末尾数字是奇数吗？
 当你摸到黑球时，请回答：你服用过兴奋剂吗？

是 否

Figure 1. A piece of questionnaire
图 1. 一张调查问卷

因为回答只是在“是”或者“否”中选一个，所以没有人知道被调查者回答的是哪个问题，更不知道他是否服用过兴奋剂。假设运动员们随机选定数字，并且能按要求回答问题，当回答“是”的概率为 p_1 时，求 p 。

事实上，调查人员可以通过增加箱子黑球的个数，收集更多的有效信息。本例的具体求解过程可参见文献[3]。全概率公式与敏感性问题的有机结合可以极大的调动学生的热情并掌握全概率公式的应用。

通过引入敏感性问题的实际应用案例，要掌握这种方法和技能，需要先学习概率论中的一个重要知识点——全概率公式。授课教师用设问的形式引入知识点，让学生带着问题学习。授课各环节中，我们不仅渗透了将复杂问题简单化，化整为零的辩证思想，同时引导学生发现案例中蕴含的独特内涵，突显案例的隐性育人价值。

2.2. 垃圾短信的数量分布研究——泊松分布的引入

事物之间的联系存在客观性、普遍性、多样性，同时事物也是不断发展变化的，用发展的、联系的眼光看问题是辩证唯物主义的基本要求。本小节我们以垃圾短信的数量分布问题为例，探讨用联系观点看问题这种辩证思想在泊松分布教学中的应用。

泊松分布是在学习完二项分布之后的另一个重要的离散型分布，是概率论学习过程中的一个难点和重点问题，对该分布的掌握有助于后续指数分布以及泊松过程的学习。泊松分布的引入一般有两种方式：一是直接给出分布律，要求学生牢记；二是通过泊松定理，举实例自然引出泊松分布，问题驱动，有趣且印象深刻。

为了解决二项分布的近似计算问题，法国著名数学家泊松给出了泊松定理，实质就是数列的收敛性证明。同时也回答了另外一类问题：单位时间内 120 收到的呼救次数、公共汽车站的乘客人数、母鸡一年的年产蛋量等等这类离散型随机变量服从什么分布的问题。由于这些问题与同学们的生活距离较远，学生不易理解。来看下面这个案例。

例 2 同学们每一天收到的垃圾短信的数量(是一个随机变量)服从什么分布？可以启发学生应用泊松定理进行分析？

可以设想,把一天时间分成 n 等分,取 n 充分大,每一个等分的间隔 $\Delta t = 1/n$ (天)就很小(比方说小于1分钟)。于是在时间间隔 Δt 内,学生或者收到一条垃圾短信,或者一条也收不到(因为时间间隔很小,不会收到两条或者两条以上的垃圾短信)。如果在一个时间间隔内收到一条垃圾短信的概率是 p ,并且在各个时间间隔内是否收到垃圾短信假定是相互独立的,这时就构成了一个伯努利概型,于是一天内收到 k 条垃圾短信的概率就是 $b(n, p, k)$ [4]。利用泊松定理可知,每天收到的垃圾短信的个数的确可以用泊松分布来描述。

在本案例中,应用垃圾短信的数量分布问题引入泊松分布的分布列,这种案例驱动的方法值得借鉴。同时,在教学过程中授课教师给出每种概率分布发现的历史过程,分享19世纪概率统计领域的卓越人物及其创新成果,展示数学家们探索问题的过程和思想方法,有助于学生理解知识的来龙去脉,并掌握基本概念。本节培养学生用联系观点看问题,启发学生在实践中树立大局观,把握好整体和部分的关系,同时激发学生学习科学家们勇于发现问题、提出问题,对学术专注、执着,面对挫折矢志不渝、不断创新的精神。

2.3. 犯罪嫌疑人身高的预测——条件期望的应用

《概率论》课程的教学目标之一就是培养学生学以致用,理论联系实际的能力。数学期望作为一个重要概念,学生掌握得较好。从“帕-费”通信故事到投资问题再到疫情混合检验等问题都说明了期望的实用性和重要性。条件数学期望作为本章节的一个难点问题,依旧在近代概率论和实际问题中有着重要的作用。教学过程中,授课教师可以通过案例来引入这一概念。

例3 [4]一天深夜,某市军工厂的技术资料被窃。厂方马上报告了公安部门,公安部门立即派人赴该厂进行现场侦查。据公安人员分析,案犯身高1.74米左右。公安技术人员怎么能“知道”案犯的身高的?他们有什么神机妙算的方法吗?

原来在保险柜前发现了案犯的脚步,公安人员拍下了脚印的照片,根据脚印的长度按身高与脚印的公式(身高 = 脚印长度 \times 6.876)推算出案犯的身高。那么这个公式是怎么得到的?这正是我们条件数学期望的一个重要应用。

设一个人的身高为 X ,他的脚印长度为 Y ,则 (X, Y) 是一个二维随机变量,对脚印长为 $Y = y$ 的人群来说,他们的身高服从条件分布 $F_{X|Y}(x|y)$ 。如果已知某人脚印长度为 $Y = y$,要估计或推测该人的身高是多少,自然可以把 $(Y = y)$ 发生的条件下的平均身高 $E(X|Y = y)$ 作为一种估计。

这类数字特征问题,概率论中我们称为条件数学期望。它是指在两个相互影响的随机变量 X 、 Y 中,如果已知其中某一个随机变量的取值 $Y = y$,要据此去估计或预测另一个随机变量 X 的取值,这样的问题在实际应用中经常会碰到,人们称它为“预测问题”。由上述讨论可知,条件数学期望 $E(X|Y = y)$ 是在已知 $(Y = y)$ 发生的条件下,对 X 的一个颇为“合理”的预测。

在本案例中,利用条件数学期望的相关知识,我们可以合理地预测保险公司某项保单的赔款总量。而对非寿险公司来说,某一特定险种在一定时期内的赔款总量就是它的总损失。本节引导学生树立合理目标,注重平时积累,踏实勤恳、诚实做人;坚持把理论学习融入实践,带着责任学,带着问题学,学以致用、用以促学、学用相长,才能实现内化于心,外化于行的目标。

3. 结束语

生活中到处都蕴含着丰富的概率统计思想,本文仅通过几个典型案例抛砖引玉,类似的案例还有很多,比如应用贝叶斯公式解决“三门问题”、“狼来了”故事的概率解释、“余额宝”和中心极限定理的关系、“女士品茶”等等。这些案例中都蕴含了丰富的专业知识和辩证唯物主义思想。在后续的教学

过程中,教师可以尝试运用案例法、启发式教学法,精心设疑,巧妙引导,充分激发学生的学习兴趣,培养学生多思、深思与会思的能力。后续课程组还将继续把课程思政内容与马克思主义学说紧密结合[5],建立、不断更新和完善高质量的案例库,让学生在课堂教学中获得专业知识的同时,更升华了爱国情怀和民族自豪感。《概率论》课程也最终实现课程思政的德育功能。

基金项目

2023年西安电子科技大学数学与统计学院教育教学改革研究项目。

参考文献

- [1] 慕凤丽, James E. Hatch. 案例教学在中国: 机遇与挑战[M]. 北京: 北京大学出版社, 2015.
- [2] 郭玉鹏, 王瑞, 李艳梅. “拔尖计划” 2.0 背景下如何将思政元素融入化学专业课程教学[J]. 中国大学教学, 2019(9): 65-68.
- [3] 刘倩. 统计学中几个典型案例的分析[J]. 河南教育学院学报, 2019(3): 51-53.
- [4] 魏宗舒. 概率论与数理统计教程[M]. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [5] 赵继伟. “课程思政”: 含义、理念、问题与对策[J]. 湖北经济学院学报, 2019(2): 114-119.