

Pulse Signal-Based Weighting Closed-Loop Iterative Learning Control for Large-Scale Linear Systems

Jianling Cui¹, Chao Li¹, Dongning Di¹, Shuaishuai Gong²

¹No.01, P.O.Box.085, Luoyang

²No.01, P.O.Box.059, Luoyang

Email: jlcui.math@stu.xjtu.edu.cn

Received: May 7th, 2012; revised: May 19th, 2012; accepted: May 24th, 2012

Abstract: In this paper, the pulse signal-based closed-loop PD-type iterative learning control algorithms are proposed for steady-state hierarchical optimizing control of large-scale linear industrial processes. The convergence of the updating rules is analyzed in the sense of Lebesgue- p norm by using the generalized Young inequality of convolution integral. Numerical simulations show that the PD-type iterative learning control algorithms presented by a pulse signal may effectively suppress the tracking error caused by the initial state shifts and simultaneously can significantly improve the transient performance of the system such as with no or less overshooting, quick transient response, short setting time and so on. Furthermore, it exhibits the validity of the theoretical analysis.

Keywords: Large-Scale Linear Systems; Iterative Learning Control; Initial State Shift; Transient Performance; Lebesgue- p Norm

线性大系统基于脉冲型信号的加权闭环迭代学习控制

崔建岭¹, 李超¹, 狄东宁¹, 宫帅帅²

¹洛阳市 085 信箱转 01 号, 洛阳

²洛阳市 059 信箱转 01 号, 洛阳

Email: jlcui.math@stu.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2012 年 5 月 7 日; 修回日期: 2012 年 5 月 19 日; 录用日期: 2012 年 5 月 24 日

摘要: 本文针对线性大工业过程的稳态递阶优化控制, 当系统存在初始状态漂移时, 研究了基于脉冲型信号的加权闭环 PD-型迭代学习控制算法, 并在 Lebesgue- p 范数意义下利用推广的 Young 卷积不等式分析了算法的收敛性。数字仿真表明, 引入脉冲型信号的加权 PD-型迭代学习控制算法能有效地减小初始状态漂移引起的跟踪误差, 并能显著改善系统暂态响应的动态品质, 如抑制超调, 加快响应速度, 缩短过渡时间等, 有效的验证了理论分析的正确性。

关键词: 线性大系统; 迭代学习控制; 初始状态漂移; 动态品质; Lebesgue- p 范数

1. 引言

像许多化工工业、冶金工业、电力工业和发酵工业等由若干个子过程构成的复杂大工业过程, 通常情况下, 其整个工业过程控制被设计为连续或间歇的运行在某一特定的稳态工况。但是在生产过程中, 由于环境条件的变化、各种原材料以及触媒剂成分的改变

等慢扰动的存在使得工业过程偏离最优工况。因此, 为了提高产品产量和质量, 必须对工业过程实施在线递阶稳态优化^[1]。然而由于许多大工业过程控制的复杂性和子系统之间的关联特性, 其动态品质不是非常令人满意, 如暂态响应过于缓慢, 过渡时间过长等。这使得一些优良的闭环稳态优化算法很难付诸实施。

因此, 如何进一步改善大工业过程递阶稳态优化进程中暂态响应的动态品质是亟需解决的问题。

文献[2,3]分别针对线性和非线性大工业系统提出了加权 PD-型迭代学习算法, 并创新性的给出在 Lebesgue- p 范数意义下算法的收敛性分析, 但为了保证跟踪误差的渐进收敛性, 系统要求每次运行时的初始状态始终与理想轨线的初始状态相一致。然而, 由于不可避免的测量误差或系统执行元器件灵敏度的局限性, 要求系统每次运行时的初始状态与理想轨线

的初始状态相一致是非常苛刻的。因此本文针对线性大工业过程, 当系统存在初始状态漂移时, 研究基于脉冲型信号的加权闭环 PD-型迭代学习控制算法。并在 Lebesgue- p 范数意义下利用推广的 Young 卷积不等式分析算法的收敛性, 数值仿真验证算法的有效性。

2. 控制结构与算法

考虑如下的一类具有 N 个子系统组成的线性大系统

$$\begin{cases} \dot{x}^{(i)}(t) = A^{(i)}x^{(i)}(t) + B^{(i)}u^{(i)}(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N D^{(ij)}x^{(j)}(t), i=1, 2, \dots, N \\ y^{(i)}(t) = C^{(i)}x^{(i)}(t), x^{(i)}(0) \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

假设稳态优化协调层产生的子系统 i 的幅值不等的控制器设定值改变序列为:

$$c_1^{(i)} = [c_{11}^{(i)}, c_{21}^{(i)}, \dots, c_{m^{(i)}1}^{(i)}]^T, c_2^{(i)} = [c_{12}^{(i)}, c_{22}^{(i)}, \dots, c_{m^{(i)}2}^{(i)}]^T, \dots, c_k^{(i)} = [c_{1k}^{(i)}, c_{2k}^{(i)}, \dots, c_{m^{(i)}k}^{(i)}]^T, k=1, 2, \dots$$

满足: $0 < |c_{lj}^{(i)}| < \infty, l=1, 2, \dots, m^{(i)}, j=1, 2, \dots, k$ 。令:

$$G_1^{(i)} = \text{diag}(c_{11}^{(i)}, c_{21}^{(i)}, \dots, c_{m^{(i)}1}^{(i)}), G_2^{(i)} = \text{diag}(c_{12}^{(i)}, c_{22}^{(i)}, \dots, c_{m^{(i)}2}^{(i)}), \dots, G_k^{(i)} = \text{diag}(c_{1k}^{(i)}, c_{2k}^{(i)}, \dots, c_{m^{(i)}k}^{(i)})$$

对于系统(1)中的每个子系统提出基于脉冲型信号的加权闭环 PD-型迭代学习控制算法:

$$\begin{aligned} u_k^{(i)}(t) &= G_k^{(i)} \left(G_{k-1}^{(i)} \right)^{-1} \left(u_{k-1}^{(i)}(t) + \Gamma_p e_k^{(i)}(t) + \Gamma_d \dot{e}_k^{(i)}(t) + \delta_k^{(i)}(t) B_{\delta k}^{(i)} \left(y_{d_k}^{(i)}(0) - C^{(i)} x_0^{(i)} \right) \right), \\ u_1^{(i)}(t) &= c_1^{(i)}, t \in [0, T], k=2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\delta_k^{(i)}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_k^{(i)}}, & 0 \leq t \leq \varepsilon_k^{(i)}; \\ 0, & \varepsilon_k^{(i)} \leq t \leq T. \end{cases}$$

为一脉冲型函数序列, 在工业应用中, $\{\delta_k^{(i)}(t)\}$ 常被限制在一定范围内, 即 $\varepsilon_k^{(i)}(t) \leq L$; k 为迭代次数, $\Gamma_d^{(i)}, \Gamma_p^{(i)}$ 和 $B_{\delta k}^{(i)}$ 分别表示比例学习增益、微分学习增益和补偿增益; $G_k^{(i)} \left(G_{k-1}^{(i)} \right)^{-1}$ 为加权系数矩阵, 目的是使得当控制输入 $u_k^{(i)}(t)$ 施加于控制系统(1)时, 当系统暂态进程结束后, $u_k^{(i)}(t)$ 的稳态值等于控制器设定值 $c_k^{(i)}$, 即 $u_k^{(i)}(\infty) = c_k^{(i)}$; $e_{k-1}^{(i)}(t) = y_{d_{k-1}}^{(i)}(t) - y_{k-1}^{(i)}(t)$ 表示理想轨线与实际输出的误差, 其中理想轨线的选取参照文献[4]。

当迭代学习控制律(2)施加到系统(1), 系统第 k

$$u_k(t) = G_k \left(G_{k-1} \right)^{-1} \left(u_{k-1}(t) + \Gamma_p e_k(t) + \Gamma_d \dot{e}_k(t) + \delta_k(t) B_{\delta k} \left(y_{d_k}(0) - C x_0 \right) \right) \quad (5)$$

系统第 k 次运行时的控制输出为: $y_k(t) = C \exp(A(t)) x_k(0) + C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B u_k(\tau) d\tau$

次运行的动态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_k^{(i)}(t) = A^{(i)}x_k^{(i)}(t) + B^{(i)}u_k^{(i)}(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N D^{(ij)}x_k^{(j)}(t) \\ y_k^{(i)}(t) = C^{(i)}x_k^{(i)}(t), x_k^{(i)}(0) \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

由于在每次迭代过程中重置初始状态都会使误差不可避免地产生, 从而导致初始状态随机的变化, 因此我们假定每次迭代时系统的初始状态满足不等式:

$$\left\| \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k \left(G_j^{(i)} \right)^{-1} x_j^{(i)}(0) - x_0^{(i)} \right\|_p \leq \beta o \left(\frac{1}{k} \right) \quad (4)$$

3. 收敛性分析

为了从整体上对大系统进行收敛性分析, 按照文献[4]中的方法对系统进行整理, 相应的迭代学习控制算法(2)转化为:

对初始状态满足的不等式(4)可得如下的引理:

引理^[4] 如果初始状态满足不等式(4), 则:

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \|G_k^{-1} x_k(0) - x_0\|_p = 0 \quad (6)$$

在大工业过程控制中, 由于子系统之间存在关联, 而且系统控制关于控制输入信号的响应也不满足叠加原理, 因此, 一般情况下, 迭代学习控制不能保

证控制系统的输出完全跟踪理想轨线。但将迭代学习控制算法(2)施加于控制系统(1)时, 我们可得如下的定理。

定理 如果线性稳定大系统(1)的初始状态满足不等式(4), 矩阵 $C \exp(A(t))B$ 非奇异, 采用迭代学习控制算法(5), 若比例学习增益 Γ_p , 微分学习增益 Γ_d 满足条件:

$$\rho_k = \frac{1}{\|I + S_k^{-1} C B \Gamma_d G_k G_{k-1}^{-1} S_k\| - \|S_k^{-1} C \exp(A(\cdot)) (A B \Gamma_d + B \Gamma_p) G_k G_{k-1}^{-1} S_k\|} \leq \rho < 1$$

则系统的输出误差在 Lebesgue- p 范数意义下是有界的。

证明:

由于控制器设定值的不同, 使得系统每次运行的

稳态输出值不相等, 为了分析系统输出误差的收敛情况和对输出误差的影响因素, 本文用 $S_k^{-1} e_k(t)$ 来衡量系统的输出误差, 即:

$$\begin{aligned} S_k^{-1} e_k(t) &= S_k^{-1} y_{d_k}(t) - S_k^{-1} y_k(t) = S_{k-1}^{-1} y_{d_{k-1}}(t) - S_{k-1}^{-1} y_{k-1}(t) - (S_k^{-1} y_k(t) - S_{k-1}^{-1} y_{k-1}(t)) \\ &= S_{k-1}^{-1} e_{k-1}(t) - (S_k^{-1} C \exp(A(t)) x_k(0) - S_{k-1}^{-1} C \exp(A(t)) x_{k-1}(0)) \\ &\quad - S_k^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B G_k G_{k-1}^{-1} [u_{k-1}(\tau) + \Gamma_p e_k(\tau) + \Gamma_d \dot{e}_k(\tau) + \delta_k B_{\delta_k} (y_{d_k}(0) - C x_0)] d\tau \\ &\quad + S_{k-1}^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B u_{k-1}(\tau) d\tau = S_{k-1}^{-1} e_{k-1}(t) - S_k^{-1} C B G_k G_{k-1}^{-1} \Gamma_d e_k(t) + S_k^{-1} C \exp(A(t)) B G_k G_{k-1}^{-1} \Gamma_d e_k(0) \\ &\quad - (S_k^{-1} C \exp(A(t)) x_k(0) - S_{k-1}^{-1} C \exp(A(t)) x_{k-1}(0)) - S_k^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) (A B \Gamma_d + B \Gamma_p) G_k G_{k-1}^{-1} e_k(\tau) d\tau \\ &\quad - \int_0^t [S_k^{-1} C \exp(A(t-\tau)) B G_k - S_{k-1}^{-1} C \exp(A(t-\tau)) B G_{k-1}] G_{k-1}^{-1} u_{k-1}(\tau) d\tau \\ &\quad - S_k^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B G_k G_{k-1}^{-1} \delta_k(\tau) B_{\delta_k} d\tau (y_{d_k}(0) - C x_0) d\tau \end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned} &S_k^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B G_k G_{k-1}^{-1} \delta_k(\tau) B_{\delta_k} d\tau (y_{d_k}(0) - C x_0) \\ &= \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_k} S_k^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) B G_k G_{k-1}^{-1} B_{\delta_k} (y_{d_k}(0) - C x_0) d\tau, & 0 \leq t < \varepsilon_k; \\ \frac{1}{\varepsilon_k} S_k^{-1} C \int_0^{\varepsilon_k} \exp(A(t-\tau)) B G_k G_{k-1}^{-1} B_{\delta_k} (y_{d_k}(0) - C x_0) d\tau, & \varepsilon_k \leq t. \end{cases} \\ &= S_k^{-1} C \exp(A(t)) M(t) B G_k G_{k-1}^{-1} B_{\delta_k} (y_{d_k}(0) - C x_0) \end{aligned}$$

其中

$$M(t) = \begin{cases} \frac{t}{\varepsilon_k} \exp(-A \xi_t), & 0 < \xi_t < t < \varepsilon_k. \\ \exp(-A \xi), & 0 < \xi < \varepsilon_k \leq t. \end{cases}$$

进一步整理可得:

$$\begin{aligned} [I + S_k^{-1} C B \Gamma_d G_k G_{k-1}^{-1} S_k] S_k^{-1} e_k(t) &= S_{k-1}^{-1} e_{k-1}(t) - S_k^{-1} C \int_0^t \exp(A(t-\tau)) (A B \Gamma_d + B \Gamma_p) G_k G_{k-1}^{-1} S_k^{-1} e_k(\tau) d\tau \\ &\quad - \int_0^t [S_k^{-1} C \exp(A(t-\tau)) B G_k - S_{k-1}^{-1} C \exp(A(t-\tau)) B G_{k-1}] G_{k-1}^{-1} u_{k-1}(\tau) d\tau \\ &\quad - S_k^{-1} C \exp(A(t)) M(t) B G_k G_{k-1}^{-1} B_{\delta_k} (y_{d_k}(0) - C x_0) \\ &\quad - [(S_k^{-1} C \exp(A(t)) G_k G_{k-1}^{-1} x_k(0) - S_{k-1}^{-1} C \exp(A(t)) G_{k-1}^{-1} x_{k-1}(0))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\left(\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(t))\mathbf{G}_{k-1}\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{x}_{k-1}(0)-\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(t))\mathbf{G}_{k-1}\mathbf{x}_0\right) \\
 & +\left[\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(t))\mathbf{G}_k-\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(t))\mathbf{G}_{k-1}\right]\mathbf{x}_0 \\
 & -\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(t))\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{G}_k\mathbf{C}\left(\mathbf{G}_k^{-1}\mathbf{x}_k(0)-\mathbf{x}_0\right) \\
 & +\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(t))\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{G}_k\left(y_{d_k}(0)-\mathbf{C}\mathbf{x}_0\right)
 \end{aligned}$$

对上式两边同时取 Lebesgue- p 范数, 并利用推广的 Young 卷积不等式, 可以得到:

$$\begin{aligned}
 \left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|\cdot\left\|\mathbf{S}_k^{-1}e_k(\cdot)\right\|_p & \leq\left\|\mathbf{S}_{k-1}^{-1}e_{k-1}(\cdot)\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|_1\cdot\left\|\mathbf{S}_k^{-1}e_k(\cdot)\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{B}\mathbf{G}_k-\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{B}\mathbf{G}_{k-1}\right\|_1\cdot\left\|\mathbf{G}_{k-1}^{-1}u_{k-1}(\cdot)\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}-\mathbf{M}(\cdot)\mathbf{B}\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{B}_{\delta_k}\right)\mathbf{G}_k\right\|_\infty\cdot\left\|y_{d_k}(0)-\mathbf{C}\mathbf{x}_0\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_k\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{G}_k^{-1}\mathbf{x}_k(0)-\mathbf{x}_0\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_{k-1}\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{x}_{k-1}(0)-\mathbf{x}_0\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_k-\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_{k-1}\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{x}_0\right\|_p \\
 & +\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{G}_k\mathbf{C}\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{G}_k^{-1}\mathbf{x}_k(0)-\mathbf{x}_0\right\|_p
 \end{aligned} \quad (7)$$

定义:

$$\begin{aligned}
 E_k & =\left\|\mathbf{S}_k^{-1}e_k(\cdot)\right\|_p, U_k=\left\|\mathbf{G}_k^{-1}u_k(\cdot)\right\|_p \\
 \rho_k & =\frac{1}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|} \\
 \Phi_k & =\frac{\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{B}\mathbf{G}_k-\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{B}\mathbf{G}_{k-1}\right\|_1}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|} \\
 \Psi_k & =\frac{\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_k-\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_{k-1}\right\|_\infty}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|} \\
 \Delta_k & =\frac{\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}-\mathbf{M}(\cdot)\mathbf{B}\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{B}_{\delta_k}\right)\mathbf{G}_k\right\|_\infty}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|}
 \end{aligned}$$

不等式(7)可化为:

$$\begin{aligned}
 E_k & \leq\rho_k\cdot E_{k-1}+\Phi_k\cdot U_{k-1}+\Psi_k\cdot\left\|\mathbf{x}_0\right\|_p+\Delta_k\cdot\left\|y_{d_k}(0)-\mathbf{C}\mathbf{x}_0\right\|_p \\
 & +\frac{\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_k\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{G}_k^{-1}\mathbf{x}_k(0)-\mathbf{x}_0\right\|_p}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|} \\
 & +\frac{\left\|\mathbf{S}_{k-1}^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{G}_{k-1}\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{x}_{k-1}(0)-\mathbf{x}_0\right\|_p}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|} \\
 & +\frac{\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{G}_k\mathbf{C}\right\|_\infty\cdot\left\|\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{x}_{k-1}(0)-\mathbf{x}_0\right\|_p}{\left\|\mathbf{I}+\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\mathbf{B}\Gamma_d\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|-\left\|\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{C}\exp(\mathbf{A}(\cdot))\left(\mathbf{A}\mathbf{B}\Gamma_d+\mathbf{B}\Gamma_p\right)\mathbf{G}_k\mathbf{G}_{k-1}^{-1}\mathbf{S}_k\right\|}
 \end{aligned} \quad (8)$$

我们假定系统是稳定的, 故有^[5] $\exp(\Lambda(\infty)) = 0$ 因此不难得到: $\Phi_k \leq \Phi, U_k \leq U, \Psi_k \leq \Psi, \Delta_k \leq \Delta$ 对(8)式两边同时取极限并由引理可得:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_k \leq \frac{\sup \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\Phi_k U_{k-1} + \Psi_k \|x_0\|_p + \Delta_k \|y_{d_k}(0) - Cx_0\|_p \right)}{1 - \rho} \leq \frac{\Phi R + \Psi \|x_0\|_p + \Delta \|y_{d_k}(0) - Cx_0\|_p}{1 - \rho}$$

证毕。

4. 数值仿真

利用迭代学习算法(2)对如下由两个子系统组成的线性系统进行数值模拟。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1^{(1)}(t) \\ \dot{x}_2^{(1)}(t) \\ \dot{x}_3^{(1)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/25 & -1/5 & -43/50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(t) \\ x_2^{(1)}(t) \\ x_3^{(1)}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u^{(1)}(t) + D_{12} \begin{bmatrix} x_1^{(2)}(t) \\ x_2^{(2)}(t) \\ x_3^{(2)}(t) \end{bmatrix} \\ y^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 25 & 5 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(t) \\ x_2^{(1)}(t) \\ x_3^{(1)}(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(0) \\ x_2^{(1)}(0) \\ x_3^{(1)}(0) \end{bmatrix} \neq 0 \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1^{(2)}(t) \\ \dot{x}_2^{(2)}(t) \\ \dot{x}_3^{(2)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/30 & -1/6 & -53/60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(2)}(t) \\ x_2^{(2)}(t) \\ x_3^{(2)}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u^{(2)}(t) + D_{21} \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(t) \\ x_2^{(1)}(t) \\ x_3^{(1)}(t) \end{bmatrix} \\ y^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 30 & 6 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(2)}(t) \\ x_2^{(2)}(t) \\ x_3^{(2)}(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1^{(2)}(0) \\ x_2^{(2)}(0) \\ x_3^{(2)}(0) \end{bmatrix} \neq 0 \end{cases}$$

式中:

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/25 & -1/5 & -43/50 \end{bmatrix}, D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/30 & -1/6 & -53/60 \end{bmatrix}$$

系统初始状态满足:

$$\begin{aligned} x_0^{(1)} &= [1, 3, 2]^T, x_k^{(1)}(0) = \hat{c}_k^{(1)} \left(x_0^{(1)} + \frac{0.2}{k^2} (\text{rand} - 0.5) \right) \\ x_0^{(2)} &= [1, 4, 3]^T, x_k^{(2)}(0) = \hat{c}_k^{(2)} \left(x_0^{(2)} + \frac{0.2}{k^2} (\text{rand} - 0.5) \right) \end{aligned}$$

假设控制器设定值改变序列为:

$$\begin{aligned} \hat{c}_1^{(1)} &= 1.4, \hat{c}_2^{(1)} = 1.2, \hat{c}_3^{(1)} = 1.0, \hat{c}_4^{(1)} = 0.8, \\ \hat{c}_5^{(1)} &= 0.6, \hat{c}_6^{(1)} = 0.4, \hat{c}_7^{(1)} = 0.2, \hat{c}_8^{(1)} = -0.1, \\ \hat{c}_1^{(2)} &= 1.0, \hat{c}_2^{(2)} = 0.6, \hat{c}_3^{(2)} = 0.4, \hat{c}_4^{(2)} = 0.2, \\ \hat{c}_5^{(2)} &= -0.2, \hat{c}_6^{(2)} = 0.1, \hat{c}_7^{(2)} = -0.1, \hat{c}_8^{(2)} = 0.05. \end{aligned}$$

选取理想轨线:

$$y_{d_0}^{(1)}(t) = 1 - \exp(-0.4t), y_{d_0}^{(2)}(t) = 1 - \exp(-0.3t)$$

学习算法中学习增益, 脉冲性信号选取如下:

$$\Gamma_p^{(1)} = 0.65, \Gamma_d^{(1)} = 4.5, \Gamma_p^{(2)} = 0.25, \Gamma_d^{(2)} = 0.15$$

$$\delta_k^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{1}{0.02 - \frac{0.01}{k^2}}, & 0 \leq t \leq 1 - \frac{1}{k^2}, \\ 0, & 1 - \frac{1}{k^2} < t. \end{cases}$$

$$\delta_k^{(2)}(t) = \begin{cases} \frac{1}{0.02 - \frac{0.01}{k^2}}, & 0 \leq t \leq 1 - \frac{1}{k^2}, \\ 0, & 1 - \frac{1}{k^2} < t. \end{cases}$$

系统仿真结果如图 1~4 所示。

由仿真结果可以看出，系统每次运行时，对线性系统的各个子系统所施加的基于脉冲型信号的加权闭环 PD-型迭代学习控制算法，不仅有效的抑制了初始状态漂移引起的跟踪误差，而且显著改善了各子系统暂态响应的动态品质，如随着迭代次数的增加，

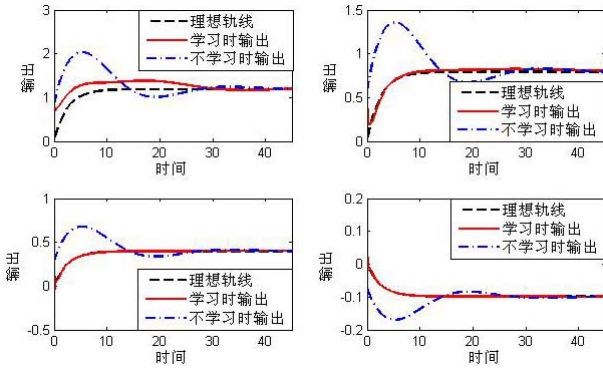


Figure 1. Simulation result for subsystem 1: output information at 2nd, 4th, 6th, 8th implementation
图 1. 子系统 1 在第 2、4、6、8 次运行时的仿真结果

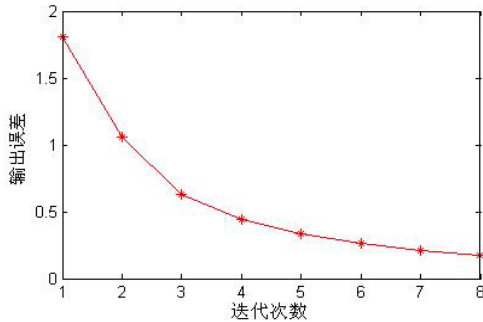


Figure 2. The tracking error in the sense of Lebesgue-2 for subsystem 1
图 2. 子系统 1 在 Lebesgue-2 范数下的输出误差

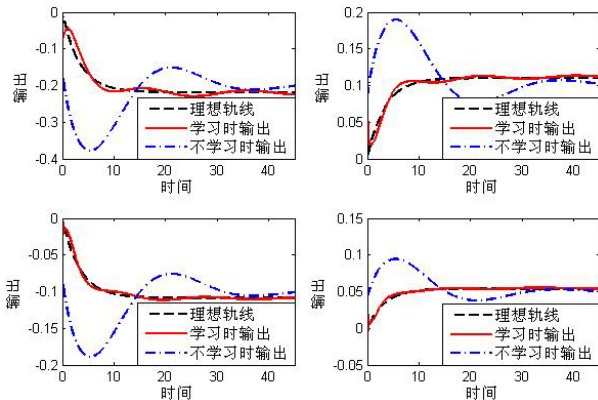


Figure 3. Simulation result for subsystem 2: output information at 5th, 6th, 7th, 8th implementation
图 3. 子系统 2 在第 5、6、7、8 次运行时的输出轨迹

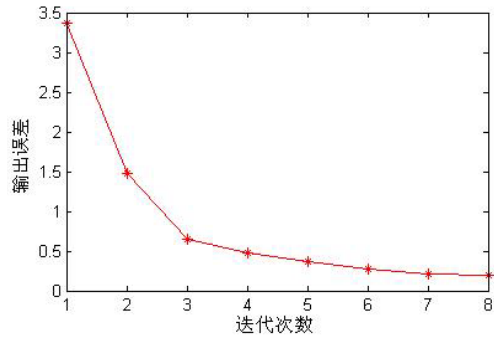


Figure 4. The tracking error in the sense of Lebesgue-2 for subsystem 2
图 4. 子系统 2 在 Lebesgue-2 范数下的输出误差

过渡时间越来越短，超调逐渐减小。尽管系统输出不能完全跟踪理想轨迹，但输出误差是一致有界的。

5. 结束语

本文针对一类线性大工业系统的稳态递阶优化进程，当系统存在初始状态漂移时，提出了基于脉冲型信号的加权闭环 PD-型迭代学习控制策略。并在 Lebesgue- p 范数意义下利用推广的 Young 卷积不等式对算法进行了收敛性分析。理论分析表明，由于子系统之间的关联和系统多次运行的非重复性使得系统输出不能完全跟踪理想轨迹，但是随着迭代次数的增加，实际各个子系统的输出越来越逼近理想轨迹，系统输出误差是一致有界的。同时仿真试验表明，引入脉冲型信号的加权 PD-型迭代学习控制算法能有效地抑制初始状态漂移引起的跟踪误差，并能显著改善系统暂态响应的动态品质，如抑制超调，加快系统响应速度，缩短过渡时间，从而大大加快了工业过程稳态优化进程。对企业生产带来了巨大的经济利益和社会效益。

参考文献 (References)

- [1] 万百五. 工业大系统优化与产品质量控制[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 1-378.
- [2] X. E. Ruan, Z. Bien and K. H. Park. Decentralized iterative learning control to large-scale industrial processes for nonrepetitive trajectory tracking. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A (Systems and Humans), 2008, 38(1): 238-252.
- [3] X. E. Ruan, F. M. Chen and B. W. Wan. Decentralized iterative learning controllers for nonlinear large-scale systems to track trajectories with different magnitudes. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(4): 426-432.
- [4] 崔建岭. 基于脉冲型信号的非重复性迭代学习控制研究[D]. 西安交通大学, 2010.
- [5] B. C. Kuo, F. Golnaraghi. Automatic control systems (8th Edition). New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002: 1-356.