

# Comparative Analyses of PP Wave Intervals Based on Nonlinear Chaotic Theories

Qingpeng Han

College of Mechanical Engineering and Automation, Liaoning Science & Technology University, Anshan  
Email: han1011@163.com

Received: Mar. 15th, 2012; revised: Mar. 30th, 2012; accepted: Apr. 11th, 2012

**Abstract:** In the paper, two nonlinear estimation methods based on chaotic theory, surrogate data method and Lyapunov exponents, are used to distinguish the difference of PP wave intervals (time series of the pulse main peaks). After brief introduction of the corresponding algorithms, two typical different healthy state signals of PP wave intervals are compared by using the two methods. The obtained results demonstrate that the signals are distinguished effectively in quantitative way. With surrogate data method, which is applied to identifying the existing chaos of PP intervals of pulse, it is proved that the series of PP intervals of pulse are chaotic. Largest Lyapunov exponents of PP wave intervals are calculated. The largest Lyapunov exponents of the two kinds of signals are both positive and different from each other. The chaotic character of arrhythmia is much more significant than that of healthy state.

**Keywords:** PP Wave Intervals; Chaos; Surrogate Data Method; Non-Stationary Signals; Lyapunov Exponents

## 基于非线性理论的脉搏主波间期序列的识别

韩清鹏

辽宁科技大学, 机械工程与自动化学院, 鞍山  
Email: han1011@163.com

收稿日期: 2012年3月15日; 修回日期: 2012年3月30日; 录用日期: 2012年4月11日

**摘要:** 本文研究采用基于混沌理论的非线性参数估计方法(代替数据法和 Lyapunov 指数估计法)对两组不同生理病理条件下脉搏主波间期序列进行分析。首先对上述两种算法进行介绍, 然后对脉搏主波间期序列进行对比分析。分析结果表明, 在时域波形上直观相似的非平稳信号, 用上述非线性混沌分析的方法可以有效地加以定量区分。对于不同生理病理条件下的脉搏主波间期序列, 由代替数据法所得到的特征参数的特征概率值均小于 0.05, 拒绝随机假设, 信号的混沌特性得到辨识, 由此可判断出所计算的脉搏信号具有混沌特征; 两组信号的最大 Lyapunov 指数均为正值并有明显差别。根据代替数据法中的概率值的大小和最大 Lyapunov 指数可以看出, 心律不齐患者比正常人员具有更明显的混沌特征。

**关键词:** 脉搏主波间期序列; 混沌; 代替数据法; 非平稳信号; Lyapunov 指数

### 1. 引言

人的心脏跳动周期并非固定不变, 即使在稳定状态下也存在微小的涨落, 只是人们无法察觉其微小的变化。人的正常脉搏波形图是由连续的脉搏波群组成的, 其中 P 波称为主波。脉搏主波间期序列 PP 序列

(peak of pulse wave signals intervals)描述了连续正常心跳间瞬时脉搏信号的变化<sup>[1]</sup>。脉搏主波间期序列具有与心率 RR 间期序列相似的性质。分析脉搏主波间期序列 PP 序列既可以定量评估自主神经系统活动和心血管系统的活动, 又可以反映心脏的动力学信息以及

预测心脏的运动过程,对病人的诊断也有实际意义<sup>[2]</sup>。

人们通常考虑生理信号是否具有平稳或非平稳的性质,而线性或非线性特性则是对其源系统而言<sup>[3]</sup>。在生理信号分析中,大多数系统所测得的信号是非平稳的,而系统是非线性的。近年来,人们采用多种时频分析方法对非线性和非平稳信号进行分析,包括小波分析、Wagner-Ville 分布等<sup>[4-7]</sup>。此外,还有许多非线性分析的方法也加以应用<sup>[8-10]</sup>。但是,从非线性角度,基于混沌理论的一些方法,如 Lyapunov 指数和分数维,对于具有非线性特性的非平稳信号分析更为有效<sup>[11,12]</sup>。另外,对信号进行混沌辨识,并将非线性信号从随机噪声中区分出来往往是比较困难的。这是因为混沌信号和随机噪声信号通常都具有相似的宽频特征。目前区分混沌和噪声的常用方法主要有两类:维数估计方法和非线性预测法。第一类方法是基于随机只能存在无限维吸引子的原理,而有限维吸引子意味着混沌,如在 Grassberger-Procaccia 算法中所指出的那样<sup>[13]</sup>。第二类方法则是根据时间序列的非线性预测原理、混沌具有不同于随机数据的短期预测性的性质来区分混沌和噪声信号。也就是对于一个混沌时间序列,它的预测值和实际值之间的相关系数会随预测时间的增加而减弱;而对于随机时间序列,这种相关性不会因预测时间的增加而变化。

本文针对不同生理状态下实测得到的脉搏主波间期序列(PP 序列)是具有不同非线性约束边界条件、不同性质的非平稳信号,采用两种不同的非线性预测方法进行对比分析,即代替数据法和 Lyapunov 指数方法。其中代替数据法主要参考了文献[14]。这种方法可以通过对比混沌信号和噪声信号(包括白噪声和有色噪声)的预测误差分布及其所对应的代替数据集的预测误差分布的差异来实现, Lyapunov 指数是某过程在其相平面内相邻轨线的平均发散速率的量化定义。正的 Lyapunov 指数(一个或多个)是进行混沌辨识的重要指标。时间序列的 Lyapunov 指数的估算方法有多种,见文献[15,16]。最后对健康人员和病理状态下(心律不齐患者)的脉搏主波间期序列(PP 序列)进行混沌识别计算,并比较了其特征参数的数值变化情况。

## 2. 两种非线性预测方法的算法原理

### 2.1. 基于代替数据法的混沌辨识

#### 1) 信号的代替数据集的生成

信号所对应的代替数据集可以由基于时间序列的 Gauss 随机过程假设得到。本文通过对非 Gauss 过程有效的非线性直方图变换方法来实现。对于一个原始信号,一般生成包含 128 个不同时间序列的代替数据集。

进行直方图变换时,首先生成一个与原给定时间序列长度相同的 Gauss 随机数集合,然后对这个 Gauss 数据集的顺序进行重排。新的时间序列应是具有 Gauss 概率密度函数分布的、与原序列相对应的非线性尺度变换的结果。对于原始信号是 Gauss 随机的情况,变换后的序列也具有 Gauss 分布。第一步是,将时间序列  $x(n)$  进行傅立叶变换,得到

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi ink/N} \quad (1)$$

接下来,通过将上述复数乘以  $e^{i\varphi}$  使其相位角在每个频率上随机化,其中  $\varphi$  是归一化的、在  $[0, 2\pi]$  区间内变化的随机量,得到新的  $X'(k)$ 。对其进行逆傅立叶变换,可以得到 Gauss 型代替数据序列,也就是得到具有原始信号相同的幅值分布形式的代替数据序列  $x'(n)$ , 如下式

$$x'(n) = \frac{1}{N} X'(k)e^{2\pi ink/N} \quad (2)$$

由于上式的逆傅立叶变换是实数,其相位角具有对称性,即  $\varphi(k) = -\varphi(N-k)$ 。

#### 2) 统计量的计算

由于低维混沌意味着其系统在短期内可以视为是确定性的,而随机过程与此不同。可以将预测误差  $\varepsilon$  取为统计量。首先利用状态变量  $\mathbf{x}$  将时间序列  $x(n)$  进行相空间重构,采用时间滞后的嵌入法,即

$$\mathbf{x} = \{x_1=x(n), x_2=x(n-\tau), \dots, x_d=x(n-(d-1)\tau)\}^T \quad (3)$$

其中嵌入维数  $d$  应该满足  $d \geq 2D+1$ ,  $D$  是系统的真实吸引子维数,在实际计算过程中往往需要依靠经验选取。注意到这里的  $n$  小于数据长度  $N$ , 即  $1 \leq n \leq N$ 。时间滞后点  $\tau$  的选择有时具有一定随意性,在这里简单地取作 1。

下面将时间序列的数据点集分成长度相等 ( $N_f = N_l$ ) 的拟合集和检验集两部分。在拟合集中,寻找与当前点欧几里德距离最为相邻的  $k$  个状态点。这  $k$  个当前时刻为  $m$  的状态点与对应的下一时刻  $m+1$  的

状态点组成如下  $k$  个点对:

$$\begin{aligned} & [x_1(m), x_1(m+1)], [x_2(m), x_2(m+1)], \dots, \\ & [x_k(m), x_k(m+1)] \end{aligned} \quad (4)$$

采用如(5)式所示的预测公式对这  $k$  个点对进行拟合

$$\bar{x} = ax + b \quad (5)$$

其中,  $a$  和  $b$  是拟合系数,  $\bar{x}$  是  $x$  的预测点。

接下来, 计算检验集  $N_i$  中的所有点对应的预测误差, 将得到  $N/2$  个预测误差。预测误差的定义为由(6)式得到的下一时刻  $(m+1)$  的预测值和实际值的差值。

$$\varepsilon = \bar{x} - x(m+1) \quad (6)$$

进行混沌识别的统计量取为上述全部预测误差的平均绝对误差(MAE)。

### 3) 假设检验

对于生成的所有代替数据集, 根据如下公式(7)来计算显著度:

$$\chi = \frac{|Q_D - u_s|}{\sigma_s} \quad (7)$$

其中,  $Q_D$  是由原始信号时间序列计算得到的统计量值(MAE 值),  $u_s$  和  $\sigma_s$  分别是由生成的 128 个代替数据序列计算得到的统计量值的均值和方差。

计算得到的  $\chi$  值可以用于分析原始信号数据和代替数据的差异。如果  $\chi$  是一个较小的数, 这意味着原始信号和它的所有代替数据集具有相同的性质, 因此随机假设可以接受, 也就是原始信号是随机的。相反, 如果  $\chi$  值较大, 可以认为代替数据序列与原始信号有较大的差别, 拒绝随机假设。

更进一步, 为了辨识原始数据序列是随机的还是混沌的, 定义如式(8)所示的置信判据。拒绝随机假设的最大概率也就是相应的显著度  $P$  定义为

$$P = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right) \quad (8)$$

其中  $\operatorname{erf}()$  为数据序列所有元素的误差函数, 其定义如式(9)所示。

$$y = \operatorname{erf}(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (9)$$

根据经验, 如果计算得到的概率  $P$  值小于 0.05, 原始信号数据将显著地不同于它的代替数据集, 这时

可以拒绝随机假设, 认为原始信号在 95%置信度下是混沌的。如果  $P$  值大于 0.05, 则认为原始信号是随机的(95%置信度)。当然, 这里的临界值 0.05 可以根据实际情况的不同而不同。

## 2.2. Lyapunov 指数的估计算法

Lyapunov 指数的估计算法也是基于非线性预测理论的。进行相空间重构后, 考虑两条具有不同初始点的相邻轨线  $L_1$  和  $L_2$ , 它们的初始点分别是  $x_0$  和  $z_0$ 。这两个初始点之间的距离  $d_0 = |z_0 - x_0|$ 。经过时间  $\Delta t$  后,  $x_0$  和  $z_0$  将沿着各自的轨线到达  $x_1$  和  $y_1$ , 这时新的距离  $d_1 = |y_1 - x_1|$ 。在  $x_1$  和  $y_1$  之间选择一个新点  $z_1$ , 并设  $d_0 = |z_1 - x_1|$ 。点  $x_1$  和  $z_1$  分别位于  $L_1$  和  $L_3$  之上。再过时间  $\Delta t$ , 以  $x_1$  和  $z_1$  为起始点的轨线  $L_1$  和  $L_3$  将到达它们对应的新点  $x_2$  和  $y_2$ 。这样经过  $p$  次重复, 将得到  $d_i = |y_i - x_i| (i = 1, 2, \dots, p)$ 。Lyapunov 指数的计算公式如式(10)所示。

$$\lambda_i = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{p\Delta t} \sum_{i=1}^m \ln \frac{d_i}{d_0} \quad (10)$$

按数值大小进行重排, 得到该时间序列的 Lyapunov 指数如下

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m \quad (11)$$

因为  $p$  是一个较大的整数, 由此得到的 Lyapunov 指数是每个相点在其轨线上以指数形式发散的统计平均值。在上述 Lyapunov 指数中, 一个或多个 Lyapunov 指数可能都是正的。根据非线性理论, 正的 Lyapunov 指数意味着该时间序列(信号)是混沌的。

## 3. 结果与分析

先对原始脉搏信号进行去噪处理, 原始脉搏信号的采样频率为 200 Hz, 然后用三次 B 样条小波进行 4 尺度小波分解, 对小波分解后的 3 尺度与 4 尺度的细节分量进行小波重构, 求得重构后信号的能量值, 图 1 是对两个脉搏周期进行 5 个特征点的识别与提取, P 波为脉搏主波。

### 3.1. 不同病理状态下脉搏主波间期序列的定性比较

首先从非线性定性分析的角度对这两组信号进行比较。可以利用连续峰值来绘制这两个信号的伪

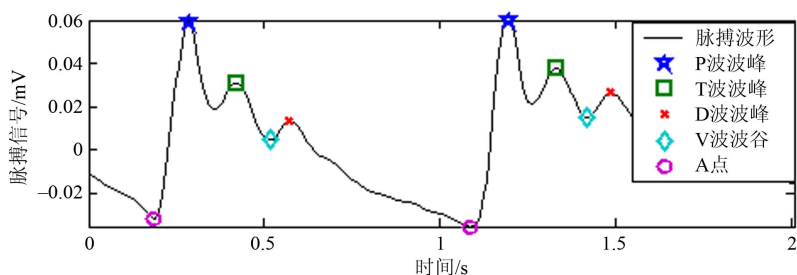
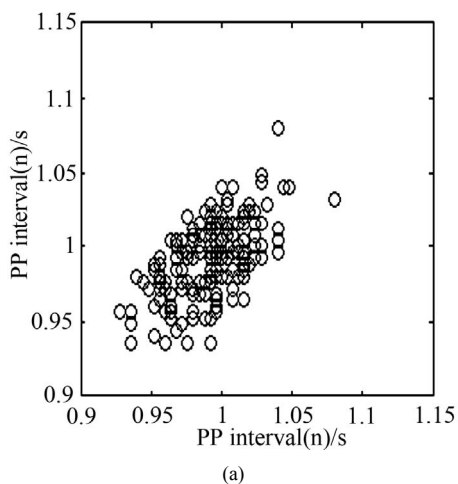


Figure 1. Extraction of five feature points of human pulse  
图 1. 脉搏信号的 5 个特征点的提取

Poincare 映射图。测定健康人员与心率不齐患者的脉搏数据, 采样频率均为 250 Hz, 病理状态为心率不齐, 采样时间为 3 min。将原数据去噪后提取连续脉搏信号的主波间期序列, 进行散点图的对照。图 2 对比了健康人和心率不齐病人的散点图, 其横坐标轴为  $PP(n)$ 、纵坐标轴为  $PP(n+1)$ 。设  $PP(n)$  是一个时间序列的峰值集合, 则它的伪 Poincare 映射图是指  $PP(n+1)$  对应  $PP(n)$  绘出的点图。如果考虑采样误差, 信号的周期点会在伪 Poincare 映射图表现为一个较小的区域。而伪 Poincare 映射图中出现分散的点区域时, 根据非线性混沌理论, 表明存在不规则或奇怪吸引子。对于这两组信号, 它们的伪 Poincare 映射图如图 2 所示。从图 2(a)和(b)可以看出, 两组信号的伪 Poincare 映射图在形貌上还是有区别的。

### 3.2. 不同生理状态下脉搏主波间期序列的混沌识别结果与比较

本文对多种不同生理状态下的脉搏信号数据按



上述算法进行计算, 均取得了较一致的结果。表 1 给出了计算结果, 在计算过程中,  $d$  取值为 3,  $K$  取值为 15。由表 1 可以看出, 每组数据得到的特征概率  $P$  值均小于 0.05, 因此拒绝随机假设, 信号的混沌特性得到辨识(95%的置信度), 由此可判断出所计算的脉搏信号具有混沌特征。由表 1 还可以看出, 生理状态差异均明显反映在  $Q_D$ 、 $\chi$ 、 $\mu_s$  等的数值上。健康状态下的  $Q_D$ 、 $\mu_s$  比非健康状态下的  $Q_D$ 、 $\mu_s$  值大, 但  $\chi$  值小于非健康状态下的  $\chi$  值。根据前文所介绍的非线性混沌分析理论, 用代替数据法计算得到的关于健康状态和心率不齐状态下的脉搏主波间期序列的概率  $P$  值见表 1。

### 3.3. 不同生理状态下脉搏主波间期序列的混沌识别结果与比较

不同生理状态下的脉搏主波间期序列的最大 Lyapunov 指数的具体数据归纳如表 2 所示, 从表中可以看出, 它们均大于 0, 这是混沌的典型特征。

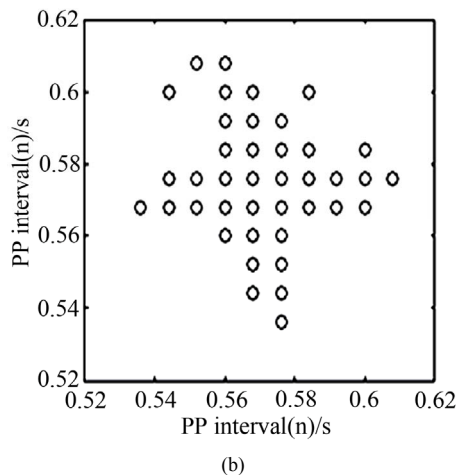


Figure 2. Scattered plots in different healthy states: (a) Healthy state; (b) Unhealthy state (arrhythmia)  
图 2. 不同健康状态脉搏信号的主波散点图: (a) 健康状态; (b) 病理状态(心律不齐)

**Table 1. Calculation results of some PP intervals with surrogate data method**

**表 1. 两组脉搏主波间期信号的代替数据法的特征参数计算结果**

	不同健康情况	
	健康状态	病理状态(心律不齐)
$Q_D$	0.0161	0.0231
$\mu_s$	0.6143	0.9838
$\sigma_s$	0.0965	0.1184
$\chi$	6.2017	8.1167
$P$	5.5846e-10	4.7912e-16

**Table 2. The nonlinear parameters of PP intervals in different states**

**表 2. 不同生理状态下的脉搏主波间期序列的非线性参数**

不同的生理病理状态	健康	病理
最小延迟时间	8	6
关联维	2.7743	1.6193
最大 Lyapunov 指数	1.8905	2.8393

#### 4. 结论

从定量分析研究的角度, 所采用的代替数据法和 Lyapunov 指数估计方法对区分具有不同生理状态下的脉搏主波间期序列是有效的。

对于这两种状态下的脉搏主波间期序列, 由代替数据法所得到的特征参数的数值互不相同, 最大 Lyapunov 指数也有差别。根据代替数据法中的概率值  $P$  的大小和最大 Lyapunov 指数可以看出, 心律不齐患者比正常人员具有更明显的混沌特征。

#### 5. 致谢

本文感谢国家自然科学基金(No. 10972192)的资助)。

#### 参考文献 (References)

[1] S. S. Franklin, S. A. Khan and N. D. Wong. Is pulse pressure useful in predicting risk for coronary heart disease. The Framingham Heart Study Circulation, 1999, 100(4): 354-360.

[2] K. H. Choi, D. Y. Kim, S. J. Jung and I. H. Kim. A recording of the radial pulse wave system using photoplethysmogram. SICE Annual Conference 2005 in Okayama, Okayama, 8-10 August 2005, WP2-11.

[3] H. Kantz, T. Schreiber. Nonlinear time series analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

[4] Z. J. He, Q. F. Meng and J. Y. Zhao. Time-frequency (scale) analysis and diagnosis for nonstationary dynamic signal of machinery. International Journal of Plant Engineering and Management, 1996, 1(1): 40-47.

[5] G. S. Meltzer, Y. Y. Ivanov. Fault detection in gear drives with non-stationary rotational speed—Part I: The time-frequency approach. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(5): 1033-1047.

[6] W. Y. Wang, M. J. Harrap. Condition monitoring of rolling element bearings by using cone kernel time-frequency distribution. Processings of the SPIE Conference on Measurement Technology and Intelligent Instrument, Bellingham, 1993: 290-298.

[7] V. Katvonic, L. Stankovic. Instantaneous frequency estimation using the Wigner distribution with varying and data-driven window length. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(9): 2351-2325.

[8] M. Casdagli. Nonlinear prediction of chaotic time series. Physica D, 1989, 35(3): 335-356.

[9] R. Engbert. Testing for nonlinearity: The role of surrogate data. Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 13(1): 79-84.

[10] M. Banbrook, G. Ushaw and S. McLaughlin. Lyapunov exponents from a time series: A noise-robust extraction algorithm. Chaos, Solitons and Fractals, 1996, 7(7): 973-976.

[11] J. Theiler, S. Eubank and A. Longtin. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 58(1-4): 77-94.

[12] K. Yonemoto, T. Yanagawa. Estimating the Lyapunov exponent from chaotic time series with dynamic noise. Statistical Methodology, 2007, 4(4): 461-480.

[13] M. Kennel, S. Isabelle. Method to distinguish possible chaos from coloured noise and to determine embedding parameters. Physical Review A, 1992, 46(6): 3111-3118.

[14] H. Kantz. A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series. Physics Letters A, 1994, 185(1): 77-87.

[15] A. Wolf, J. V. Swift, H. L. Swinney, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1985, 16(3): 285-317.

[16] M. T. Rosenstein, J. J. Collins and C. J. Luca. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1993, 65(1-2): 117-134.