

# 高中数学人教A版、人教B版、北师大版教材 “数列”部分比较研究

刘梦露, 徐金润, 占婷, 肖加清\*

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年6月9日; 录用日期: 2023年8月1日; 发布日期: 2023年8月10日

## 摘要

尼克·吉布认为数学教育改革的关键是教材, 教材的质量直接决定教学的质量, 通过对人教A版、人教B版和北师大版3个版本教材的内容结构和例题习题两大方面进行比较分析, 总结出三版教材各自的优点和不足, 希望为我国教材改革提供参考。

## 关键词

高中数学, 教材比较, 数列, 综合难度系数

## A Comparative Study of the “Number Series” Section of Humanities A, Humanities B and North Teachers’ University Editions in High School Mathematics Textbooks

Menglu Liu, Jinrun Xu, Ting Zhan, Jiaqing Xiao\*

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 9<sup>th</sup>, 2023; accepted: Aug. 1<sup>st</sup>, 2023; published: Aug. 10<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

Nick Gibb believes that the key to the reform of mathematics education is the textbook, and the

\*通讯作者。

文章引用: 刘梦露, 徐金润, 占婷, 肖加清. 高中数学人教A版、人教B版、北师大版教材“数列”部分比较研究[J]. 创新教育研究, 2023, 11(8): 2159-2166. DOI: 10.12677/ces.2023.118319

quality of the textbook directly determines the quality of teaching and learning. Through a comparative analysis of the content structure and example exercises of the three versions of the textbook, namely, the Humanities A version, the Humanities B version and the North Teachers' University version, the strengths and weaknesses of each of the three versions of the textbook are summarised, in the hope of providing reference for the reform of the textbook in China.

## Keywords

High School Mathematics, Comparison of Teaching Materials, Number Series, Combined Difficulty Factor

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

数列,作为一种特殊的函数,是反映自然规律的基本数学模型,如著名的 Fibonacci 数列,便可以解释我们实际生活中许多数学问题。数列不仅仅是高中数学的重要内容,同时还是高等数学的基础,蕴含了递归、转化、分类与整合等丰富的数学思想方法。学习数列,不仅是衔接高等数学与拓展初等数学的需要,同时还满足了学生提高思维能力与解决实际问题的需要。随着课程标准改革的不断深入,教育部正式颁布了《普通高中数学课程标准(2017年版)》(以下简称:《新课标》)。根据《新课标》,我国各地中学数学课程教材研究中心对教材进行了改动,并出版了新教材。不同版本的教材都有各自的优点和不足,根据《新课标》编写的北师大版和人教版教材备受一线教师的青睐,因此本次研究主要选取了最新版的人教 A 版、人教 B 版和北师大版教材中的数列部分进行比较,从内容结构和例题习题这两大方面为起点分析三版教材之间差异,总结归纳各自的优点和不足,希望能够对今后数列这一部分的教材改革起到一定的借鉴意义,更好地服务于教育教学。

## 2. 内容结构对比

### 2.1. 编排结构比较

由于《新课标》将高中数学课程分为必修课程、选择性必修课程和选修课程,如果学生想通过高考进入高等学校学习就必须学习选择性必修课程[1]。数列作为高考必考内容,人教 A 版将其安排在了选择性必修第二册第四章学习,人教 B 版安排在了选择性必修第三册第五章学习,而北师大版教材则安排在了选择性必修第二册第一章。三版教材的目录比较如表 1 所示。

Table 1. Comparison of catalogues

表 1. 目录比较

人教 A 版	人教 B 版	北师大版
第四章 数列	第五章 数列	第一章 数列
4.1. 数列	5.1. 数列基础	1. 数列的概念及其函数特性
阅读与思考 斐波那契数列	5.1.1. 数列的概念	1.1. 数列的概念

## Continued

4.2. 等差数列	5.1.2. 数列中的递推	1.2. 数列的函数特性
4.3. 等比数列	5.2. 等差数列	习题 1-1
阅读与思考 中国古代数学家求数列和的方法	5.2.1. 等差数列	阅读材料 斐波那契数列
4.4.* 数学归纳法	5.2.2. 等差数列的前 $n$ 项和	2 等差数列
小结	5.3. 等比数列	2.1. 等差数列的概念及其通项公式
复习参考题	5.3.1. 等比数列	2.2. 等差数列的前 $n$ 项和
	5.3.2. 等比数列的前 $n$ 项和	习题 1-2
	5.4. 数列的应用	3. 等比数列
	5.5. 数学归纳法	3.1. 等比数列的概念及其通项公式
		3.2. 等比数列的前 $n$ 项和
		习题 1-3
		4. 数列在日常经济生活中的应用
		习题 1-4
		5.* 数学归纳法
		习题 1-5*
		本章小结
		复习题一

从标题总量上来看,人教 A 版有 8 个,人教 B 版有 11 个,北师大版有 19 个;从内容上来看,三个版本的教材所包含的内容大致上是相同的,由于《新课标》删除了数学归纳法,因此北师大版和人教 A 版教材将数学归纳法这一节作为选学内容,照顾到不同水平的学生;同时,北师大版将整个知识内容分得更细环环相扣,顺应学生的身心发展规律。三版教材从编排顺序上来看都是按照“数列概念及其性质 - 等差数列 - 等差数列求和 - 等比数列 - 等比数列求和 - 数学归纳法”这个顺序编排,有利于锻炼学生理解从数列到等差数列再到等比数列的推导过程,串联知识点之间的联系,提高学生的数学核心素养[2]。

## 2.2. 知识点呈现方式比较

引言部分,三版教材都通过找规律的方法从实际生产生活实例中引出数列的概念,让学生对数列有个初步的认识感受知识的来源。不同的是,人教 B 版和北师大版选择了故事导入的方式告诉了我们数列的概念,人教 A 版不仅仅陈述了数列是什么还强调了数列与函数之间的关系,是一种特殊的函数:离散函数,因此可以拿函数的思想和方法来研究数列。在故事引入上,北师大版教材引用了科学史上一个真实的故事——著名天文学家提丢斯推导太阳到行星距离的经验定律,而人教 B 版引用了两个数学故事,一个是毕达哥拉斯学派提出的正方形数,一个是门捷列夫与元素的原子量之间的故事。数学女王的形象应该是光彩夺目,艳丽照人的,然而现实教学中学生感受到的都是数学的抽象严谨、内容复杂、逻辑严谨,容易让学生“敬而远之”。人教 B 版和北师大版教材的编排编写方式,有助于让学生感受到数学的

奇妙之处, 体验数学的逻辑推理过程[3]。在实际教学过程中, 教师也可以把数学史作为教学线索, 用数学史来启发教学, 不断引导学生感悟数学的科学价值、引用价值和文化价值, 增强学生的学习动机, 大大提高教学效率。

三版教材在知识点的编写上, 通过表 1 我们可以看到, 人教 A 版教材将每一个知识点及其拓展单独作为一整节, 而人教 B 版和北师大版教材则把知识点进行细分。三版教材都是通过具体实例引出概念的概念, 只不过北师大版教材将例子部分称为实例分析, 将概念部分称为抽象概括, 而人教 B 版在学习有的知识点上会将实例称为情景与问题, 如 5.2.1 节等差数列的定义。人教 B 版和北师大版教材将知识点进行了很好的分类处理, 使读者看起来更加的直观。在整个章节的知识主线上, 三个版本的教材都是先从数列的概念及其性质学起, 然后再学习等差数列及其求和公式、等比数列及其求和公式, 最后再学习数学归纳法, 但他们对知识点的编写顺序、知识容量和重视程度有所差异。比如, 在编写顺序上, 人教 A 版教材与人教 B 版和北师大版教材相比少了数列的应用这一节, 将应用穿插在了每节知识点的学习中, 在讲解完知识点后通过例题体现数列在实际生活中的应用, 而人教 B 版和北师大版则是将其单独做一节, 通过例题和练习培养学生数学建模和解决问题的能力。比如, 在重视程度上, 数学归纳法高考中作为选学内容不做考试要求, 但其作为数学中推理证明的重要方法, 对提高学生逻辑推理的数学核心素养有着极其重要的作用, 因此人教 A 版和北师大版教材将其列为选学内容, 照顾到不同水平的学生, 而在人教 B 版则是必学内容[4]。比如, 在知识容量上, 人教 B 版在第一节数列的学习上还重点学习了数列的递推, 提出了递归、倒叙相加等重要的处理数列的数学方法, 切实提高学生的数学抽象、逻辑推理、数据分析和运算的核心素养, 为学生的实际解题打开思路。三版教材在知识点的学习上都采用了各自不同的方式, 人教 A 版讲概念的同时还带有思考、归纳和探究的活动, 人教 B 版是尝试与发现、想一想、探索与研究, 而北师大版则是思考与交流, 在教学中充分发挥教师的主导作用, 体现学生的主体地位。

### 3. 例题习题对比

#### 3.1. 例题的比较研究

例题是教科书中的重要组成部分, 具有示范引领、揭示方法、介绍新知、巩固新知、思维训练和文化育人的功能, 是有效提高学生数学核心素养的重要途径[5]。本次研究的统计方式是如果一个题目含有两个子题则算作一个例题, 人教 B 版和北师大版两个小节的例题算作一节, 得到的统计结果如表 2 所示。

**Table 2.** Statistics on the number of example questions

**表 2.** 例题数量统计

	人教 A 版	人教 B 版	北师大版
数列的概念与性质	5	6	5
等差数列	9	11	10
等比数列	12	12	8
数列的应用	/	5	3
数学归纳法	4	3	3
总计	30	37	29

从例题总量上来看, 人教 B 版教材所含例题数量最多, 人教 A 版和北师大版教材数量相近。由于人

教 A 版教材与其他两版教材相比去掉了数列的应用这一节，从而在这一节例题数量上显得单薄。人教 A 版和北师大版例题的题号编写顺序是从 1 开始直到这一整节知识点结束，而人教 B 版则是从 1 开始到一小节知识点结束，下一小节知识点又重新编号，如在 5.2 节等差数列中，5.2.1 这一节例题题号有例 1 到例 7，而 5.2.2 这一节则重新编号从例 1 到例 4。数学来源于生活，也应用于生活，三版教材都重点强调了数列在解决实际生活问题中的应用，而人教 B 版和北师大版教材这方面编写的更好。首先，这两版教材将数列的应用单独作为一节，反应了现实生活与学生之间的密切练习；其次，这两版教材都将例题进行了很好的分类，如人教 B 版分期付款与数列、政府支出的“乘数”效应与数列，北师大版零存整取模型、定期自动转存模型、分期付款模型。这是对传统教材的改造，将贴近学生生活并能激发他们学生兴趣的材料作为学习内容，使学生能从周围熟悉的事物中学习数学、理解数学、应用数学[6]。

在例题呈现方式的一些细节上，三版教材都有自己的独特风格。北师大版教材在例题的学习时又附带了含有其他知识点的方框，如 2.1 节例 5 给出了梯形中位线及其性质，实现了知识点与知识点之间的联系，有助于学生构建自己的知识体系。人教 A 版教材在讲例题时实现了有例题必有分析，并不是给出一个空洞的解答过程，而是带着学生思考，帮助他们更好地理解例题。而人教 B 版教材最具特色的一点就是例题有填空，解答过程需要学生自己思考填空完成，并在小节练习末尾给出答案，充分发挥学生的主观能动性，让学生把握出题人的思维脉络。

## 3.2. 习题的比较研究

### 3.2.1. 习题的编排结构对比

习题是数学教材中的重要组成部分。习题一方面可以巩固新知、练习新知、运用新知以及从中拓展新知；另一方面，习题也能够锻炼学生们的思维能力，是培养学生能力的重要载体[7]。本次研究的习题是三版教材数列部分所有可以练习的习题，包括学完一个知识点后的随堂“练习”、按节编写的“习题”和学完一章后的“总复习题”，得到的统计结果如表 3 所示。

Table 3. Statistics on the number of exercises

表 3. 习题数量统计

	人教 A 版	人教 B 版	北师大版
数列的概念与性质	15	32	14
等差数列	32	31	32
等比数列	30	41	23
数列的应用	/	12	5
数学归纳法总复习题	16	13	4
	16	25	29
总计	109	154	107

从习题的编排结构上看，人教 A 版教材处练习题外将按节编写的习题分为“复习巩固”“综合运用”“拓广探索”三部分，而人教 B 版和北师大版教材将知识点进行了细分，在每一小节知识点后面都跟有练习，将习题分为“A 组”“B 组”“C 组”。从习题总量上来看，人教 B 版教材所含习题数量最多有 154 道，人教 A 版和北师大版教材数量相近，其中 B 版教材在数列的概念与性质、等比数列和数列的应用题目数量都高于其他两版教材，契合《新课标》所提出的要求，帮助学生通过对日常生活中实际问题

的分析了解数列的概念，并能在具体的问题情境中解决相应问题，让学生感受数学模型的现实意义与应用。从习题的呈现方式上来看，人教 A 版出现在各知识点板块之间的习题较少，大多集中在按节编写的习题中，而 B 版教材和北师大版教材则在每一小节知识板块后给出了 A、B 两组习题，这种安排更有助于学生及时巩固所学的知识，让学生对自己的学习情况进行检测评价。

### 3.2.2. 习题的综合难度分析

习题难度是反应习题质量的重要指标。本次研究利用综合难度模型从“探究”“背景”“推理”“运算”“知识含量”对三版教材数列章节中的习题进行统计分析[8]，得到表 4 和图 1 如下。

在运算水平上，人教 B 版教材复杂运算、中等运算各占了 19.5%、43.5%高于人教 A 版和北师大版教材，在推理和探究水平上由雷达图可知也高于人教 A 版和北师大版，可见人教 B 版的习题在三版教材中难度最大，强调培养学生推理、运算和探究水平，这对于学习能力较差的学生是一种考验。在知识含量上，人教 A 版教材所涉及的知识水平最高，习题的综合性较强，注重考察学生对所学知识点的灵活运用，而人教 B 版和北师大版教材由于对知识点进行了细分，练习都是对小节知识点的重复练习，因此涉及到的一个知识点的题目较多。在背景水平上，三版教材所设计的实际背景习题较少，人教 B 版无背景习题占 80.5%，数学性最强。

Table 4. Statistics on the difficulty level of the exercises

表 4. 习题难度水平统计表

因素	水平	题目数			百分比			综合难度系数		
		人教 A 版	人教 B 版	北师大版	人教 A 版	人教 B 版	北师大版	人教 A 版	人教 B 版	北师大版
探究	识记	28	23	17	25.7%	14.9%	15.9%			
	理解	32	78	78	29.4%	50.6%	72.9%	2.19	2.19	1.95
	探究	49	53	12	45.0%	34.4%	11.2%			
背景	无背景	86	124	74	78.9%	80.5%	69.2%			
	个人生活	13	18	22	11.9%	11.7%	20.6%	1.37	1.31	1.48
	公共常识	3	6	4	2.8%	3.9%	3.7%			
	科学情景	7	6	7	6.4%	3.9%	6.5%			
运算	无运算	9	19	9	8.3%	12.3%	8.4%			
	简单运算	43	38	56	39.4%	24.7%	52.3%	2.58	2.70	2.37
	中等运算	42	67	35	38.5%	43.5%	32.7%			
	复杂运算	15	30	7	13.8%	19.5%	6.5%			
推理	无推理	14	3	6	12.8%	1.9%	5.6%			
	简单推理	62	94	84	56.9%	61.0%	78.5%	2.17	2.35	2.10
	复杂推理	33	57	17	30.3%	37.0%	15.9%			
知识含量	1 个知识点	60	113	95	55.0%	73.4%	88.8%			
	2 个知识点	39	30	9	35.8%	19.5%	8.4%	1.54	1.34	1.14
	3 个及以上识点	10	11	3	9.2%	7.1%	2.8%			

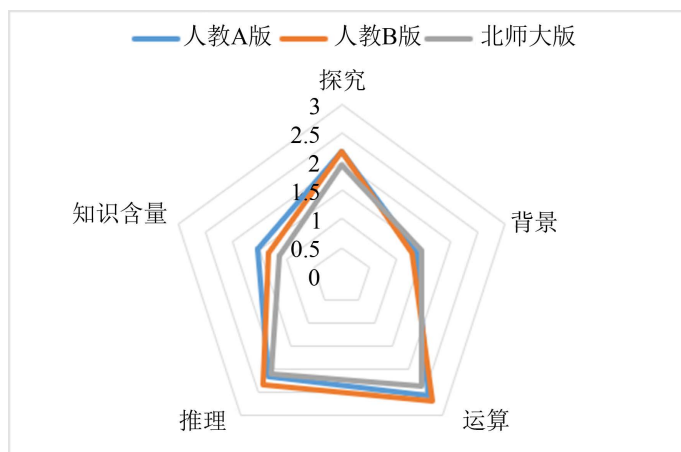


Figure 1. Overall difficulty comparison  
图 1. 综合难度比较

## 4. 结论与建议

### 4.1. 结论

通过对人教 A 版、人教 B 版和北师大版教材对比分析后我们可以看到三版教材各有所长。促进学生核心素养的形成，要强调数学学科核心素养的整体性、课程结构的整体性、课程内容结构的整体性，结构比内容重要，结构清楚，多一个知识点或少一个知识点就不那么要紧了，人教 B 版和北师大版教材是对每节知识点更具有层次性和针对性，而人教 A 版教材编排综合性更强[9]。《新课标》要求通过生活实例学习数学概念，三版教材都是以学生熟知的生活与实践中的素材作引子，不仅使学生感知书本知识和现实世界的密切联系，而且能激发学生学习的兴趣。在知识呈现上，人教 B 版和北师大版教材将知识点进行了细分。B 版教材总结归纳了一些重要的解题方法，每节知识点难度和数学性强，适用于基础好且自学能力强的学生，对于成绩较差的学生则是“抽象”“复杂”的代名词。而北师大版教材将整个知识内容分得更细环环相扣，顺应学生的身心发展规律，适用于基础较差的学生。

在例题习题的设置上，人教 B 版教材虽然综合难度大但同时也设置了大量的例题讲解、大量的习题练习巩固，着重发挥学生的主观能动性，训练他们的数学思维能力。北师大版教材把重点放在了数学与生活实际相结合，注重学生对知识的理解和应用，大部分题目对学生的要求并不高，这对学习能力差的学生有所帮助。人教 A 版教材更加强调整体的综合性，注重知识的综合运用，学生在解题时要利用知识与知识之间的联系，探究性题目的设置也有利于学生创造性思维的培养。

### 4.2. 建议

在教材编写上，要强调数学的基础性，将知识细分有利于学生“各个击破”，顺应学生的认知发展，不至于让学生早早放弃学习，对数学有畏难心理。其次，教材编写应当重视知识与知识之间的联系，可在教材旁白处增设新知提示方框、新知易错点方框、新知与旧知联系方框、例题习题提示方框，知识点总结方框等。在例题习题方面，习题数量设置要合理，对于同一个知识点的练习次数要有度，过度练习会增加学生的厌烦心理适得其反。其次，要多设置与实际生活相联系的例题习题，贴近个人生活背景的题目不仅仅可以增加学生的学习兴趣，还有利于培养学生用数学的眼光看待世界，认识数学的应用价值。最后，题目的难度应该适中，综合性应该要强，太简单的题目并不能达到训练效果，太难则会挫伤学生的学习自信，综合性强则有利于学生把握知识点之间的关联，构建自己的知识体系。

## 基金项目

黄冈师范学院 2023 年研究生工作站课题“SOLO 分类理论下高中生数学问题解决能力的测评体系研究——以黄州中学为例”(5032023021)的研究成果。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2018.
- [2] 宋佳欣. 大陆人教 A 版和台湾翰林版教材数列内容的比较[D]: [硕士学位论文]. 长春: 东北师范大学, 2018.
- [3] 邵贵明. 探寻数学语言的奇妙——基于数学史及数学文化的视角[J]. 湖北教育(教育教学), 2017(7): 57-58.
- [4] 项海圆. 新课标视角下新旧版高中数学教材对比分析——以人教版数列为例[J]. 科教导刊, 2021(4): 168-170.
- [5] 吴立宝, 王富英, 秦华. 数学教科书例题功能的分析[J]. 数学通报, 2013, 52(3): 18-20+23.
- [6] 黄健华, 林晓玲. 数学教学生活化的认识与思考[J]. 教育导刊, 2004(6): 48-50.
- [7] 王宇. 新课标高中数学教材习题比较研究[J]. 当代教育实践与教学研究, 2018(8): 84-85+89.
- [8] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.
- [9] 王尚志, 胡凤娟. 高中数学课程标准“修订思路”“组织”及“过程” [J]. 数学教育学报, 2018, 27(1): 11-13.