

Study on the Similarity Relation of Model Test of Vortex-Induced Vibration on Circular Cylinders

Yang Zhou*, Weiping Huang

Shandong Provincial Key Laboratory of Ocean Engineering, Ocean University of China, Qingdao
Email: *edit502@126.com

Received: Aug. 10th, 2014; revised: Sep. 1st, 2014; accepted: Sep. 8th, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

An experimental method, based on Reynolds number similarity, of the vortex-induced vibration (VIV) of circle cylinders is proposed to achieve VIV similarity between prototype and tested model. The VIV response of a circle cylinder is closely related to Reynolds number because the mode of vortex shedding highly depends on Re. However, the scaled model test of circle cylinder's VIV is designed based on Froude number similarity but Reynolds number is not similar under the same fluid for both model and prototype. Therefore, the VIV response of tested model is not similar to that of the prototype because they have different vortex shedding modes. It means that the test results can not be used to predict the VIV response of the prototype according to the scaling law based on Froude number similarity. The prototype and three scaled models with different similarity schemes have been simulated using CFD to validate the method and at the same time, experiments are compared. The numerical results show that the similarity between prototype and model is satisfying by Reynolds number similarity, and it is in accordance with both Froude number and Reynolds number similarity. But the similarity between prototype and model is not satisfying by Froude number similarity. The experimental results show that the similarity of period of the vortex shedding is satisfying by Reynolds number similarity but not satisfying by Froude number similarity. As a result, Reynolds number similarity should be used in the scale model test instead of Froude number similarity when studying the characteristics of VIV.

Keywords

Vortex-Induced Vibration (Viv), Cylinder, Cfd, Reynolds Number Similarity, Froude Number Similarity

*通讯作者。

圆柱体涡激振动缩尺实验的相似关系研究

周 阳*, 黄维平

中国海洋大学, 山东省海洋工程重点实验室, 青岛

Email: edit502@126.com

收稿日期: 2014年8月10日; 修回日期: 2014年9月1日; 录用日期: 2014年9月8日

摘 要

提出了一种基于雷诺相似的圆柱体涡激振动(VIV)实验方法。涡旋的泄放模式与雷诺数 Re 密切相关, 目前圆柱体涡激振动的研究中, 缩尺模型实验往往基于弗汝德相似而雷诺数不相似, 因此, 模型与原型的涡泄模式不同, 由此可以推断, 模型的涡激振动响应与原型不相似。这就意味着基于弗汝德相似准则的模型实验结果不能准确地预测原型的涡激振动响应。对基于雷诺数相似的模型与原型的涡激振动实验相似关系进行了推导, 采用CFD方法对原型和3种不同相似准则条件下的缩尺模型进行了涡激振动仿真计算, 同时引入实验进行对比。数模结果表明, 仅满足雷诺数相似的模型与原型的涡泄模式相似, 这个结果与弗汝德数和雷诺数均相似的结果一致, 而仅弗汝德数相似条件下, 模型与原型之间的涡泄模式和尾流场完全不同。实验结果表明, 仅满足雷诺数相似时, 模型与原型涡泄周期满足相应缩尺比, 而仅满足弗汝德数相似时, 模型与原型涡泄周期不满足相应缩尺比。因此, 缩尺实验中仅满足弗汝德数相似模型的涡激振动特性不可能与原型相似, 应采用雷诺相似准则。

关键词

涡激振动, 圆柱体, CFD, 雷诺相似, 弗汝德相似

1. 引言

在工程领域中, 涡激振动现象的研究由来已久。物体在一定流速的空气、水、油等流体介质中, 其尾流产生交替的涡泄, 导致物体两侧压强的交替变化, 从而引起结构的振动。目前涡激振动现象的研究在海洋立管方面尤为突出, 很多学者已经通过不同的方式对海洋立管和海底管线等大长细比的柔性结构进行了涡激振动研究[1] [2], 其中还有包括侧重于工程应用角度的对海洋平台等结构物进行的涡激振动整体预报的相关研究[3] [4], 还有包括侧重于考察非流线型柱体周围的复杂流动现象、涡的生成和脱落特征方面的机理性研究[5] [6]。

涡激振动的分析方法主要有3种, 包括物模实验, 数值模拟和理论分析。目前关于涡激振动的物模和数模实验大多通过弗汝德相似即重力相似来进行缩尺实验[7] [8], 然而涡旋脱落模式跟雷诺数紧密相关, 见图1, 通过弗汝德相似来预测模型原型的动力特性存在一定的缺陷和不科学。

此外, 仅满足弗汝德数相似时, 模型与原型的斯托哈尔(涡旋泄放)频率的相似关系是不确定的, 因为, 斯托哈尔数(Strouhal number)在超临界区和亚临界区是不同的(见图2)。这意味着, 由于雷诺数不相似, 模型与原型的涡泄频率不相似, 从而造成涡激振动响应不相似。

在涡旋脱落引起的涡激振动研究中, 雷诺相似有着其重要的应用地位, 然而由于实验条件的限制, 人们很难改变流体的粘度从而来实现雷诺相似准则。CFD数值模拟软件 Ansys-CFX 能够弥补物模实验无

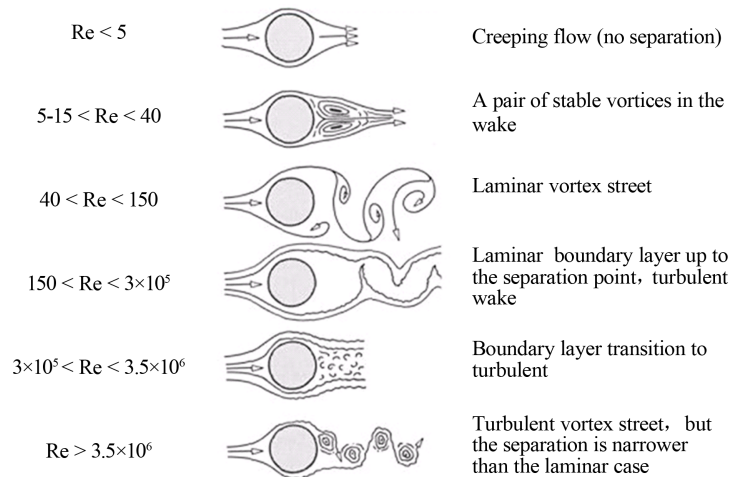


Figure 1. Vortex shedding in different Reynolds number

图 1. 不同雷诺数范围的涡泄模式[9]

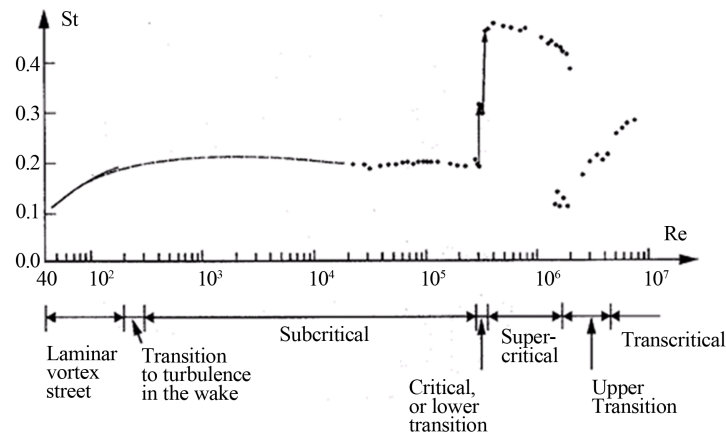


Figure 2. Strouhal number vs. Reynolds number

图 2. 斯托哈尔数与雷诺数的关系[10]

法实现的改变流体粘度这一困难，本文通过此软件对圆柱体涡激振动进行了研究，分别对原型，满足弗汝德相似模型，同时满足弗汝德相似和雷诺相似模型和满足雷诺相似模型进行了升力系数、拖曳力系数和周期的比较，从而探讨相似理论在涡激振动中的应用性，并引入实验进行对比。

2. 准则与模型

2.1. 相似准则

海洋工程结构物庞大，所以在设计物理模型进行物理实验和建模进行数值模拟时，往往都要选择一个尺寸较小的物理模型以节省物理实验材料或提高计算效率。为了使物理模型能够代表原型的实际情况，使真实情况在试验中重现，物理模型或数值模型必须满足一定的相似条件。

当研究对象的受力以重力为主时，所设计的物理模型就要满足弗汝德相似条件，即缩尺模型的弗汝德数与原型的弗汝德数相等，弗汝德数的计算公式如下：

$$Fr = \frac{V^2}{gl} \quad (1)$$

其中， V 为速度， g 为重力加速度， l 为长度，相应的缩尺比关系给出如下：

$$\frac{\lambda_v^2}{\lambda_g \lambda_l} = 1 \quad (2)$$

其中， λ_v 为速度比尺， λ_g 为重力加速度比尺， λ_l 为长度比尺。本文中重力加速度比尺恒为 1，则相应的缩尺比关系变为：

$$\frac{\lambda_v^2}{\lambda_l} = 1 \quad \text{即} \quad \lambda_v = \lambda_l^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

通过换算可知，相应的时间比尺为：

$$\lambda_t = \frac{\lambda_l}{\lambda_v} = \lambda_l^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

此时，模型与原型的密度比尺 λ_ρ 取 1，运动粘度系数比尺 λ_ν 取 1。

当研究对象的受力以流体的内摩擦力及粘滞力为主时，模型应保证与原型满足雷诺相似准则，即缩尺模型的雷诺数与原型的雷诺数相等，雷诺数的计算公式如下：

$$\text{Re} = \frac{Vl}{\nu} \quad (5)$$

其中 ν 为运动粘度系数，相应的缩尺比关系如下：

$$\frac{\lambda_v \lambda_l}{\lambda_\nu} = 1 \quad (6)$$

仅考虑雷诺相似时，运动粘度系数比尺取 1，相应的缩尺关系变为：

$$\lambda_v \lambda_l = 1 \quad \text{即} \quad \lambda_v = \frac{1}{\lambda_l} \quad (7)$$

通过换算可知，相应的时间比尺为：

$$\lambda_t = \frac{\lambda_l}{\lambda_v} = \lambda_l^2 \quad (8)$$

此时，模型与原型的密度比尺 λ_ρ 取 1。

上述两个模型不但能在 Ansys-CFX 数值模拟中实现，也易在水槽模型实验中实现，但当研究对象的受力应同时考虑重力与流体的内摩擦力及粘滞力时，模型要与原型同时满足弗汝德相似与雷诺相似，即模型要与原型的弗汝德数和雷诺数都相等，这就必须改变流体的运动粘度系数，然而这只能通过数值模拟来实现验证。

若要求模型与原型弗汝德数相等，则有：

$$\frac{\lambda_v^2}{\lambda_l} = 1 \quad (9)$$

若要求模型与原型雷诺数相等，则有：

$$\frac{\lambda_v \lambda_l}{\lambda_\nu} = 1 \quad (10)$$

当弗汝德数与雷诺数同时相等，则有：

$$\lambda_v = \lambda_l^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

通过换算可知，相应的时间比尺为：

$$\lambda_t = \frac{\lambda_l}{\lambda_v} = \lambda_l^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

此时，模型与原型的密度比尺为：

$$\lambda_p = \lambda_l^{\frac{3}{2}} \quad (13)$$

由上述相似关系可见，无论采取何种相似准则，几何比尺确定以后，所有的参数比尺都可以确定下来。

2.2. 数值模型

数值模拟原型为直径为 0.3 m 的圆柱体，在流速为 0.02 m/s 的水中进行涡旋泄放实验，相应的雷诺数为 6000，其中流场的宽度为 3 m，长 6 m，高度为 0.6 m，圆柱体中心距流体入口处为 1.5 m，圆柱体长度方向为流场厚度方向，如图 3 所示。3 种相似模型相对于原型的几何缩尺比均为 1:10，具体的设计参数见表 1。

3. 数值模拟方法

3.1. 理论基础

本文将圆柱体看做一个刚体进行整体分析，探讨刚性圆柱体在流场中受到的涡激升力，拖曳力以及对应的周期。由于无论采用何种相似准则，相应力系数的比值应恒为 1，因此力的比较方式采用无量纲的涡激升力系数 C_L ，拖曳力系数 C_D 的方式进行，系数的计算公式[11]：

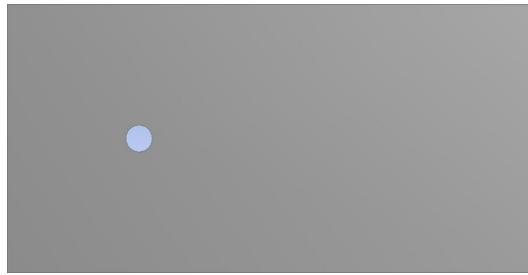


Figure 3. Model of the fluid domain
图 3. 流场模型

Table 1. Parameters of the fluid domain

表 1. 模型设计参数

	流场宽度	流场长度	管长度及流场厚度	管径	流体密度	运动粘度系数	流速	雷诺数 Re
原型	3 m	6 m	0.6 m	0.3 m	1000 kg/m ³	1e-6 m ² /s	0.02 m/s	6000
满足弗汝德相似模型	0.3 m	0.6 m	0.06 m	0.03 m	1000 kg/m ³	1e-6 m ² /s	0.00632 m/s	189.6
同时满足弗汝德相似和雷诺相似模型	0.3 m	0.6 m	0.06 m	0.03 m	31.6 kg/m ³	3.16e-8 m ² /s	0.00632 m/s	6000
满足雷诺相似模型	0.3 m	0.6 m	0.06 m	0.03 m	1000 kg/m ³	1e-6 m ² /s	0.2 m/s	6000

$$C_L = \frac{2F_L}{\rho U^2 DH}, C_D = \frac{2F_D}{\rho U^2 DH} \quad (14)$$

其中, F_L 为作用于圆柱体上总的升力, F_D 为作用于圆柱体上总的拖曳力, ρ 为流体密度, U 为流体流速, D 为圆柱体直径, H 为圆柱体长度。

通过对不同模型之间力系数以及周期的比较, 探讨弗汝德相似与雷诺相似准则在研究圆柱体涡激振动时的可行性。

3.2. 建模及网格划分

通过 Ansys-Workbench 分别建立原型, 弗汝德相似模型, 同时满足弗汝德与雷诺相似模型以及雷诺相似模型, 运用 ICEM 软件对流场模型划分网格, 为了避免网格划分的不同带来计算结果的差异, 对 4 种模型进行一致性的网格划分, 即网格间距满足相似准则, 4 种模型具有相同的网格数, 原型的网格划分如图 4。

通过 Ansys-CFX 对划分完网格的流场模型进行绕流力的分析, 原型计算时长 3000 s, 时间步长 2 s 计算流速 0.02 m/s, 计算的湍流模型采用剪切流模型(SST), 监控圆柱体的升力及拖曳力时程。

4. 结果及分析

4.1. 涡旋脱落特征

本文通过 CFX 软件对实验模型进行涡旋泄放实验, 每 10 步输出一次流场数据, 将流场稳定后的不同模型间的涡泄图形进行比较。由相似准则可知, 满足相似准则的模型涡泄模式应与原型的涡泄模式一致。

图 5 为不同模型的涡旋脱落情况, 从图中可以看出原型, 同时满足弗汝德相似和雷诺相似模型, 雷诺相似模型这 3 个模型有着明显的一致性, 尾流一侧涡量均为 5 个, 然而满足弗汝德相似的模型尾流一侧涡量仅为 4 个, 可见只满足弗汝德相似的模型经过长度缩尺后, 其泄放的涡旋间距失去了相应的缩尺比, 从这一点能反应出弗汝德相似在研究涡激振动时的缺陷, 同时, 雷诺相似在涡激振动研究中的地位得到了体现。

4.2. 不用模型的流体作用力

图 6 分别为不同模型的升力系数 C_L 和拖曳力系数 C_D , 图 7 为不同模型的升力系数 C_L 的相应频谱分析图, 以周期的形式体现出来。从图 6 中可以分析得到固定圆柱体的升力和拖曳力的基本特征[12] [13]: 1) 升力系数 C_L 的周期约为拖曳力系数 C_D 的两倍; 2) 升力系数 C_L 的均值约为 0。

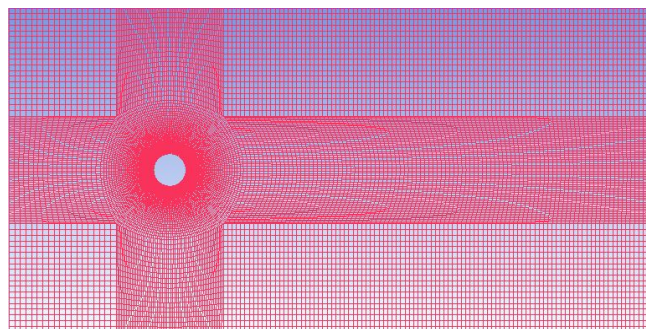


Figure 4. Mesh of the fluid domain
图 4. 流场网格

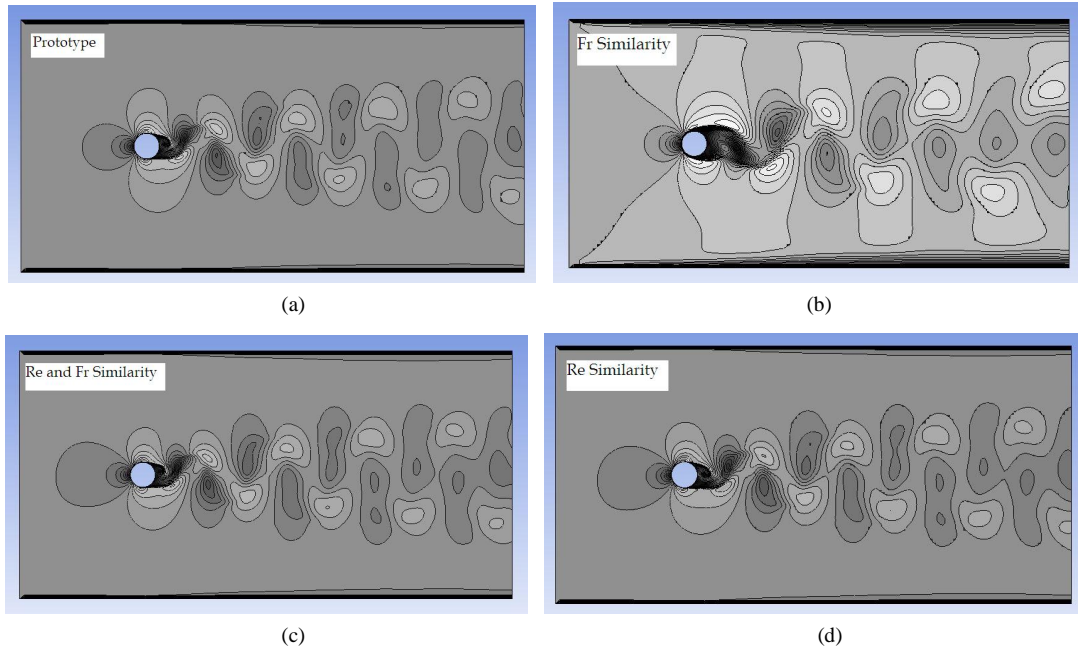


Figure 5. Vortex shedding of different models (a) Prototype, (b) The model of Fr similarity, (c) The model of both Re and Fr similarity, (d) The model of Re similarity

图 5. 不同模型的涡旋脱落 (a) 原型, (b) 弗汝德数相似模型, (c) 雷诺数和弗汝德数均相似模型, (d) 雷诺数相似模型

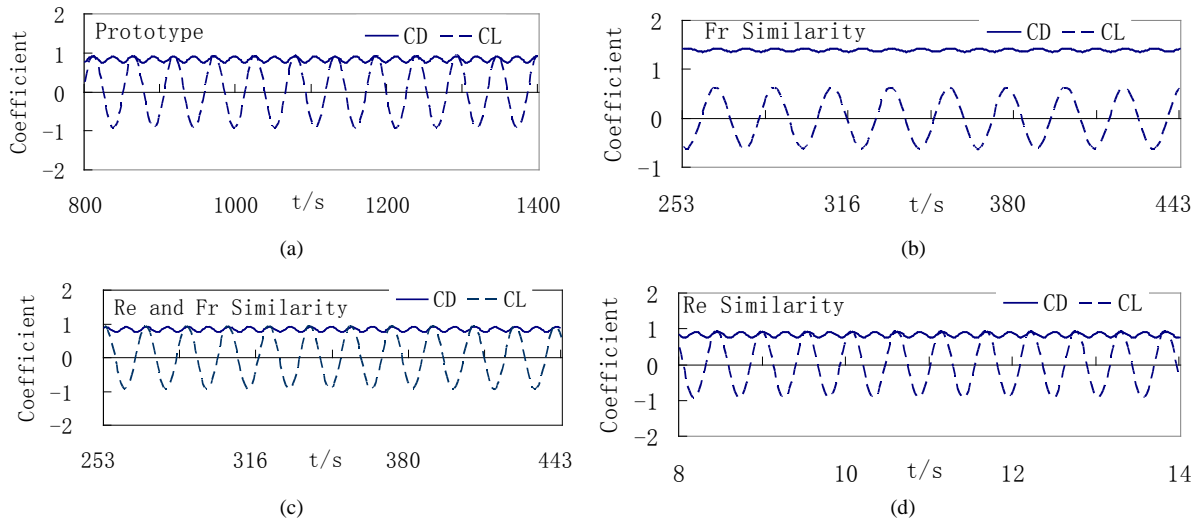


Figure 6. Time history of C_D and C_L (a) Prototype, (b) The model of Fr similarity, (c) The model of both Re and Fr similarity, (d) The model of Re similarity

图 6. C_D 和 C_L 时程图, (a) 原型, (b) 弗汝德数相似模型, (c) 雷诺数和弗汝德数均相似模型, (d) 雷诺数相似模型

4.3. 不同模型的流体作用力比较

1) 表 2 给出了 4 种模型的升力系数 C_L 幅值和拖曳力系数 C_D 时均值, 从表中可以看出, 原型, 同时满足弗汝德相似的和雷诺相似模型, 雷诺相似模型这 3 个模型在升力系数和拖曳力系数上有着明显的一致性, 升力系数幅值均为 0.9, 拖曳力系数时均值也均为 0.9。然而只满足弗汝德相似的模型在升力系数幅值和拖曳力系数均值上与其他 3 个模型有着明显的不同, 其升力系数幅值为 0.6, 拖曳力系数均值为

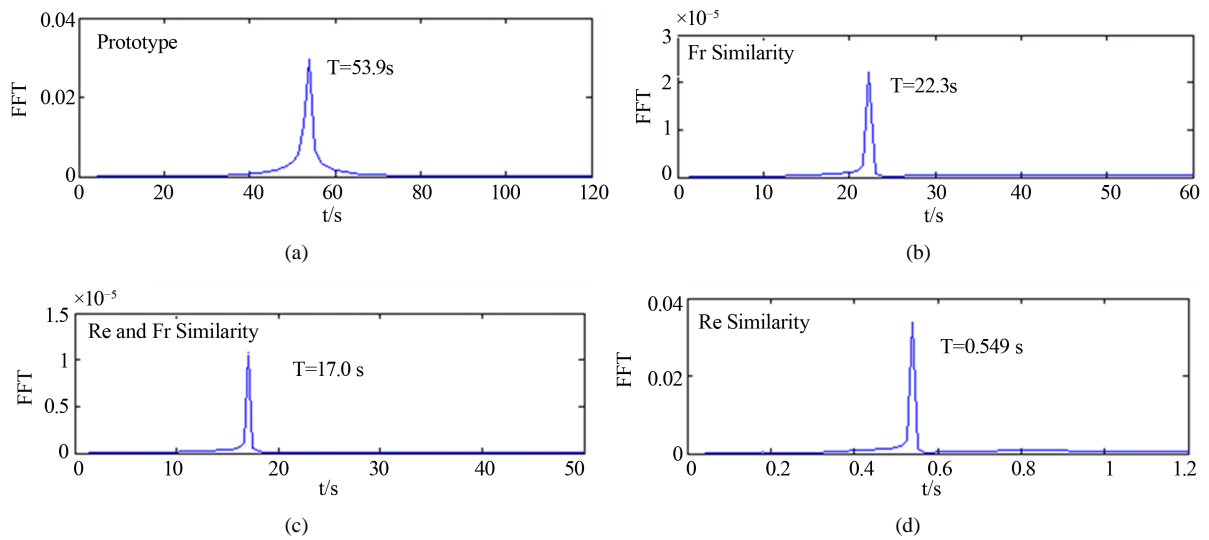


Figure 7. Spectrum of lift coefficient, (a) Prototype, (b) The model of Fr similarity, (c) The model of both Re and Fr similarity, (d) The model of Re similarity

图 7. 升力周期图, (a) 原型, (b) 弗汝德数相似模型, (c) 雷诺数和弗汝德数均相似模型, (d) 雷诺数相似模型

Table 2. Results of different models

表 2. 不同模型的计算结果

	C_L 幅值	C_D 时均	周期/s	理论周期比 λ_t	实际周期比 λ'_t
原型	0.9	0.9	53.9	1	1
满足弗汝德相似模型	0.6	1.4	22.3	0.316	0.414
同时满足弗汝德相似和雷诺相似模型	0.9	0.9	17.0	0.316	0.315
满足雷诺相似模型	0.9	0.9	0.549	0.01	0.0102

1.4。

2) 表 2 给出了 4 种模型的升力周期, 理论周期比和实际周期比。从中可以得出, 原型, 同时满足弗汝德相似和雷诺相似模型, 雷诺相似模型这 3 个模型在升力周期上满足其相应的相似比关系: 满足雷诺相似时, 模型的升力周期为 0.549 s, 为原型周期的 0.0102 倍; 同时满足弗汝德相似和雷诺相似时, 模型的升力周期为 17.0 s, 为原型周期的 0.315 倍。然而只满足弗汝德相似时, 模型的升力周期为 22.3 s, 为原型的 0.414 倍, 完全不符合相应的比例系数 0.316。

3) 通过对不同模型力以及力周期的比较发现, 在研究圆柱体涡激作用力时, 通过雷诺相似进行缩尺实验能客观反映模型原型的力学特性, 即便是在同时满足弗汝德相似和雷诺相似情况下, 只要保证雷诺相似, 其力学特性总能客观反映原型的力学特性。当仅仅采用弗汝德相似进行模型相似实验时, 模型的力学特性与原型的力学特性有了明显的区别, 不再符合相应的相似比关系。

5. 模型实验

该实验依托海洋工程山东省重点实验室和海洋工程结构检测实验室完成, 山东省重点实验室拥有实验水槽(见图 8)和水动力测试仪器设备, 海洋工程结构检测实验室拥有测试分析的仪器设备和数据处理计算机。实验水槽内宽 59 cm, 外宽 76 cm, 高 95 cm, 可以产生流和规则波。

实验采用压力传感器, 量程 0~10 kpa, 输入电压 15 V, 输出信号正负 5 V。用采集仪采集压力传感



Figure 8. Water channel
图 8. 实验水槽

器的电压信号。由于实验中存在电机等多方面的电磁干扰，外接电容进行多级滤波，采用电容规格为 25V50UF。

实验采用拖曳实验的方式，对圆柱体有机玻璃管进行水槽拖曳实验，流速的监测通过固定在有机玻璃管上的流速计测得。通过对不同组流速下的相似模型实验，测得柱体横流向流场的脉动水压力，进而对涡旋泄放的相似性进行研究。

5.1. 实验安排

对两组不同直径的圆柱体有机玻璃模型进行拖曳实验，较大直径圆管的直径为 0.1 m，设为原型，较小直径圆管的直径为 0.05 m，设为模型。此处由于实验水槽尺寸大小的限制，只能对 1:2 缩尺比例的涡泄相似关系进行实验验证。

由于涡激振动模型实验不能同时满足傅汝德相似和雷诺相似，因此对仅满足傅汝德相似准则和仅满足雷诺相似准则时的模型进行了拖曳实验，并同原型的实验结果进行比较。基于对拖曳速度的考虑，速度越小，压力传感器所得的数据就越小，难以对数据进行处理，因此仅进行了 3 组对比实验，其中雷诺相似模型 2 组，傅汝德相似模型 1 组，详见表 3。

5.2. 实验结果

对所采集数据进行再处理，由于实验所用仪器采样频率为 1000 赫兹，根据斯托哈尔数可计算出涡泄频率最大不过几赫兹，即小管结构模型流速最大时的涡泄频率，因此对所得数据再每隔 20 步取样，对取样后的数据进行快速傅立叶变换，这样处理可以使得可以过滤掉 50 赫兹以上的干扰频率。再对数据进行 8192 个点的快速傅立叶变换以提高精度。表 4 给出了 3 组对比实验的涡泄周期以及斯托哈尔数。

通过对表 4 的实验结果分析可以看出，当模型与原型的相似关系仅满足雷诺相似时，模型与原型的涡泄周期缩尺满足其相应的缩尺比例 1:4，而当模型与原型的相似关系仅满足傅汝德相似时，模型与原型的涡泄周期缩尺比为 1:1.22，不满足其相应的缩尺比例 1:1.414。同时，仅满足雷诺相似时，实验计算所得的斯托哈尔数 S_r 在模型与原型之间保持一致，组别 1 中，斯托哈尔数 S_r 均为 0.25，组别 2 中，斯托哈尔数 S_r 均为 0.31。而仅满足傅汝德相似时，斯托哈尔数 S_r 前后不一致，组别 3 中，原型斯托哈尔数 S_r 为 0.25，缩尺模型斯托哈尔数 S_r 为 0.22。可见实验所得结果也表明雷诺相似模型能正确反映原型涡泄特征，而傅汝德相似模型不可以，这与数值模拟结果一致。

Table 3. Parameters of models
表 3. 实验模型参数

	管径	流速	雷诺数
组别 1(雷诺相似)			
原型	0.1 m	0.35 m/s	35,000
模型	0.05 m	0.70m /s	35,000
组别 2(雷诺相似)			
原型	0.1 m	0.23 m/s	23,000
模型	0.05 m	0.46 m/s	23,000
组别 3(傅汝德相似)			
原型	0.1 m	0.35 m/s	35,000
模型	0.05 m	0.25 m/s	12,500

Table 4. Results of the experiment
表 4. 实验结果

	周期 s	理论周期比 λ_t	实际周期比 λ'_t	实验所得 S_t
组别 1(雷诺相似)				
原型	1.15	1:4	1:3.95	0.25
模型	0.291			0.25
组别 2(雷诺相似)				
原型	1.39	1:4	1:3.97	0.31
模型	0.35			0.31
组别 3(傅汝德相似)				
原型	1.15	1:1.414	1:1.22	0.25
模型	0.926			0.22

6. 结论

本文通过 Ansys-CFX 对圆柱体进行了涡激振动相似实验，对 4 个基于不同相似准则的模型进行了升力系数，拖曳力系数，升力周期的比较，同时引入实验进行论证，可以得到以下结论：

1) 雷诺数是圆柱体涡激振动特性的重要参数，决定着涡激脱落的模式，是决定涡激升力系数和拖曳力系数和相应周期的重要因素。

2) 弗汝德数在圆柱体涡激振动研究中，有着一定的局限性，仅通过弗汝德相似的缩尺模型与原型在动力特性上，并不满足弗汝德相似准则。

3) 目前圆柱体涡激振动的水槽实验基本都基于弗汝德相似进行，然而流作用下的涡激振动不同于波浪力对圆柱体的作用，弗汝德相似在涡激振动模型缩尺实验的应用上是有一定局限的。在涡激振动的缩尺模型研究中，我们应该首先考虑雷诺相似，而不是弗汝德相似，这为今后水池模型实验的设计提供了一定的参考依据。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(51179179, 51079136, 51239008)。

参考文献 (References)

- [1] 葛斐, 龙旭, 王雷, 洪友士 (2009) 大长细比圆柱体顺流向与横向耦合涡激振动的研究. *中国科学*, **39**, 752-759.
- [2] 张立武, 陈伟民 (2010) 深水细长柔性立管涡激振动响应形式判定参数研究. *中国海上油气*, **3**, 202-206.
- [3] Atluri, S., Halkyard, J. and Sirmivas, S. (2006) CFD simulation of truss spar vortex-induced motion. *The 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Hamburg, 4-9 June 2006.
- [4] Roddier, D., Finnigan, T. and Liapis, S. (2009) Influence of the Reynolds number on spar vortex induced motions (VIM): Multiple scale model test comparisons. *Proceedings of the ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Honolulu, 31May-5June 2009.
- [5] Wang, Y., Yang, J.M. and Lv, H.N. (2009) Computational fluid dynamics and experimental study of lock-in phenomenon in vortex-induced motions of a cell-truss spar. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, **14**, 757-762.
- [6] 王颖, 杨建民, 杨晨俊 (2008) Spar 平台涡激运动关键特性研究进展. *中国海洋平台*, **3**, 1-10.
- [7] 张蕙, 杨建民, 肖龙飞, 杨立军 (2011) 均匀流中深水系泊 Truss Spar 平台涡激运动试验研究. *海洋工程*, **4**, 14-20.
- [8] 杨烁, 缪泉明, 匡晓峰 (2008) 平台螺旋侧板绕流场的 CFD 分析. *第二十一届全国水动力学研讨会*, 济南, 2008.
- [9] 竺艳蓉 (1991) 海洋工程波浪力学. 天津大学出版社, 天津, 66.
- [10] Sumer, B.M. and Fredsoe, J. (1997) *Hydrodynamics around cylindrical structures*. World Scientific Press, 10.
- [11] 王亚玲, 刘应中, 缪国平 (2001) 圆柱绕流的三维数值模拟. *上海交通大学学报*, **10**, 1464-1469.
- [12] 王颖, 杨建明, 李欣, 吕海宁 (2010) 均匀来流中浮式圆柱的涡激运动研究. *中国海洋平台*, **1**, 8-15.
- [13] 范杰利, 黄维平 (2012) 细长立管双向自由度涡激振动数值研究. *振动与冲击*, **31**, 65-69.