

高中数学三版教材“复数”部分比较研究

朱宇萌, 彭 阳, 邵贵明

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年4月4日; 录用日期: 2023年5月15日; 发布日期: 2023年5月23日

摘 要

教材研究与建设一直是课程与教学研究中的核心问题, 是教学质量提升和教学改革实施的基本保障。近年来, 对数学教材进行比较研究已经在数学领域成为了一个热门话题。通过对比不同版本教材的数学知识, 可以帮助教师厘清知识脉络, 了解知识点之间的关联, 并且可以帮助学生更好地系统掌握数学知识。选取“人教A版(2019年版)”、“苏教版(2019年版)”和北师大版(2019年版)为研究对象, 以复数章节为例, 利用内容分析法对三版教材进行比较研究, 发现人教A版教材更注重知识间的关联性, 苏教版教材更注重习题的设置, 北师大版教材更注重知识的探究。并提出合理分配习题、培养自主探究能力、加强数学史和数学文化的渗透三条建议, 以便更好服务教育教学。

关键词

复数, 比较研究, 高中数学

A Comparative Study of the “Plural” Part of the Three Versions of the High School Mathematics Textbook

Yumeng Zhu, Yang Peng, Guiming Shao

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 4th, 2023; accepted: May 15th, 2023; published: May 23rd, 2023

Abstract

The research and construction of teaching materials has always been the core issue in curriculum and teaching research, and is the basic guarantee for the improvement of teaching quality and the implementation of teaching reform. In recent years, comparative research on mathematics text-

books has become a hot topic in the field of mathematics. By comparing the mathematical knowledge of different versions of the textbook, it can help teachers clarify the knowledge context, understand the relationship between knowledge points, and help students better grasp mathematical knowledge systematically. Taking “Renjiao A Edition (2019 Edition)”, “Jiangsu Teaching Edition (2019 Edition)” and Beijing Normal University Edition (2019 Edition) as the research objects, taking the plural chapters as an example, the content analysis method was used to compare and study the three versions of the textbook, and it was found that the A textbook of Renjiao paid more attention to the correlation between knowledge, the Jiangsu Teaching Edition textbook paid more attention to the setting of exercises, and the Beijing Normal University textbook paid more attention to the exploration of knowledge. It also puts forward three suggestions: reasonable allocation of exercises, cultivation of independent inquiry ability, and strengthening the penetration of mathematical history and mathematical culture, so as to better serve education and teaching.

Keywords

Plural, Comparative Studies, High School Math

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

《普通高中数学课程标准(2017 年版)》将数学课程设置为必修、选择性必修、选修三部分。函数、几何与代数、概率与统计、数学探究活动和数学建模活动是高中数学课程的四条主线[1], 复数作为代数中的重要部分, 从选修内容变成必修内容, 且高中复数的内容属于一个新的内容, 是数系的扩充, 其研究意义显而易见。在课程与教学研究中, 教材的研发与构建始终是一个重要的问题, 它是提高教育质量和进行教育的根本保证, 同时, 它也是中小学一线老师们在教育实践过程中, 共同关注并时常进行研究的一个问题[2]。虽说高中数学教材的主要内容不会大体改变, 但是我们不能思维定势, 应该认真钻研教材, 紧跟时代要求走, 不断优化教育方法, 树立新的育人理念。很多学者的研究都是把国外的数学教材与国内某一版的数学教材进行比较研究, 亦或是比较研究新旧两版教材, 很少有学者把国内的三种教材进行比较分析。已有的教材比较研究多集中于对函数、三角函数、概率与统计等内容的研究, 涉及复数的研究较少, 因此本研究将起到添砖加瓦的补充作用。为了帮助教师厘清知识脉络, 了解知识点之间的关联, 并且帮助学生更好地系统掌握数学知识[3], 选取用得最多的三版教材“人教 A 版(2019 年版)”、“苏教版(2019 年版)”和北师大版(2019 年版)为研究对象。

2. 文献综述

通过知网以“数学”并含“复数”为主题检索词进行检索, 发现基于复数教材发表的文献数量较多的作者有胡典顺、彭艳贵、纪妍琳等人, 研究者以高校学者和研究生居多, 缺少各级一线教师的参与, 且尚未出现联系紧密的研究群体, 缺少有一定影响力的业界学者作深入的研究, 因此复数该部分仍然需要广大教育工作者深入探索。利用 CiteSpace 进行可视化分析, 对已有研究进行梳理和分析, 总结已有研究成果, 发现该领域的研究主题大体分为三类。种类#1 是着重于与复数相关的基本内容的研究, 该部分涉及到的关键词主要包括: 复数概念、共轭复数、纯虚数、几何意义和向量运算, 说明对于复数的研究

更注重其实质内容的分析,这也是高考考察的主要关注点。种类#2是侧重于数学文化的研究,该部分涉及到的关键词主要包括:数学文化、学科育人、数学家和数学史,说明在高中复数的学习中力求通过数学文化的渗透来实现培养学生核心素养的根本教学诉求,提升学生核心素养视域下的关键能力。种类#3是着眼于不同版本复数教材的对比,主要包括新加坡、中韩美英等数学教材,能够发现在对教材中复数部分进行比较时,选取新加坡等国家教材的比较研究较多,教育研究者希望能够通过教材比较来找到开拓学生数学思维的新的落脚点。

3. 教材内容编排的比较

3.1. 知识结构的比较

复数这章内容在人教 A 版(2019 年版)必修第二册第七章,苏教版(2019 年版)必修第二册第十二章,北师大版(2019 年版)必修第二册第五章。三版教材中有关复数的内容结构如下表 1 所示:

Table 1. A comparison table is set up for the plural related chapters of the three versions of the textbook

表 1. 三版教材的复数相关章节设置对照表

人教 A 版(2019 年版)	苏教版(2019 年版)	北师大版(2019 年版)
7.1 复数的概念	12.1 复数的概念	5.1 复数的概念及其几何意义
7.2 复数的四则运算	12.2 复数的运算	5.2 复数的四则运算
7.3* 复数的三角表示	12.3 复数的几何意义	5.3* 复数的三角表示
阅读与思考	12.4* 复数的三角形式	阅读材料
探究与发现	问题与探究	本章小结
小结	阅读	复习题
复习参考题	本章回顾	
	复习题	

通过相关章节的比较,发现复数这章在内容设置上的共性主要表现在三版教材都设置了复数的概念、复数的几何意义、复数的运算、复数的三角形式的内容,并把复数的三角形式这节都设置成了选讲部分。人教 A 版和北师大版教材复数这章设置了三节内容,并把复数的几何意义和复数的概念设置成了一节的内容。而苏教版教材设置了四节内容,比较重视对复数几何意义的探究,把复数的几何意义单独设置成了一节内容。

人教 A 版在复数的概念这一节里,把两个复数相等的充要条件作为隐性概念,没有着重标记,把共轭复数的概念也放到了这节内容里,给出了复数加法的几何意义,让学生们自己探究复数减法的几何意义。苏教版教材把两个复数相等的充要条件作为显性概念,用了特殊颜色字体重点标注出来了,把共轭复数的概念放在了复数的运算这节内容里,直接给出了复数减法的几何意义,并在设置复数减法的几何意义时指出了两个复数的差的模就是复平面内与这两个复数对应的两点间的距离,用特殊字体重点标注了。北师大版教材把共轭复数的概念放到了复数的概念这节内容里,给出了复数加法的几何意义,让学生们自己探究复数减法的几何意义,多设置了一小节复数乘法几何意义初探的选讲内容,并在设置复数乘法的内容时重点标出了互为共轭复数的两个复数的乘积是实数,等于这个复数模的平方这个概念。

3.2. 知识呈现方式的比较

不同版本的教材有不同特色,但倾向于创新和开发更优化的内容,增加具有丰富数学特征的内容往往对数学教学有用[4]。三版教材复数内容的比较可以分为章前言、小节部分(把教材衔接起来的框图部分)、

章末习题和小结四类。

3.2.1. 章引言部分的比较

章引言是关键课程资源，其承担着教育目标落实的重任，在落实教育方针政策和渗透数学文化思想方面有着不小的作用。人教 A 版教材章引言希望通过解方程等具体问题，学生能感受引入复数的必要性，了解从实数系到复数系的扩充过程和方法，研究复数的表示、运算及其几何意义，体会“数”与“形”的融合，感受人类理性思维在数系扩充中的作用。苏教版教材的章引言以 $\sqrt{-15}$ 有无意义，能不能作为数引入复数章节的学习。北师大版教材章引言中说到希望学习者通过复数章节的学习，了解引入复数的必要性，认识数系的扩充，掌握复数的表示、运算及其几何意义，感受人类理性思维所起的重要作用，提高数学抽象和数学运算的核心素养。三版教材的章引言各有不同，对比来看苏教版教材的章引言内容过少，不够新颖。

3.2.2. 小节部分的比较

小节部分贯穿整章知识的学习，是需要学习的重点内容。小节里人教 A 版都是通过“探究”、“思考”来引入知识，苏教版是通过“思考”引入知识，北师大版则通过“思考交流”、“问题提出”、“分析理解”、“抽象概括”引入知识，相比三版的教材，人教版和北师大版的要更加新颖，能更好地培养学生自主探究的能力，三版教材对重点知识的处理都很好，用特殊字体来标注，能吸引学生的注意，从而高度重视该知识点的学习。

三版教材在设置例题后都会紧跟着设置练习题，让学生学到的知识都能得到及时的巩固，此外，教材在每节内容后面还设置了习题帮助学生检测自己对本节课程内容的掌握程度，查漏补缺，让学生能高效地掌握每节课的知识。三版教材还设置了“阅读”部分，丰富学生数学文化和数学史的知识面，拓宽学生视野，其中人教 A 版和苏教版还分别设置了“探究与发现”、“问题与探究”引导学生自主探究。但总的来说，还是人教 A 版教材的小节部分设置更丰富，更能拓广学生视野。

3.2.3. 章末习题的比较

章末习题能帮助学生巩固本章知识的学习，同时也起到了查漏补缺的作用。在章末习题这一栏，人教 A 版设置的复习题分为复习巩固、综合运用、拓广探索三部分，苏教版设置的复习题包括感受·理解、思考·运用、探究·拓展三部分，北师大版分为 A 组、B 组、C 组三部分。三版教材复习题的设置都是由易到难、由浅到深，人教 A 版设置了由填空题、选择题、解答题组成的复习参考题，苏教版不仅设置了复习题，还设置了由填空题、选择题、解答题组成的章节测试，北师大版设置了由解答题组成的复习题，由此可见，苏教版教材更关注学生对知识的掌握程度，更注重学生的练习。

3.2.4. 小结部分的比较

小结是对本章重点内容的一个梳理归纳，能给学生一个完整的知识体系。三版教材都设置了小结，用了结构框图清晰直观地展现了复数这一章的知识结构，其中人教 A 版还向学生科普了一些数学史的内容，苏教版和人教 A 版都提及了数形结合思想的运用，人教 A 版和北师大版都说明了学习时注意的事项，北师大版提及了复数这一章节的学习要求。因此，相比较而言，人教 A 版和北师大版的教材在小结部分的设置方面更全面。

总的来说三版教材的内容设置都很丰富。三版教材都设置了“思考”，“探究”，“阅读”这些栏目，这种设置一方面是为了引入新知识，另一方面可以引导学生自主探究，独立思考，激发学生的数学学习兴趣，拓宽学生的知识面，提高学生的数学学习能力。三版教材遇到重点概念或结论时，会用方框或者加粗字体重点标记，提醒学生注意，在小结部分都设置了知识结构框图梳理本章知识。

4. 教材习题的比较

4.1. 教材习题编排的比较

习题既是知识的应用，又是知识和能力的再生，而习题的设置在很大程度上会影响学生对数学知识的理解及其数学思维的形成过程[5]。习题的设置是高中数学教材不可或缺的一部分，通过设置一定量的习题，可以帮助学生把所学新知进行及时的巩固，同时它也是检验学生对所学知识掌握情况和判断学生能力水平的依据[6]。所以，习题数量和质量的选择会对学生数学的学习产生直接影响。

为了方便统计习题的数量，把一题多问也按照一题来计算。苏教版教材比人教 A 版和北师大版教材多了一个本章测试把它归为复习参考题。由于复数这章节的特殊，三版教材里都含有一节选学的内容，在这里把“复数的三角表示”这节选学内容的习题也放在统计数据里。习题数量和分配情况如表 2~4 所示：

Table 2. The distribution of exercises in the Renjiao A Edition textbook

表 2. 人教 A 版教材中习题的分配情况

章节名	例题数量	练习数量	习题数量 (基础题)	习题数量 (非基础题)	总计
复数的概念	3	6	5	6	20
复数的四则运算	6	8	4	6	24
复数的三角表示	5	6	4	6	21
复习参考题	—	—	5	5	10
总计	14	20	18	23	75

Table 3. The distribution of exercises in the Jiangsu Teaching Edition textbook

表 3. 苏教版教材中习题的分配情况

章节名	例题数量	练习数量	习题数量 (基础题)	习题数量 (非基础题)	总计
复数的概念	3	6	5	3	17
复数的运算	6	13	6	9	34
复数的几何意义	3	7	8	4	22
复数的三角形式	4	6	6	6	22
复习题	—	—	24	5	29
总计	16	32	49	27	124

Table 4. The distribution of exercises in the textbook of Beijing Normal University Edition

表 4. 北师大版教材中习题的分配情况

章节名	例题数量	练习数量	习题数量 (基础题)	习题数量 (非基础题)	总计
复数的概念及其几何意义	4	4	6	2	16
复数的四则运算	12	8	8	6	34
复数的三角表示	4	5	4	3	16
复习题	—	—	7	7	14
总计	20	17	25	18	80

三版教材都包含例题、练习、习题、复习题，这里的习题分为基础题和非基础题，基础题指的是人教 A 版中的复习巩固的题、苏教版中的感受·理解的题和北师大版中的 A 组题。单从习题的类型来看，北师大版教材只注重设置解答类题型，比较单一，人教 A 版和苏教版教材设置了选择题、填空题和解答题，题型比较丰富，能拓宽学生的知识面，让学生对知识的掌握更加全面。通过设置不同难度的题，可以满足不同层次的学生需求，学生可以根据自身的能力水平、学习情况选择适合自己的习题，能使不同层次学生的学习得到及时的巩固，复习题也起到了很好的检测作用，帮学生查漏补缺，养成自主学习的好习惯。经过对比三本教材，发现苏教版很重视习题的设置尤其是基础题，基础题简单易做可以帮助学生提高自信心，产生数学学习兴趣，适当设计一些综合运用题和探究题，让学生自主探究，锻炼学生的数学思维，提高学生的数学素养。这里人教 A 版的设置不太合理，基础题比综合应用题和探究题少，太过重视难题的设置，难题不易做，反而打击学生的自信心。

4.2. 习题的综合难度分析

本次研究利用综合难度模型从“探究”“背景”“推理”“运算”“知识含量”对三版教材复数章节中的习题进行统计分析[7]，得到表 5 和图 1 如下：

Table 5. Worksheet of difficulty level statistics

表 5. 习题难度水平统计表

因素	水平	题目数			百分比			综合难度系数		
		人教 A 版	苏教版	北师大版	人教 A 版	苏教版	北师大版	人教 A 版	苏教版	北师大版
探究	识记	21	35	18	34.4%	32.4%	30.0%	2.07	1.95	1.98
	理解	15	43	25	24.6%	39.8%	41.7%			
	探究	25	30	17	41.0%	27.8%	28.3%			
背景	无背景	51	102	52	83.6%	94.4%	86.6%	1.46	1.17	1.35
	个人生活	1	0	1	1.6%	0	1.7%			
	公共常识	0	0	1	0	0	1.7%			
	科学情景	9	6	6	14.8%	5.6%	10.0%			
运算	无运算	17	38	6	27.9%	35.2%	10.0%	2.10	1.88	2.40
	简单运算	27	50	29	44.3%	46.3%	48.3%			
	中等运算	11	15	20	18.0%	13.9%	33.3%			
	复杂运算	6	5	5	9.8%	4.6%	8.3%			
推理	无推理	23	61	30	37.7%	56.5%	50.0%	1.80	1.55	1.58
	简单推理	27	35	25	44.3%	32.4%	41.7%			
	复杂推理	11	12	5	18.0%	11.1%	8.3%			
知识含量	1 个知识点	27	58	31	44.3%	53.7%	51.7%	1.70	1.63	1.55
	2 个知识点	25	32	25	41.0%	29.6%	41.7%			
	3 个及以上知识点	9	18	4	14.7%	16.7%	6.6%			

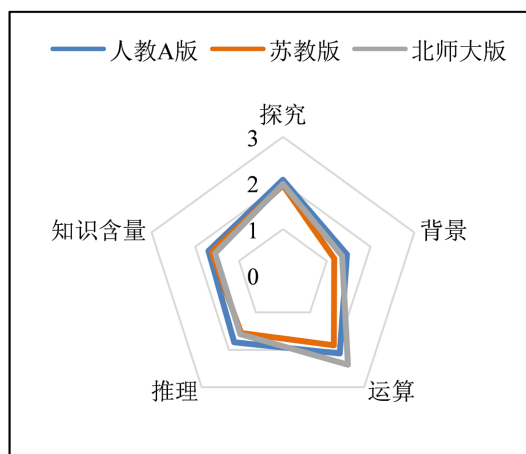


Figure 1. Comprehensive difficulty analysis
图 1. 综合难度分析

在“探究”“背景”“推理”“知识含量”的综合难度分析中，人教 A 版教材的各个数据都领先其他两版教材，综合难度最高，但在“运算”这块，北师大版教材难度系数高于其他两版教材。在“探究”和“推理”这块，苏教版教材和北师大版教材的综合难度系数都差不多。在“知识含量”这块，苏教版教材难度系数高于北师大版教材。通过习题的综合难度分析，还是人教 A 版教材的难度更高。

总的来说，三版教材都设置了难度不一的习题来满足不同层次学生的需要，这些习题井然有序，分层分类，针对不同的学生，处理比较得当。但是在设置难度不一的习题时，习题数量需严格把控，且在设置习题时注意多样性，不要过于单一。

5. 结论和建议

通过内容分析法对三版教材进行比较研究得到如下结论和建议。

5.1. 结论

通过比较人教 A 版、苏教版和北师大版教材，可以看到三版教材各有所长，具体的结论如下：

- 1) 人教 A 版教材更注重知识间的关联性。在“小结”部分特意做了框图来直观描述知识间的联系，把复数及其运算进行类比和特殊化得到其他知识，把几个知识点串起来了。
- 2) 苏教版教材更注重习题的设置。它在复习题后面还设置了本章测试，还特别注重习题的多样性，填空题、选择题和解答题都有涉及到。
- 3) 北师大版教材更注重知识的探究。北师大版教材在复数的四则运算中这节中加了一部分复数乘法几何意义初探的内容，这在其他两版教材中是没有的。

5.2. 建议

5.2.1. 合理分配习题

正如前文教材习题的比较中得到的结论所示，人教 A 版教材该部分习题以难度较大的综合运用题和探究题居多，基础题所占比例较少。对于学生来说，综合运用题和探究题虽然可以激发学生的学习兴趣，但具有一定的开放性，学生不易想到，针对这一特点，此类题型的设置不宜过多[6]。因此，建议适当调整一下人教 A 版的习题设置，增加基础题比例，非基础题类型适当减少。苏教版教材该部分习题题量较大，习题是教材的重要组成部分，要提高习题的有效性，科学、准确地把握习题的容量、难度，防止

“题海战术” [1], 因而建议苏教版教材可以适当删减一定量的习题。北师大版教材该部分习题则过于单一, 题型较为单薄, 不能很好地起到强化巩固的作用, 应该考虑习题设置的多样性。

5.2.2. 培养自主探究能力

正如前文教材内容结构的比较所示, 在“复数的运算”这节内容中, 三版教材都是直接呈现复数加法的几何意义, 没有让学生进行深度学习来亲身经历复数加法几何意义的形成过程; 在探讨复数减法的几何意义时, 人教 A 版和北师大版教材都希望学生根据类比复数加法的几何意义, 进而推导出复数减法的几何意义, 这能够充分调动学生的主动性和创造性, 但是苏教版教材却直接给出了复数减法的几何意义, 这部分内容的类比推理应该适当保留, 让学生自己探究, 进行深度学习, 提升学生的参与感与成就感。深度学习强调学生的数学学习不应当局限于数学学科知识, 发展学生的关键能力同等重要, 自主探究则是使学生进行深度学习的重要途径, 教师作为课堂的领导者和组织者, 应该给足学生自主探究以及合作交流的空间。

5.2.3. 加强数学史和数学文化的渗透

数学课程标准明确提出了“体现数学文化价值”这一理念, 强调数学史是将数学文化融入数学教学的一种良好载体[8]。人教 A 版教材在“阅读与思考”和“小结”中提及了代数基本原理和复数的数学史, 苏教版教材在“阅读”中也提及了复数系建立的历史, 北师大版教材则在“阅读材料”中提及了数系的扩充的过程, 但是这样的渗透远远不够, 数学史和数学文化不应当仅仅是起到一个辅助作用。这些数学史以“阅读材料”或是“小结内容”出现, 教师由于受到传统教学观念的影响, 往往会忽视这些栏目的教学, 把重心放在知识的教学上, 这就导致学生对数学史失去兴趣。可以在正文部分引入数学史中的问题, 或是数学史中改编后的问题融入数学文化, 修饰加工呈现在学生面前, 不仅可以激起学生的学习兴趣, 也能使其感受数学文化的熏陶, 提升学生的核心素养。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2018.
- [2] 吴立宝, 曹一鸣. 中学数学教材的分析策略[J]. 中国教育学刊, 2014(1): 60-64.
- [3] 孙成成, 胡典顺. 知识团视角下中美高中数学教材的比较研究[J]. 教学与管理, 2017(9): 87-90.
- [4] 张良朋. 如何利用教材栏目优化数学教学[J]. 小学教学研究, 2016(22): 4-8.
- [5] 王健萍, 邵光华. 美国 UCSMP 教材特色分析与启示[J]. 中国数学教育, 2013(10): 45-48.
- [6] 朱少卿. 中美两国高中数学教材三角函数的比较研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2015.
- [7] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.
- [8] 胡典顺, 沈晓凯, 于芹. 三个版本高中数学教材中“拓展栏目”的比较研究[J]. 中小学教师培训, 2017(12): 69-73.