

Effect of Size and Strength Grade on the Concrete Modulus of Rupture*

Shengping Chen, Zhimin Yi

College of Civil Engineering and Architecture, Hubei University of Technology, Wuhan
Email: csp1965@126.com, 30793756@qq.com

Received: Mar. 22nd, 2013; revised: Mar. 26th, 2013; accepted: Apr. 10th, 2013

Copyright © 2013 Shengping Chen, Zhimin Yi. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: In this paper, the flexural strength of plain concrete beams subjected to three-point bending was numerically studied using the finite element program DIANA. Instead of using a discrete crack model, a smeared crack model is adopted in the numerical simulation. A non-linear tension softening curve was used to model the gradually diminishing tensile strength of concrete upon further crack opening. The factors influencing the flexural strength of plain concrete beams considered in this paper are the concrete strength grade and the beam depth. These two factors can be combined into one material parameter and the brittleness index. A relationship between the ratio of flexural strength to the tensile strength and the brittleness index was proposed based on the numerical results.

Keywords: Concrete; Modulus of Rupture; Brittleness Index; Smeared Crack Model

混凝土断裂模量的尺寸与强度效应*

陈升平, 易治民

湖北工业大学土木工程与建筑学院, 武汉
Email: csp1965@126.com, 30793756@qq.com

收稿日期: 2013年3月22日; 修回日期: 2013年3月26日; 录用日期: 2013年4月10日

摘要: 本文用有限元数值模拟的方法研究了混凝土的断裂模量, 建立了断裂模量与试件尺寸以及混凝土强度等级的关系。数值试件采用了不同尺寸的三点弯曲混凝土简支梁。在数值模拟中采用弥散裂缝模型模拟混凝土开裂, 用非线性拉应力与开裂应变变化曲线模拟混凝土裂缝的进一步扩展。数值试验中考虑影响混凝土断裂模量的因素为混凝土强度等级和梁的高度, 最后在数值结果的基础上建立了混凝土断裂模量与脆性指标之间的关系。

关键词: 混凝土; 断裂模量; 脆性指标; 弥散裂缝模型

1. 引言

混凝土断裂模量(modulus of rupture)是路面、机场跑道等方面设计的一个重要材料参数。由于水泥基复合材料的直接拉伸强度较难测定, 如能通过数值模拟方法建立其弯曲强度和拉伸强度的关系, 就可以通过

*基金项目: 湖北省住房与城乡建设厅资助。

简单易行的弯曲试验得出水泥基复合材料的直接拉伸强度。一般认为水泥基复合材料的弯曲强度比它的单轴拉伸强度更大, 且依赖于试件尺寸。早先尺寸效应在混凝土结构失效上的解释用的是 Weibull 的统计理论^[1]。后来 Bazant 用非线性断裂力学系统地研究了混凝土的尺寸效应^[2]。断裂力学应用于混凝土材料主

要归功于 Hillerborg 提出的虚拟裂缝模型^[3]和 Bazant 提出的弥散裂缝模型^[4]。Rokogo 基于虚拟裂缝模型建立了混凝土断裂模量的尺寸效应关系^[5]。本文采用有限元软件 DIANA 数值研究三点弯曲混凝土简支梁的弯曲强度，在数值模拟中采用弥散裂缝模型，用非线性拉应力软化曲线模拟混凝土裂缝中逐渐降低的拉应力。文中考虑影响混凝土梁弯曲强度的因素是混凝土强度等级和梁的高度，这两个因素能被统一成混凝土材料的脆性指标。最后在数值结果的基础上建立了混凝土断裂模量与脆性指标之间的关系。

2. 数值模拟

数值模拟试件三点弯曲梁几何尺寸如图 1 所示，梁宽 100 mm，高度在 50 mm 和 400 mm 之间变化，梁跨度与高度的比值等于 4。在有限元分析中，所有梁都采用 400 个有限元软件 DIANA 提供的 8 节点四边形等参单元离散^[6]。梁受拉区采用非线性的弥散裂缝模型，受压区采用线弹性应力 - 应变关系。梁的网格划分如图 2 所示。

3. 弥散裂纹模型

已有研究表明，弥散裂缝模型中拉应力与开裂应变曲线的形状影响梁的弯曲强度。DIANA 有限元软件提供了四种形式的拉应力与开裂应变关系。本文采用以下的拉应力与开裂应变关系^[7](图 3)。

$$\frac{\sigma_{m}}{f_t} = \begin{cases} 1 - \left(\varepsilon_{m}^{cr} / \varepsilon_{m,ult}^{cr} \right)^c, & 0 < \varepsilon_{m}^{cr} < \varepsilon_{m,ult}^{cr} \\ 0, & \varepsilon_{m,ult}^{cr} < \varepsilon_{m}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (1)$$

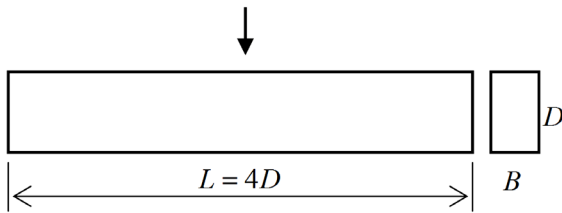


Figure 1. Beam dimensions
图 1. 梁尺寸

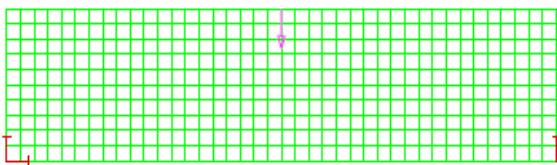


Figure 2. Beam mesh
图 2. 梁网格划分

该拉应力与开裂应变关系是对线性的拉应力与开裂应变关系的修正，参数 c 取值 0.31，极限开裂应变为

$$\varepsilon_{m,ult}^{cr} = 4.226 \frac{G_F}{hf_t} \quad (2)$$

式中 G_F 为混凝土断裂能； h 是裂缝带的宽度，由 \sqrt{A} 确定， A 是单元的面积。由于极限开裂应变与单元尺寸有关，所以计算结果与有限元网络划分的单元尺寸无关。

数值模拟中材料参数取值根据 CEB-FIP(1999)推荐的经验公式^[8]：

$$E_c = 2.15 \times 10^4 (f_{cm}/10)^{1/3} \text{ (MPa)} \quad (3)$$

$$f_t = 1.4 \left(\frac{f_{cm} - 8}{10} \right)^{2/3} \text{ (MPa)} \quad (4)$$

$$G_F = 30 (f_{cm}/10)^{0.7} \text{ (MPa)} \quad (5)$$

式中 E_c 、 G_F 、 f_t 和 f_{cm} 分别为混凝土弹性模量、断裂能、抗拉强度和抗压强度。

4. 断裂模量与脆性指标关系

典型的梁跨中荷载与中点挠度曲线如图 4 所示。不同尺寸和混凝土强度梁的数值计算结果如表 1 所

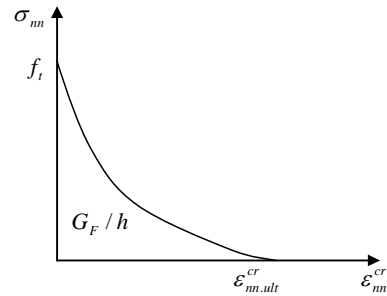


Figure 3. Non-linear tension softening model
图 3. 非线性拉应力与开裂应变关系

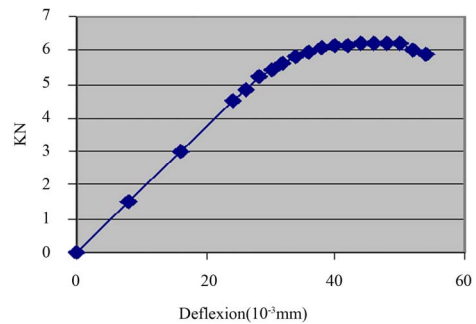


Figure 4. Load/mid-point deflection curve
图 4. 荷载与中点挠度曲线

Table 1. FEM results
表 1. 有限元计算结果

梁高度 D/mm	抗压强度 f_{cm} /Mpa	拉伸强度 f_t /Mpa	杨氏模 E /Mpa	断裂能 G_F /N/m	特征长度 $l_{ch} = EG_F / f_t^2$ /mm	脆性指数 $B = D/l_{ch}$	断裂模量 f_b /Mpa	$\lambda = f_b/f_t$
50	20	1.58	27.0	48.7	527	0.095	2.610	1.62
	40	3.04	34.1	79.1	292	0.170	4.625	1.52
	60	4.20	39.1	105.0	233	0.215	6.167	1.47
	80	5.22	43.0	129.0	204	0.245	7.510	1.44
100	20	1.58	27.0	48.7	527	0.19	2.363	1.50
	40	3.04	34.1	79.1	292	0.34	4.161	1.39
	60	4.20	39.1	105.0	233	0.43	5.555	1.32
	80	5.22	43.0	129.0	204	0.49	6.768	1.30
200	20	1.58	27.0	48.7	527	0.38	2.121	1.34
	40	3.04	34.1	79.1	292	0.68	3.723	1.22
	60	4.20	39.1	105.0	233	0.86	4.980	1.19
	80	5.22	43.0	129.0	204	0.96	6.060	1.16
400	20	1.58	27.0	48.7	527	0.76	1.910	1.21
	40	3.04	34.1	79.1	292	1.36	3.360	1.11
	60	4.20	39.1	105.0	233	1.72	4.635	1.10
	80	5.22	43.0	129.0	204	1.92	5.760	1.10

示。

数值计算结果表明，混凝土断裂模量不仅与混凝土强度等级有关，还与梁的尺寸有关。Bazant 指出，这两个因素可统一为混凝土的脆性指标^[2]。脆性指标反映了混凝土材料的脆性程度，其值与混凝土材料或结构的特征尺寸成正比，与混凝土材料的断裂过程区尺寸成反比。根据数值模拟结果，混凝土弯曲强度与抗拉强度的比值与混凝土脆性指标的关系可表示为(图 5)。

$$\lambda = f_b/f_t = \begin{cases} 0.12/B + 1.04, & \text{当 } B < 0.34 \text{ 时} \\ 0.045/B + 1.257, & \text{当 } B > 0.34 \text{ 时} \end{cases} \quad (6)$$

式中

$$B = D/l_{ch} \quad (7)$$

为混凝土脆性指标， $l_{ch} = \frac{EG_F}{f_t^2}$ 为混凝土断裂过程区特征长度。

5. 结论

1) 混凝土断裂模量不仅有尺寸效应，还与混凝土

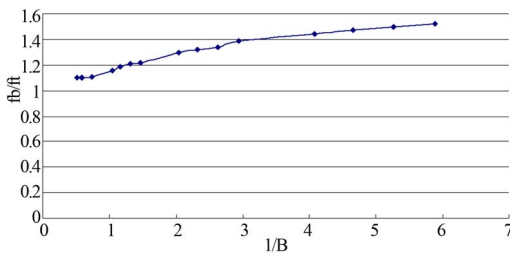


Figure 5. The relationship between the ratio of flexural strength to the tensile strength and the brittleness index

图 5. 混凝土弯曲强度与抗拉强度比值与混凝土脆性指标关系

强度等级有关，这两个因素可统一为混凝土的脆性指标。

2) 根据数值模拟结果，混凝土弯曲强度与抗拉强度的比值与混凝土脆性指标的倒数可用双线性关系表示。

参考文献 (References)

- [1] A. Carpinteri. Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: Two different explanations based on fracture mechanics. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25(4): 407-429.
- [2] Z. P. Bazant, Y. Xi. Size effect in quasi-brittle micro-heterogeneous structures: Deterministic and statistical theories. In: Carpinteri, A., Ed., Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete, Elsevier Applied Science, London, 1992: 1-16.
- [3] A. Hillerborg. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of the fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773-782.
- [4] Z. P. Bazant, Z. Li. Modulus of rupture: Size effect due to fracture initiation in boundary layer. Journal of Structural Engineering, 1995, 121(4): 739-746
- [5] K. Rokugo, Y. Uchida, H. Katoh and W. Koyanagi. Fracture mechanics approach to evaluation of flexural strength of concrete. ACI Material Journal, 1995, 92(5): 561-566.
- [6] DIANA-8.1 User's Manual. TNO building and construction research, 2000.
- [7] Z. P. Bazant, D. Novak. Probabilistic nonlocal theory for quasi-brittle fracture initiation and size effect. I. theory, and II. Application. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2000, 126(2): 166-185.
- [8] CEB/FIP 1999. Updated model code. FIP, Lousanne, Switzerland.