

Simulation of Heat Transfer in Multi-Layered Medium

Jiapeng Zhen¹, Qi Guo², Jiang Zhou^{1*}

¹School of Physics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

²School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Email: *jzhou5@gzu.edu.cn

Received: Dec. 21st, 2018; accepted: Jan. 4th, 2019; published: Jan. 11th, 2019

Abstract

The temperature changes with time and location for heat transfer with steady heat source flowing through a multi-layered dielectric material. In this paper, the temperature distribution of steady heat source flowing through a multi-layered medium is studied. By using heat conduction equation, we derive the heat-stable temperature distribution and the temperature regularity of the innermost material changes as time. Our method is applicable to the composite problem of various thermal insulation materials, and can be used to determine the temperature distribution of the multi-layered medium material.

Keywords

Multi-Layered Media, Heat Transfer, Thermal Insulation Material

多层介质传热的计算模拟

甄嘉鹏¹, 郭琦², 周江^{1*}

¹贵州大学物理学院, 贵州 贵阳

²贵州大学数学与统计学院, 贵州 贵阳

Email: *jzhou5@gzu.edu.cn

收稿日期: 2018年12月21日; 录用日期: 2019年1月4日; 发布日期: 2019年1月11日

摘要

在稳定热源流过多层介质材料的传热过程中, 温度会随时间和位置发生变化。本文分析了稳定热源通过

*通讯作者。

多层介质传热的温度分布,运用热传导方程导出了热稳定后的温度分布以及最内层材料温度随时间的变化关系。本文的方法适用于多种隔热材料的复合问题,可求出多层介质各层温度随时间的变化规律。

关键词

多层介质, 热传导, 隔热材料

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

多层材料在传热过程中,不同介质材料会导致不同的温度分布。温度在材料内部随着位置而变化,材料最内侧的温度会随热传递的时间而变化。这类问题从20世纪80年代开始一直被广泛研究。1981年,顾延安研究了保温层外壁面温度,以及它的计算方法,通过理论推导给出了一种计算热损失的方法[1]。2007年,白净选用第一类边界条件下的柱坐标形式的导热微分方程对圆筒壁内的温度分布进行计算和分析,得出结论等温面的热流密度相同[2]。曾剑等考虑了一类热传导方程中间断扩散系数的反问题,证明了时间相对较小时,极小元的唯一性和稳定性[3] [4] [5] [6]。2018年,陈大伟利用热传导方程的差分格式对一维热传导方程的数值解进行计算并绘成图,从而直观地得到热传导媒介上的温度时空分布[7]。目前,对于热传导方程解的研究并以此得到热传导媒介在传热过程中的温度分布的相关研究仍在继续,然而对于将两者与隔热材料相结合以提高复合材料的隔热性能以及对隔热时间的研究仍然较少。该研究对于复合材料隔热性能的提高和隔热材料的选择具备参考价值,在实际生活中的应用也较为广泛,可应用于高温作业服、消防隔热墙等诸多领域,因此具有一定的研究价值。

本文通过实验所得实验数据,利用数学物理方程建立稳定状态下的温度分布模型,包括复合介质各分界面的温度变化和多层材料内侧温度随时间的变化。将该热传导模型和实验曲线进行对比,验证模型的正确性。

2. 模型的建立

2.1. 热传递温度分布

将多层介质的传热过程视为沿径向的一维运动,方向由外侧指向内侧,零点为该多层材料最外侧处(如图1)。

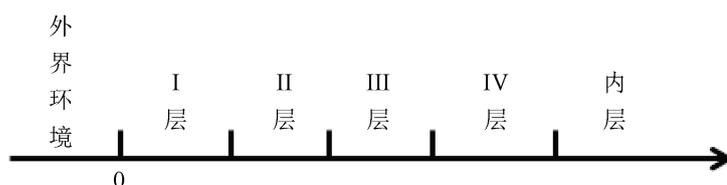


Figure 1. The schematic of one dimensional multi-layered media

图1. 多层介质一维分布示意图

由傅里叶定律和能量守恒定律得出温度随时间和位置变化的方程[8]:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

其中 $a^2 = \lambda/c\rho$, λ 为导热系数, c 为比热容, ρ 为密度。设多层介质总厚度为 d , 初值条件满足外界环境温度恒为 T_1 , 稳定后内侧温度为 T_5 , 即满足

$$u(x=0,t) = T_1, \quad u(d,t=\infty) = T_5. \quad (2)$$

分离变量令试探解 $u(x,t) = X(x)T(t)$, 带入(1)求解得[8]:

$$X_k(x) = p_k \cos(\omega_k x) + q_k \sin(\omega_k x), \quad (3)$$

$$T_k(t) = n_k e^{-a^2 \omega_k^2 t} \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (4)$$

其中系数 p_k, q_k, n_k 由初值条件决定, $\omega_k = k\pi/d$ 。方程(1)的一般解可表示为

$$u(x,t) = \sum_k X_k(x)T_k(t) \quad (5)$$

设多层介质对应 I、II、III、IV 层的厚度分别为 d_1, d_2, d_3, d_4 , 导热系数分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 。介质中间相邻两层分界面的温度分别为 T_2, T_3, T_4 。对于稳定的导热过程, 每一层的导热速率均相等, 由热量守恒条件得每层传递的热量 Q_i ($i=1,2,3,4$) 为

$$Q_i = A \frac{\lambda_i}{d_i} (T_i - T_{i+1}).$$

这里 A 为传热横截面积。当热传导处于稳定状态时, 有

$$\frac{\Delta T_{1,2}}{R_1} = \frac{\Delta T_{2,3}}{R_2} = \frac{\Delta T_{3,4}}{R_3} = \frac{\Delta T_{4,5}}{R_4} \equiv Q, \quad (6)$$

其中 $R_i = \frac{d_i}{\lambda_i A}$ 为热阻, $\Delta T_{i,i+1} = T_i - T_{i+1}$ 。利用 $\Delta T_{i,i+1} = Q \times R_i$ 可求得各层分界面的温度差以及各层面的温度。

2.2. 温度稳定前多层材料最内侧温度随时间的变化

将复合材料两两融合可得出复合材料的密度、热容、导热系数, 它们的计算公式为[9]:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{v_1 + v_2}, \\ c &= \frac{c_1 v_1 + c_2 v_2}{v_1 + v_2}, \\ \lambda &= \frac{\lambda_2}{\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1\right) v_1 + 1} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 v_i 为相对体积[9]。将以上参数带入(5)式可得到复合材料各分界面的温度及内侧温度随时间的变化曲线, 结果可表示为

$$u(x=d,t) = C_1 e^{-a^2 \omega^2 t} + C_0, \quad (8)$$

其中常数 C_1 、 C_0 可通过初始条件和边界条件求出。

3. 计算模拟结果与讨论

以 2018 年全国大学生数学建模大赛 A 题实验数据为依托, 先进行一个初步验证。实验中各层材料

的导热系数、密度及比热容如下表 1 所示。

Table 1. The parameter for related materials

表 1. 各层材料相关参数

序号	厚度 (mm)	密度 ρ (kg/m ³)	导热系数 c (W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)	比热容 λ (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
I	0.6	300	0.082	1377
II	6	862	0.37	2100
III	3.6	74.2	0.045	1726
IV	5	1.18	0.028	1005

外界环境温度恒为 75℃，内层初始温度为 37℃，传热稳定后内层温度稳定在 48.08℃。由(7)可得到复合材料的相关参数：

$$\rho = 370.07, c = 1622.68, \lambda = 0.053, d = 15.2$$

将以上参数带入(5)并考虑边界条件 $u(x=d, t=0) = 37^\circ\text{C}$ ， $u(x=d, t=\infty) = 48.08^\circ\text{C}$ 得：

$$u(x=15.2, t) = -11.08e^{-0.0038t} + 48.08.$$

图 2 给出了该计算结果和实验曲线的对比，从曲线可以看出，上面的关系很好的描述了最内层温度随时间的变化。

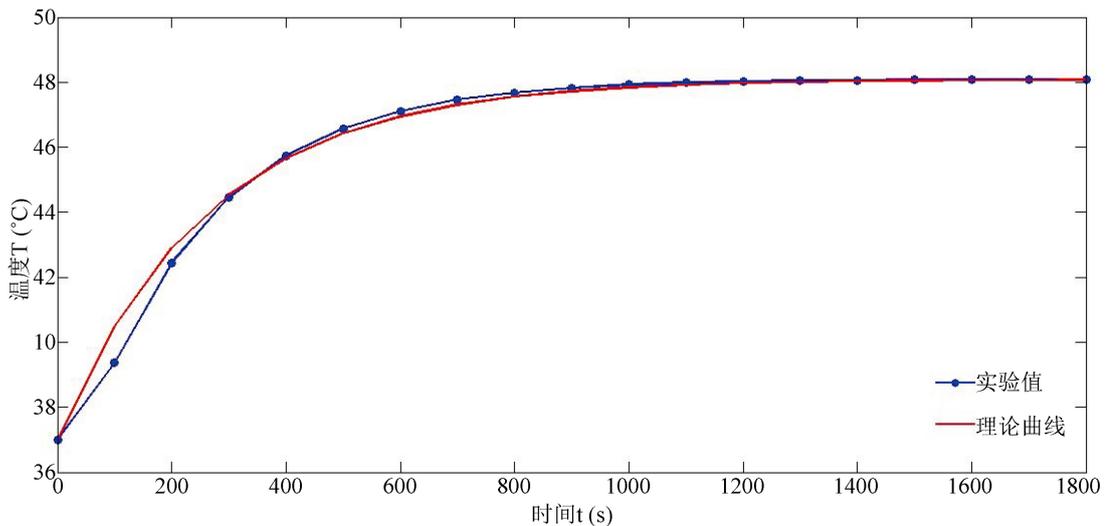


Figure 2. Comparison of fitted curve and experimental value

图 2. 拟合曲线与实验值对比

同理可以得到 I、II 层接触面，II、III 层接触面，III、IV 层接触面的温度随时间变化关系。

I、II 层接触面：

$$u(d=0.6, t) = -37.302e^{-5.4419t} + 74.302.$$

II、III 层接触面：

$$u(d=6.6, t) = -35.754e^{-0.0385t} + 72.754.$$

III、IV层接触面:

$$u(d=10.2,t) = -28.117e^{-0.0088t} + 65.117.$$

以上温度变化曲线如图3所示(蓝线为I、II层接触面,红线为II、III层接触面,绿线为III、IV层接触面),可以发现,各层传热速率的大小关系为: I > II > III。

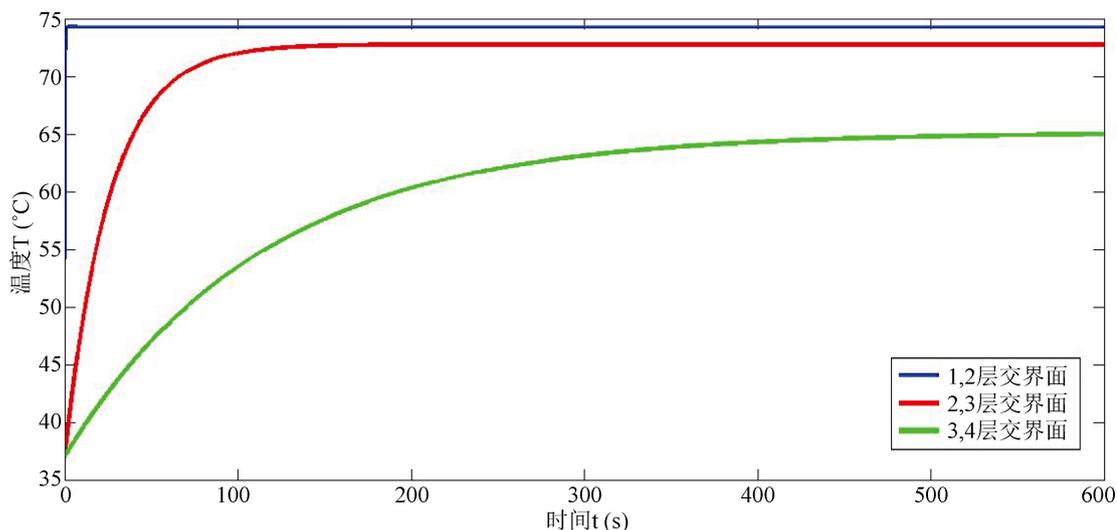


Figure 3. The curve for temperature varies as time on three interfaces between layers

图3. 三个接触面的温度随时间变化曲线

4. 实验探究

为了进一步验证稳恒热源热传递的温度分布,去如表2所示的集中材料,分别测量并记录恒温热源的温度和材料层的初始温度。将材料层固定在恒温热源之前并同时开始计时,每隔一分钟测量并记录此刻材料最外层的温度,直至最外层温度稳定,实验结果如图4所示。

Table 2. The parameter for related materials

表2. 各层材料相关参数

序号	名称	厚度 (mm)	密度 ρ (kg/m ³)	导热系数 c (W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)	比热容 λ (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
I	聚苯乙烯泡沫	2.34	30	0.042	1380
II	聚乙烯泡沫	1.66	100	0.047	1380
III	玻璃板	2.24	2500	0.76	840
IV	纸板	5.00	380	0.14	1800

实验中,热源恒温为 85.7°C,材料的初始温度为 26.7°C,材料稳定后的温度为 50.0°C。经计算,复合后材料的相关参数为:

$$\rho = 1185.5, c = 1210.1, \lambda = 0.097, d = 11.04$$

理论曲线可求得为:

$$u(d=11.04,t) = -23.3e^{-0.0055t} + 50$$

将实验值与理论曲线对比可知, 实验数据与理论曲线基本相符。所以, 此模型可运用于符合隔热材料, 建筑墙面等的设计中。

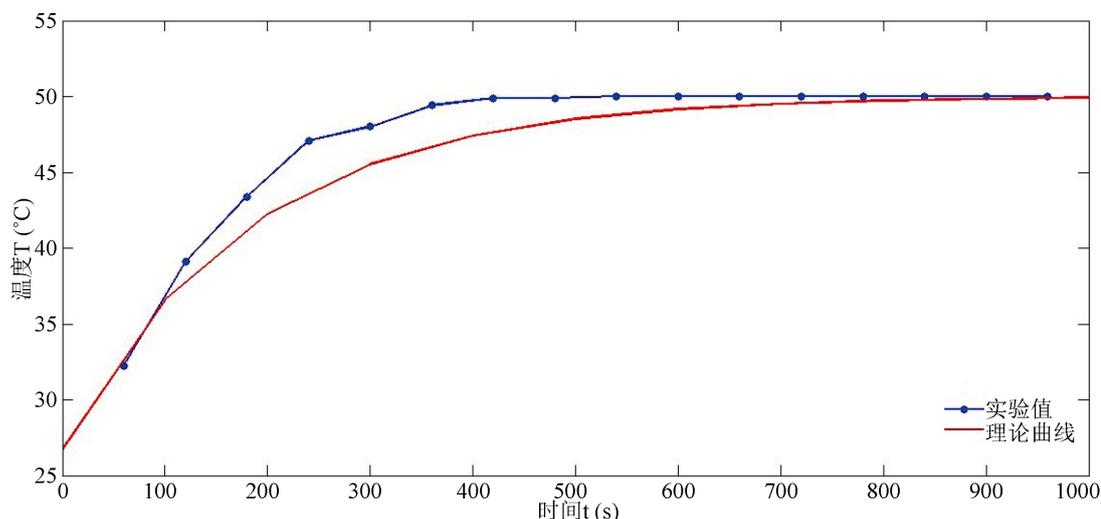


Figure 4. Comparison of fitted curve and experimental value

图 4. 拟合曲线与实验值对比

5. 总结

本文将稳定热源沿圆筒径向的热传递抽象为一维过程, 用热传导方程研究了多层复合材料的热传导规律。通过复合介质的比热容、热导率和密度参数, 我们求出了热稳定后各层介质分界面的温度分布, 同时得到了介质内层温度的变化。从理论和实验曲线的对比发现, 该模型很好地描述了复合介质的热传导问题。对复合介质的热传导规律的研究在各行各业有着非常广泛的应用, 对复合隔热材料的研发有着非常重要的意义。仍需指出, 本文只考虑了分离的时间和空间变量; 二者同为变量的情况较为复杂, 有待进一步深入研究。

参考文献

- [1] 顾延安. 保温层外壁面温度的计算方法[J]. 化工设备设计, 1981(1): 1-4.
- [2] 白净. 圆筒壁内的温度分布计算及分析[J]. 山西建筑, 2007, 33(25): 86-87.
- [3] 曾剑, 刘云, 甄苇苇. 关于一类热传导方程的间断扩散系数的稳定方法[J]. 洛阳理工学院学报(自然科学版), 2017, 27(1): 80-83.
- [4] 刘转转, 刘茂省, 张菊萍. 热传导方程的基本解与正态分布密度函数[J]. 西南民族大学学报(自然科学版), 2012, 38(2): 170-173.
- [5] 苏新卫, 郭春晓. 热传导方程的解法注记[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2018, 34(4): 11-12.
- [6] 贾海峰, 刘蕤. 线性边界条件热传导方程求解[J]. 科教文汇, 2014(9): 47-50.
- [7] 陈大伟, 等. 一维热传导过程的计算模拟[J]. 沈阳大学学报(自然科学版), 2018, 30(4): 338-341.
- [8] 梁昆淼. 数学物理方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 117-118.
- [9] 陈则韶, 钱军. 复合材料等效导热系数的理论推算[J]. 中国科学技术大学学报, 1992, 22(4): 416-424.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2160-7567，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：app@hanspub.org